

1. (GESTRICHTEN, da ein $-$ vor dem linken ∞ fehlt und damit die Aufgabe keine richtige Lösung hat points)
Bestimmen Sie die Randpunkte der folgenden Menge

$$A = (\infty, -3) \cup (-1, 5) \cup (5, 7] \cup (8, \infty)$$

- A. $\{-3, -1, 7, 8\}$
- B. $\{-3, -1, 5, 7, 8\}$**
- C. $\{7\}$
- D. Die Menge hat keine Randpunkte

2. Welcher der folgenden Mengen ist NICHT konvex?

- A. $(5, 10)$
- B. $(-3, -1) \cup (-1, 3)$**
- C. $(-3, -1) \cup [-1, 3)$
- D. Alle Mengen sind konvex

3. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene der Funktion $f(x, y) = \ln x \ln y$ am Punkt (e, e)

- A. $1 + \frac{1}{e} \ln(x - e) + \frac{1}{e} \ln(y - e)$
- B. $1 + \frac{1}{e}(\ln x - e) + \frac{1}{e}(\ln y - e)$
- C. $1 + \frac{1}{e}(x - \ln e) + \frac{1}{e}(y - \ln e)$
- D. $1 + \frac{1}{e}(x - e) + \frac{1}{e}(y - e)$**

4. Bestimmen Sie das Differential der Funktion $z = e^{xy}$

- A. $dz = e^{xy}(ydx + xdy)$**
- B. $dz = e^{xy}xydx + e^{xy}xdy$
- C. $dz = e^{xy}x^2dx + e^{xy}y^2dy$
- D. $dz = e^{xy}(dx + dy)$

5. Finden Sie alle globalen Extrema der Funktion $f(x) = -|x - 5|$ im Intervall $[-6, 2]$

- A. Globales Maximum an der Stelle $x = 5$, globales Minimum an der Stelle $x = -6$
- B. Globales Maximum an der Stelle $x = 5$, globales Minimum existiert nicht.
- C. Die Funktion hat keine globalen Extrema.
- D. Globales Maximum an der Stelle $x = 2$, globales Minimum an der Stelle $x = -6$**

6. Betrachten Sie folgende Menge $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 1 \leq x, 10 \geq x^2 - y\}$. Die Menge ist

- A. offen.
- B. kompakt.**
- C. nicht geschlossen.

D. weder geschlossen, noch beschränkt

7. Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + 12$. Bestimmen Sie für welchen Wertebereich (W) und Definitionsbereich (D) die Funktion bijektiv ist

- A. $D = \mathbb{R}_0^-$ und $W = [12, \infty)$
- B. $D = \mathbb{R}$ und $W = [\sqrt{12}, \infty)$
- C. $D = \mathbb{R}$ und $W = [12, \infty)$
- D. $D = [\sqrt{12}, \infty)$ und $W = \mathbb{R}_0^+$

8. Gegeben sei die Funktion $f(x) = |3x - 10|$. Welche der folgenden Aussagen ist **WAHR**? Die Funktion ist am Punkt $x_0 = \frac{10}{3}$

- A. stetig und differenzierbar.
- B. differenzierbar aber nicht stetig.
- C. **stetig aber nicht differenzierbar.**
- D. nicht definiert.

9. Die partielle Ableitung 1. Ordnung nach x der Funktion $f(x, y) = x^2y^2 + e^{xy^2} + 4$ ist

- A. $f_x = 2xy^2 + e^{xy^2}2y$
- B. $f_x = 2xy^2 + e^{xy^2}2y + 4$
- C. $f_x = 2x2y + e^{xy^2}y^2$
- D. $f_x = 2xy^2 + e^{xy^2}y^2$

10. Die Steigung $\frac{dx}{dy}$ der Höhenlinie $f(x, y) = x^2 + 2y + e^x = 3$ im Punkt $(0, 1)$ ist

- A. $-1/2$
- B. $1/2$
- C. 2
- D. **-2**

11. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{5x^{1/2}}$ Welche Aussage ist WAHR?

- A. Der maximale Definitionsbereich der Funktion ist \mathbb{R} .
- B. Die Funktion ist streng konkav.
- C. **Die Funktion hat im maximalen Definitionsbereich kein globales Minimum.**
- D. Der einzige kritische Punkt der Funktion ist Null.

12. $f(x, y) = 3x^{2\alpha}y^{5-2\alpha}$ Die Funktion ist

- A. homogen Grad 2α
- B. **homogen Grad 5**
- C. homogen Grad 3
- D. nicht homogen

13. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2a & \text{für } x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{für } 1 \leq x \leq 4 \\ -(x-b)^2 + c & \text{für } x > 4 \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen ist dann FALSCH?

- A. Es existiert ein $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x)$ an $x = 1$ stetig ist.
- B. Es existiert kein $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x)$ an $x = 1$ differenzierbar ist.
- C. Es existieren $b, c \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x)$ an $x = 4$ stetig ist.
- D. Es existieren keine $b, c \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x)$ an $x = 4$ differenzierbar ist.**

14. Die Funktion $f(x) = \ln(x-7) - x^3$ ist

- A. konkav**
- B. konvex
- C. weder konkav noch konvex
- D. konvex und konkav

15. Gegeben sei der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow a} \frac{-x^3 + ax^2 + 3a - 3x}{4(a-x)}$ für $a \in \mathbb{R}$. Welche der folgenden Aussagen ist dann WAHR?

- A. Der Grenzwert ist gleich $(a^2 - a)/4$
- B. Der Grenzwert ist gleich $a^2/4 + 0,75$**
- C. Der Grenzwert ist gleich $a^2 - 4a$
- D. Der Grenzwert existiert nicht

16. Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \ln x + xy^2 - y$ mit $x(t) = t^2$ und $y(t) = at$. Die totale Ableitung $\frac{df(x,y)}{dt}$ ist gleich

- A. $\frac{1}{x}2t + (2xy - 1)a$
- B. $(\frac{2}{x} + 2y^2)t + (2xy - 1)a$**
- C. $(\frac{1}{x} + y^2)t + (2xy - 1)a$
- D. $(\frac{1}{x} + y^2)2t + 2xya$

17. In einem ökonomischen Modell ist die Optimalitätsbedingung der Firma bei der Wahl des Kapitalstocks gegeben durch $(1 - \tau)\pi'(K) = r$ wobei $0 < \tau < 1$ den Steuersatz auf Unternehmensgewinne, r den Realzinssatz und $\pi'(K)$ den Grenzgewinn aus einer zusätzlichen Einheit Kapital darstellt. Es ist bekannt, dass der Grenzgewinn $\pi'(K)$ positiv aber abnehmend ist. Wie verändert sich die optimale Wahl des Kapitalstocks, wenn der Steuersatz etwas steigt? Mit anderen Worten, bestimmen Sie das Vorzeichen von $\frac{\partial K}{\partial \tau}$.

- A. positiv
- B. negativ**
- C. positiv für kleine τ , aber negativ für große τ .
- D. Das Vorzeichen kann ohne zusätzliche Informationen nicht bestimmt werden.

18. Sei $g(x)$ eine zweifach differenzierbare und streng konkave Funktion mit Definitionsbereich $D = (-\infty < x \leq b)$. Welche der folgenden Aussagen ist dann FALSCH?
- A. D ist eine geschlossene Menge
 - B. Wenn $g(x)$ ein globales Minimum besitzt, dann muss es an b liegen.
 - C. Wenn $g(x)$ ein globales Maximum besitzt, dann muss es an einem inneren Punkt von D liegen.**
 - D. An b muss ein striktes lokales Extremum von $g(x)$ liegen.
19. Welche Aussage ist WAHR?
- A. $f(x) = \frac{1}{x}$ auf der Menge $(-5, -1] \cup [1, 5)$ ist ein Beispiel, dass der Extremwertsatz von Weierstrass zur Existenz von globalen Extrema nur hinreichend und nicht notwendig ist.
 - B. $f(x) = x^2$ ist ein Beispiel dafür, dass die Theoreme zur Bestimmung strenger Konvexität mittels zweiter Ableitung nur hinreichend, aber nicht notwendig sind.
 - C. $f(x) = x^3$ ist ein Beispiel dafür, dass die Bedingungen erster Ordnung bei der Optimierung nur notwendig, aber nicht hinreichend sind.
 - D. $f(x) = x^4$ ist ein Beispiel dafür, dass die Theoreme zur Bestimmung strenger Konvexität mittels zweiter Ableitung nur hinreichend, aber nicht notwendig sind
 - E. Alle Aussagen sind wahr.**
20. Sei $f(x, y) = ab \ln(x) \ln(y)$ mit $x, y > e$. Unter welcher Spezifikation der Parameter a, b ist $f(x, y)$ NICHT streng konkav?
- A. $a > 0, b > 0$
 - B. $a < 0, b < 0$
 - C. $a > 0, b < 0$**
 - D. $a + b = 1, 0 < b < 1$
21. Betrachten Sie das Optimierungsproblem $\max_{x,y} 2x + 3y$ u.d.N. $x^2 + y^2 = 1$. Der Wert des Lagrange-Multiplikators am globalen Maximum ist gleich
- A. 1
 - B. $\sqrt{13}$
 - C. $\frac{1}{2}\sqrt{13}$**
 - D. $\frac{2}{\sqrt{13}}$
22. Wie viele kritische Punkte hat die Funktion $f(x) = x^2 \ln(2x) + 5$?
- A. 0
 - B. 1**
 - C. 2
 - D. 3

23. Welche der folgenden Aussagen ist WAHR?

- A. Wenn $f(x)$ streng konvex ist, dann ist $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ auch konvex.
- B. Die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ ist KEINE stetige Funktion.
- C. Wenn eine Funktion approximiert wird, kann der Approximationsfehler NIE Null sein.
- D. Wenn eine Funktion an einem Punkt x_0 nicht stetig ist, ist sie an x_0 auch nicht differenzierbar.**

24. Bestimmen Sie die Definitheit der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

- A. positiv definit**
- B. negativ definit
- C. weder positiv noch negativ definit
- D. positiv und negativ definit

25. Gegeben sei die Funktion $f(x) = -5x^2 + 3$ und eine konkave Funktion $g(x)$.

- A. $f + g$ ist konvex.
- B. $-f - g$ ist konkav.
- C. $f - g$ ist konvex.
- D. $f + g$ ist konkav.**