Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 2. Termin, 31. August 2010
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

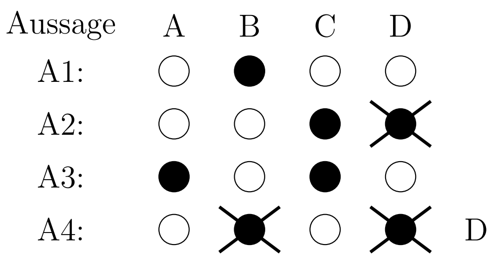
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Sportclub mit 12 männlichen und 5 weiblichen Mitarbeitern möchte einen Vorstand bestehend aus einem Vorsitzenden und drei gleichrangigen Stellvertretern wählen.
Die Anzahl der verschiedenen Vorstände, die sich bilden lassen und in denen mindestens eine Frau verteten ist, liegt in

A1: (A) $(0, 7000]$. (B) $(7000, 8000]$. (C) $(8000, 9000]$ (D) $(9000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Schublade liegen 5 braune, 4 graue und 4 blaue Strümpfe.
Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig herausgezogene Strümpfe die gleiche Farbe besitzen, liegt in

A2: (A) $(0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.30]$ (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe
Beim Lernen nascht Student Mops gerne spezielle Bonbons, die in mehreren Farben und Geschmacksrichtungen erhältlich sind. Ein Drittel aller Bonbons in einer Tüte sind rot, ein Viertel haben Erdbeergeschmack. Nicht alle Erdbeerbonbons sind rot.
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem zufälligen Griff in die Bonbontüte ein rotes Bonbon oder eines mit Erdbeergeschmack zu erhalten, ist

A3: (A) kleiner als 7/12. (B) gleich 7/12. (C) größer als 7/12.

Aufgabe
Eine ideale Münze werde drei Mal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse A=„Es wurde genau zwei Mal 'Zahl' geworfen“ und B=„Es wurde mindestens ein Mal 'Zahl' geworfen“.
(a) Dann gilt

A4: (A) A=B. (B) $A \subsetneq B$. (C) $B \subsetneq A$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(A)$ liegt in

A5: (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

Hinweis: $A \subsetneq B$ gilt, wenn $A \subset B$ und $A \neq B$.

Aufgabe
Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Die Ereignisse A und B seien unabhängig, die Ereignisse B und C seien unabhängig und die Ereignisse A und C seien disjunkt. Es gelte $P(A), P(B), P(C) > 0$.
(a) Die Aussage $P(A|B) = P(B|A)$ ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Die Aussage $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Gegeben seien zwei Ereignisse A und B mit $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \setminus B) = 0.2$. $P(B|A)$ liegt in

A8: (A) $[0, 0.6]$. (B) $(0.6, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
Ein unbemanntes, autonomes Sicherheitssystem soll auf einem Testgelände Eindringlinge aufspüren. Allerdings variiert die Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von den Wetterbedingungen. Dazu wurden folgende Beobachtungen im Testzeitraum gemacht: Das System entdeckt den Eindringling mit Wahrscheinlichkeit 0.8, wenn es regnet, mit Wahrscheinlichkeit 0.85, wenn es bewölkt ist und mit Wahrscheinlichkeit 0.95 bei klarem Himmel. Gehen Sie davon aus, dass es mit Wahrscheinlichkeit 0.1, 0.3 bzw. 0.6 regnet, bewölkt ist bzw. klar ist.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Eindringling an einem zufällig ausgewählten Tag durch das System entdeckt wird, liegt in

A9: (A) $(0, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.90]$. (C) $(0.90, 0.92]$. (D) $(0.92, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es geregnet hat, wenn der Eindringling vom System entdeckt wurde, liegt im Intervall

A10: (A) $(0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.07]$. (C) $(0.07, 0.08]$ (D) $(0.08, 1]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X mit Träger {1,2,3,4} sei verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle:

x	1	2	3	4
P(X=x)	c	2c	3c	2c

Der Wert c liegt im Intervall

A11: (A) $(0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Die Menge aller 0.5-Quantile ist

A12: (A) $\{2\}$. (B) $(2, 3)$. (C) $[2, 3]$. (D) $\{3\}$.

Aufgabe
Bei Durchführung eines Glücksspiels tritt als Ergebnis jeweils eine farbige Ziffer auf. Die Auszahlung beträgt 1€, falls die Ziffer rot ist, und 1€, falls die Ziffer gerade ist. Wenn die Ziffer weder rot noch gerade ist, wird kein Geld ausgezahlt. Insbesondere werden 2€ gezahlt, falls die Ziffer rot und gerade ist. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.3 eine rote Ziffer, mit Wahrscheinlichkeit 0.6 eine ungerade Ziffer bzw. mit Wahrscheinlichkeit 0.1 eine rote und ungerade Ziffer geworfen wird.
(a) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 2€ liegt im Intervall

A13: (A) $(0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.3]$ (D) $(0.3, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 0€ liegt in

A14: (A) $(0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$ (D) $(0.45, 1]$.

(c) Der im Mittel zu erwartende Gewinn in dem Spiel liegt in (Angaben in €)

A15: (A) $(0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.75]$. (D) $(0.75, \infty)$.

Aufgabe
Von einer Zufallsvariablen X sei bekannt, dass ihr 0.5-Quantil 1 beträgt. Der Zufallsvorgang zu X werde wiederholt beobachtet und die Ergebnisse $x_1, x_2, \ldots, x_n$ notiert. Welche Erwartungshaltung kann man dann für die Beobachtungen ableiten?

A16: (A) Etwa 50% der x_i oder mehr sind ≤ 1. (B) Der Mittelwert der x_i ist etwa 1. (C) Der Wert 1 tritt voraussichtlich am häufigsten auf.

Aufgabe
Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X sei gegeben durch

$$F(x) = 0.2 \cdot x \cdot I_{[0,1)}(x) + 0.4 \cdot I_{[1,2)}(x) + 0.9 \cdot I_{[2,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) Dann gilt:

A17: (A) X ist diskret. (B) X ist stetig. (C) X ist weder diskret noch stetig.

(b) $P(1.5 < X \leq 3)$ liegt in

A18: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.45]. (C) (0.45,0.55]. (D) (0.55,1].

Aufgabe
f sei eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Träger [0,1] und F die dazugehörige Verteilungsfunktion.
(a) $F(1) < F(2)$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gilt $0 \leq f(x) \leq 1$ für alle reellen x. Die Aussage ist

A20: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X sei gegeben durch
$f_X(x) = 2(x+1)I_{[-1,0]}(x)$.
(a) $P(X \geq 0.3)$ liegt in

A21: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.6]. (C) (0.6,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) $E(X^2)$ liegt in

A22: (A) [0,0.08]. (B) (0.08,0.12]. (C) (0.12,0.16]. (D) (0.16,∞).

Aufgabe
X, Y und Z seien unabhängige Zufallsvariablen mit E(X)=1, Var(X)=2, E(Y)=3, Var(Y)=4, E(Z)=2 und Var(Z)=1.
(a) $E(X + 2Y - Z)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 2.5]$. (B) $(2.5, 3.5]$. (C) $(3.5, 4.5]$ (D) $(4.5, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot Z - X^2)$ liegt im Intervall

A24: (A) $(-\infty, 3]$. (B) $(3, 5]$. (C) $(5, 7]$ (D) $(7, \infty)$.

Aufgabe
Herr Bockshorn möchte einen Brief verschicken, ist aber zu faul, die fünfstellige Postleitzahl nachzuschlagen. Stattdessen erzeugt er mit einem Zufallszahlengenerator fünf Ziffern, die die Werte 0,1,. . . ,9 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.1 annehmen und bildet daraus eine fünfstellige Ziffernfolge als Postleitzahl. X sei die Anzahl der Ziffern, die mit den entsprechenden Ziffern der tatsächlichen Postleitzahl übereinstimmen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 1 ist, liegt in

A25: (A) $[0, 0.055]$. (B) $(0.055, 0.065]$. (C) $(0.065, 0.075]$. (D) $(0.075, 1]$.

Aufgabe
Von einem Callcenter werden wöchentlich 10 000 Anrufe für die Direktvermarktung eines Produktes getätigt. Erfahrungsgemäß kommt es nur bei jedem 100. Anruf zum Verkauf des Produktes. Die Anzahl der wöchentlichen Verkäufe ist approximativ Poisson-verteilt mit Parameter

A26: (A) $\lambda = 1/100$. (B) $\lambda = 1$. (C) $\lambda = 10$. (D) $\lambda = 100$.

Aufgabe
X sei binomialverteilt mit Parameter n=10 und $\pi = 0.4$. $P(X = 3)$ liegt im Intervall

A27: (A) $(0, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Die Varianz von X liegt in

A28: (A) $[0, 2.5]$. (B) $(2.5, 3.0]$. (C) $(3.0, 3.5]$. (D) $(3.5, \infty)$.

Aufgabe
Die Laufzeit X von Akkus eines bestimmten Herstellers sei exponentialverteilt mit Parameter λ. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.4 die Laufzeit höchstens 6 Stunden beträgt. λ liegt im Intervall (Angaben in 1/Stunde)

A29: (A) $(0, 0.050]$. (B) $(0.050, 0.065]$. (C) $(0.065, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
Die Fußlänge der männlichen Erwachsenen einer Bevölkerung kann als normalverteilt mit Erwartungswert 28 cm und Standardabweichung 1.2 cm betrachtet werden.
Schuhe der Schuhgröße 44 sind passend für Fußlängen von 28.6 cm bis 29.2 cm. Ein Schuhhersteller plant insgesamt 10000 Herrenschuhe eines Modells zu produzieren und zwar so, dass der Anteil von Schuhen einer bestimmten Schuhgröße in der Produktion jeweils dem Anteil der männlichen Erwachsenen mit dieser Schuhgröße entspricht.
Die Anzahl der zu produzierenden Schuhe der Größe 44 liegt dann in

A30: (A) $[0, 1200]$. (B) $(1200, 1400]$. (C) $(1400, 1600]$ (D) $(1600, 10000]$.

Aufgabe
Der Vektor (X, Y) sei diskret verteilt gemäß folgender Kontingenztabelle:

x \ y	-1	0	1
0	0.25	0	0.25
1	0	0.5	0

Für den Korrelationskoeffizient von X und Y, $\varrho_{X,Y}$, gilt:

A31: (A) $\varrho_{X,Y} = 0$. (B) $\varrho_{X,Y} = -1$. (C) $\varrho_{X,Y} = 1$. (D) $0 < |\varrho_{X,Y}| < 1$.

X und Y sind

A32: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
Im Küchenregal der Mensa stehen vier Kochbroschüren mit der angegebenen Anzahl von Seiten und Rezepten.

(i) „Schwein - lecker“, 40 Seiten, 20 Rezepte.

(ii) „Kartoffelvariationen“, 30 Seiten, 30 Rezepte.

(iii) „Schnell und billig“, 20 Seiten, 20 Rezepte.

(iv) „Reste schmackhaft“, 30 Seiten, 10 Rezepte.

Der Chefkoch greift zufällig eine Broschüre heraus, d.h. jede Broschüre hat die gleiche Chance gezogen zu werden. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Seiten, Y die Anzahl der Rezepte der ausgewählten Broschüre.
Der Erwartungswert von X liegt in

A33: (A) $(-\infty, 25]$. (B) $(25, 30]$. (C) $(30, 35]$. (D) $(35, \infty)$.

Die Varianz von Y liegt in

A34: (A) $[0, 35]$. (B) $(35, 40]$. (C) $(40, 45]$. (D) $(45, \infty)$.

Die Kovarianz von X und Y liegt in

A35: (A) $(-\infty, 0]$. (B) $(0, 10]$. (C) $(10, 20]$. (D) $(20, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + 2x + 2y) I_{[0,1]}(x) I_{[0,2]}(y).$$

$P(X < 0.3, Y > 0.6) \in$

A36: (A) (0,0.15]. (B) (0.15,0.18]. (C) (0.18,0.21]. (D) (0.21,1].

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ sind u.i.v. mit $E(X_i) = \mu$ und $0 < \mathrm{Var}(X_i) < \infty$. Es werden die folgenden Schätzer S_j betrachtet:

$$S_1 = \bar{X}_n, \quad S_2 = X_n, \quad S_3 = X_1 \cdot X_2, \quad S_4 = \frac{X_1 + 2 \cdot X_2 + \cdots + n \cdot X_n}{1 + 2 + \cdots + n}$$

Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer aus S_1 bis S_4 beträgt

A37: (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Der Schätzer S_2 ist konsistent für μ. Die Aussage ist

A38: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ seien diskret u.i.v. gemäß einer Verteilungsfamilie, die mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle beschrieben wird:

a_i	-1	0	1	2
$P(X = a_i)$	0.2	θ	0.3	$0.5 - \theta$

für $\theta \in [0, 0.5]$. (a) Der Momentenschätzer für θ ist

A39: (A) $0.55 - 0.5\bar{X}_n$. (B) $0.5 - 0.5\bar{X}_n$. (C) $0.5 + 0.5\bar{X}_n$. (D) ein anderer Schätzer.

(b) $T_n = 1 - \bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter $\tau = 2\theta - 0.1$. Die Aussage ist

A40: (A) wahr. (B) falsch.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardkonfidenzintervall für den Parameter μ für normalverteilte Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ für $1 \le i \le n$, zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha \in (0, 1)$.
(a) Wenn α kleiner wird, wird das Konfidenzintervall kürzer. Die Aussage ist

A41: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Mit Hilfe von konkreten Beobachtungen wird ein Konfidenzintervall berechnet.
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich μ im realisierten Konfidenzintervall befindet, beträgt $1 - \alpha$.
Die Aussage ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Druckerhersteller möchte feststellen, wieviele Buchstaben ein Druckkopf drucken kann, bevor er funktionsunfähig wird. Die folgenden Zahlen geben die Ergebnisse eines Tests an 10 Druckköpfen an (alle Angaben in Millionen Zeichen):

$$1.1 \quad 1.6 \quad 1.4 \quad 0.9 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.3 \quad 0.8 \quad 1.1 \quad 1.5.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungsdaten aus.
Der Schätzwert für die Standardabweichung von X liegt in

A43: (A) $[-\infty, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.35]$. (D) $(0.35, \infty)$.

Das Konfidenzintervall zum Niveau 0.99 für die im Mittel zu erwartende Anzahl von Zeichen, die mit einem Druckkopf gedruckt werden können, enthält die Werte

A44: (A) 0.80 und 1.25. (B) 0.90 und 1.35. (C) 1.05 und 1.45. (D) 1.15 und 1.55.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Morgenglück nimmt eine Marktstudie vor und befragt 500 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 156 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Morgenglück bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Morgenglück bevorzugen.
Der Schätzwert für π liegt in

A45: (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.33]$. (C) $(0.33, 0.36]$. (D) $(0.36, 1]$.

Die Länge des approximativen 0.9-Konfidenzintervalls für π liegt in

A46: (A) $[0, 0.060]$. (B) $(0.060, 0.075]$. (C) $(0.075, 0.080]$ (D) $(0.080, \infty)$.

Aufgabe
Ein Briefmarkensammler beabsichtigt, eine Sammlung von 200 000 Marken komplett zu verkaufen. Den Anteil π der wertlosen Marken in der Sammlung möchte der Händler anhand des Anteils wertloser Marken in einer Stichprobe vom Umfang n bestimmen. Die Schätzung soll mit Wahrscheinlichkeit 0.9544 um nicht mehr als 0.04 von π abweichen.
Der erforderliche Mindeststichprobenumfang liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 300]$. (B) $(300, 450]$. (C) $(450, 600]$. (D) $(600, \infty)$.

Aufgabe
Für normalverteilte Daten mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 9$ soll folgendes Testproblem für den Erwartungswert μ untersucht werden: $H_0 : \mu = 10$ gegen $H_1 : \mu \neq 10$. Aus einer Stichprobe vom Umfang 50 wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.65$ ermittelt.
Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.11]$. (C) $(0.11, 0.14]$. (D) $(0.14, 1]$.

Zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ ist die Nullhypothese abzulehnen. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie soll der Zusammenhang zwischen dem Beschäftigungsstatus und der mentalen Gesundheit untersucht werden. Dazu wurden 49 Arbeitslose befragt. Aufgrund des Fragebogens wurde jeder Person ein Score-Wert zugewiesen, wobei ein kleinerer Zahlenwert für eine bessere mentale Gesundheit steht. Aus den Score-Werten der Stichprobe wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.94$ und der Schätzwert der Standardabweichung $s = 5.10$ bestimmt. Es soll die Forschungshypothese belegt werden, dass der Scorewert für die mentale Gesundheit bei Arbeitslosen im Mittel größer als 10 ist. Dazu soll ein Test zum Niveau $\alpha = 0.04$ durchgeführt werden. Gehen Sie von normalverteilten Daten aus.
Die Nullhypothese lautet H_0 :

A50: (A) $\mu \leq 10$. (B) $\mu < 10$. (C) $\mu \geq 10$. (D) $\mu > 10$.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A51: (A) $(-\infty, 0.8]$. (B) $(0.8, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.2]$. (D) $(1.2, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

Aufgabe
Ein Käufer möchte auf Stichprobenbasis seine Vermutung belegen, dass der Ausschussanteil in einer Lieferung von 10000 Halbleiterchips größer als 20% ist. In einer Stichprobe vom Umfang 400 aus der Lieferung findet der Käufer 100 schlechte Chips. Zur Überprüfung der Vermutung wird ein Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A53: (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.5]$. (D) $(2.5, \infty)$.

Die Vermutung des Käufers kann

A54: (A) nicht bestätigt (B) bestätigt

werden.

Aufgabe
Ein Unternehmen des öffentlichen Personennahverkehrs behauptet, durch den Einsatz neuer Niederflurwaggons könne die erwartete Fahrzeit einer Straßenbahnlinie verringert werden, da den Fahrgästen das Ein- und Aussteigen erleichtert wird. Bei 100 Fahrten der neuen und 100 Fahrten der alten Waggons erhielt man folgende Stichprobenergebnisse (Angaben in Minuten):

	neue Waggons (x_i)	alte Waggons (y_i)
Mittelwert	47.0	48.0
Schätzwert der Standardabweichung	3.0	8.0

Es soll ein geeigneter Test zum Signifikanzniveau 0.10 zum Nachweis der Behauptung durchgeführt werden.
Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

A55: (A) $[0, 1.1]$. (B) $(1.1, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A56: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Im Regressionsmodell $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ seien die $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ u.i.v. Für 50 Beobachtungen (x_i, y_i) erhielt man folgende Daten

$$\bar{x} = 1.17, \quad \bar{y} = 3.44, \quad s_x^2 = 0.25, \quad s_y^2 = 2.25, \quad \sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 234.31.$$

(a) Der Schätzwert für β ist in

A57: (A) (-∞,1.90]. (B) (1.90,2.20]. (C) (2.20,2.50]. (D) (2.50,∞).

(b) Der Schätzwert für $\sigma_{\hat{\beta}}$ ist in

A58: (A) (0,0.17]. (B) (0.17,0.20]. (C) (0.20,0.23]. (D) (0.23,∞).

Aufgabe
Ein Unternehmen unterstellt für den Zusammenhang zwischen kalkulierten Kosten x_i und den tatsächlichen Kosten Y_i von Aufträgen das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme. Anhand der Zahlenpaare (x_i, Y_i) von 25 zufällig ausgewählten Aufträgen soll $H_0 : \beta \geq 0.95$ zum Signifikanzniveau 0.05 geprüft werden. Die Datenauswertung ergibt $\hat{\beta} = 0.93$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.10$.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A59: (A) ($-\infty$,-1.2]. (B) (-1.2,-0.8]. (C) (-0.8,-0.5]. (D) (-0.5,∞).

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A60: (A) (-∞,-1.90]. (B) (-1.90,-1.80]. (C) (-1.80,-1.70]. (D) (-1.70,∞).

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 2. Termin, 31. August 2010
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

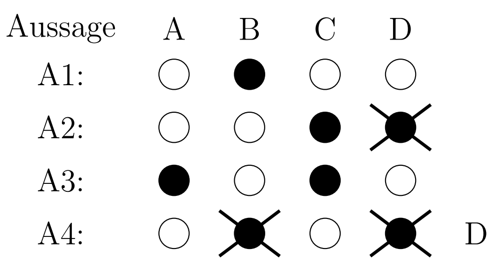
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Sportclub mit 14 männlichen und 6 weiblichen Mitarbeitern möchte einen Vorstand bestehend aus einem Vorsitzenden und drei gleichrangigen Stellvertretern wählen.
Die Anzahl der verschiedenen Vorstände, die sich bilden lassen und in denen mindestens eine Frau verteten ist, liegt in

A1: (A) $(0, 12\,000]$. (B) $(12\,000, 16\,000]$. (C) $(16\,000, 20\,000]$ (D) $(20\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Schublade liegen 5 braune, 6 graue und 6 blaue Strümpfe.
Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig herausgezogene Strümpfe die gleiche Farbe besitzen, liegt in

A2: (A) $(0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.32]$ (D) $(0.32, 1]$.

Aufgabe
Beim Lernen nascht Student Mops gerne spezielle Bonbons, die in mehreren Farben und Geschmacksrichtungen erhältlich sind. Ein Fünftel aller Bonbons in einer Tüte sind rot, ein Viertel haben Erdbeergeschmack. Nicht alle Erdbeerbonbons sind rot.
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem zufälligen Griff in die Bonbontüte ein rotes Bonbon oder eines mit Erdbeergeschmack zu erhalten, ist

A3: (A) größer als 9/20. (B) gleich 9/20. (C) kleiner als 9/20.

Aufgabe
Eine ideale Münze werde vier Mal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse A=„Es wurde genau drei Mal 'Zahl' geworfen“ und B=„Es wurde mindestens ein Mal 'Zahl' geworfen“.
(a) Dann gilt

A4: (A) $A \subsetneq B$. (B) $B \subsetneq A$. (C) A=B. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(A)$ liegt in

A5: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

Hinweis: $A \subsetneq B$ gilt, wenn $A \subset B$ und $A \neq B$.

Aufgabe
Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Die Ereignisse A und B seien unabhängig, die Ereignisse B und C seien unabhängig und die Ereignisse A und C seien disjunkt. Es gelte $P(A), P(B), P(C) > 0$ und $P(A) \neq P(B)$.
(a) Die Aussage $P(A|B) = P(B|A)$ ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Die Aussage $P(A|B \cap C) = P(A)$ ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Gegeben seien zwei Ereignisse A und B mit $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \setminus B) = 0.3$. $P(A|B)$ liegt in

A8: (A) $[0, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
Ein unbemanntes, autonomes Sicherheitssystem soll auf einem Testgelände Eindringlinge aufspüren. Allerdings variiert die Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von den Wetterbedingungen. Dazu wurden folgende Beobachtungen im Testzeitraum gemacht: Das System entdeckt den Eindringling mit Wahrscheinlichkeit 0.7, wenn es regnet, mit Wahrscheinlichkeit 0.85, wenn es bewölkt ist und mit Wahrscheinlichkeit 0.95 bei klarem Himmel. Gehen Sie davon aus, dass es mit Wahrscheinlichkeit 0.2, 0.4 bzw. 0.4 regnet, bewölkt ist bzw. klar ist.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Eindringling an einem zufällig ausgewählten Tag durch das System entdeckt wird, liegt in

A9: (A) $(0, 0.86]$. (B) $(0.86, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es geregnet hat, wenn der Eindringling vom System entdeckt wurde, liegt im Intervall

A10: (A) $(0, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.21]$ (D) $(0.21, 1]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X mit Träger {1,2,3,4} sei verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle:

x	1	2	3	4
P(X=x)	c	2c	2c	5c

Der Wert c liegt im Intervall

A11: (A) $(0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.12]$. (C) $(0.12, 0.14]$. (D) $(0.14, 1]$.

Die Menge aller 0.5-Quantile ist

A12: (A) $\{2\}$. (B) $[2, 3]$. (C) $\{3\}$. (D) $[3, 4]$.

Aufgabe
Bei Durchführung eines Glücksspiels tritt als Ergebnis jeweils eine farbige Ziffer auf. Die Auszahlung beträgt 1€, falls die Ziffer rot ist, und 1€, falls die Ziffer gerade ist. Wenn die Ziffer weder rot noch gerade ist, wird kein Geld ausgezahlt. Insbesondere werden 2€ gezahlt, falls die Ziffer rot und gerade ist. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.4 eine rote Ziffer, mit Wahrscheinlichkeit 0.5 eine ungerade Ziffer bzw. mit Wahrscheinlichkeit 0.1 eine rote und ungerade Ziffer geworfen wird.
(a) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 2€ liegt im Intervall

A13: (A) $(0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.3]$ (D) $(0.3, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 0€ liegt in

A14: (A) $(0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$ (D) $(0.55, 1]$.

(c) Der im Mittel zu erwartende Gewinn in dem Spiel liegt in (Angaben in €)

A15: (A) $(0, 0.9]$. (B) $(0.9, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.1]$. (D) $(1.1, \infty)$.

Aufgabe
Von einer Zufallsvariablen X sei bekannt, dass ihr Erwartungswert 2 beträgt. Der Zufallsvorgang zu X werde wiederholt beobachtet und die Ergebnisse $x_1, x_2, \ldots, x_n$ notiert. Welche Erwartungshaltung kann man dann für die Beobachtungen ableiten?

A16: (A) Der Mittelwert der x_i ist etwa 2. (B) Etwa 50% der x_i oder mehr sind ≤ 2.
(C) Der Wert 2 tritt voraussichtlich am häufigsten auf.

Aufgabe
Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X sei gegeben durch

$$F(x) = 0.2 \cdot I_{[0,1)}(x) + 0.4 \cdot I_{[1,2)}(x) + 0.9 \cdot I_{[2,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) Dann gilt:

A17: (A) X ist diskret. (B) X ist stetig. (C) X ist weder diskret noch stetig.

(b) $P(X \geq 1)$ liegt in

A18: (A) [0,0.45]. (B) (0.45,0.55]. (C) (0.55,0.75]. (D) (0.75,1].

Aufgabe
f sei eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Träger [0,1] und F die dazugehörige Verteilungsfunktion.
(a) $F(0.5) = F(0.6)$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gibt reelle x, für die $1 < f(x) \leq 2$ gilt. Die Aussage ist

A20: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X sei gegeben durch
$f_X(x) = \frac{1}{4}(x+1)I_{[0,2]}(x)$.
(a) $P(X \leq 2.5)$ liegt in

A21: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.6]. (C) (0.6,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) $E(X^2)$ liegt in

A22: (A) [0,1.4]. (B) (1.4,1.6]. (C) (1.6,1.8]. (D) (1.8,∞).

Aufgabe
X, Y und Z seien unabhängige Zufallsvariablen mit E(X)=4, Var(X)=3, E(Y)=2, Var(Y)=1, E(Z)=2 und Var(Z)=1.
(a) $E(X + 2Y - Z)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 4]$. (B) $(4, 6]$. (C) $(6, 8]$ (D) $(8, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot Z - X^2)$ liegt im Intervall

A24: (A) $(-\infty, 0]$. (B) $(0, 2]$. (C) $(2, 4]$ (D) $(4, \infty)$.

Aufgabe

Herr Bockshorn möchte einen Brief verschicken. Er kann sich aber nur an die erste Ziffer der fünfstellige Postleitzahl erinnern. Also erzeugt er mit einem Zufallszahlengenerator vier Ziffern, die die Werte 0,1,...,9 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.1 annehmen und bildet daraus eine fünfstellige Ziffernfolge als Postleitzahl. X sei die Anzahl der vier generierten Ziffern, die mit den entsprechenden Ziffern der tatsächlichen Postleitzahl übereinstimmen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 2 ist, liegt in

A25: (A) $[0, 0.92]$. (B) $(0.92, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.96]$. (D) $(0.96, 1]$.

Aufgabe

Von einem Callcenter werden wöchentlich 5000 Anrufe für die Direktvermarktung eines Produktes getätigt. Erfahrungsgemäß kommt es mit Wahrscheinlichkeit 1/100 bei einem Anruf zum Verkauf des Produktes. Die Anzahl der wöchentlichen Verkäufe ist approximativ Poissonverteilt mit Parameter

A26: (A) $\lambda = 50$. (B) $\lambda = 5$. (C) $\lambda = 1/20$. (D) $\lambda = 1/100$.

Aufgabe

X sei binomialverteilt mit Parameter n=12 und $\pi = 0.5$. $P(X = 3)$ liegt im Intervall

A27: (A) $(0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.12]$. (D) $(0.12, 1]$.

Die Varianz von X liegt in

A28: (A) $[0, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.5]$. (C) $(2.5, 3.0]$. (D) $(3.0, \infty)$.

Aufgabe

Die Laufzeit X von Akkus eines bestimmten Herstellers sei exponentialverteilt mit Parameter λ. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.3 die Laufzeit höchstens 8 Stunden beträgt. λ liegt im Intervall (Angaben in 1/Stunde)

A29: (A) $(0, 0.050]$. (B) $(0.050, 0.065]$. (C) $(0.065, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe

Die Fußlänge der männlichen Erwachsenen einer Bevölkerung kann als normalverteilt mit Erwartungswert 28.5 cm und Standardabweichung 1.0 cm betrachtet werden.
Schuhe der Schuhgröße 44 sind passend für Fußlängen von 28.6 cm bis 29.2 cm. Ein Schuhhersteller plant insgesamt 10000 Herrenschuhe eines Modells zu produzieren und zwar so, dass der Anteil von Schuhen einer bestimmten Schuhgröße in der Produktion jeweils dem Anteil der männlichen Erwachsenen mit dieser Schuhgröße entspricht.
Die Anzahl der zu produzierenden Schuhe der Größe 44 liegt dann in

A30: (A) $[0, 1700]$. (B) $(1700, 1900]$. (C) $(1900, 2100]$ (D) $(2100, 10000]$.

Aufgabe
Der Vektor (X, Y) sei diskret verteilt gemäß folgender Kontingenztabelle:

x \ y	-1	1
0	0	0.4
1	0.6	0

Für den Korrelationskoeffizient von X und Y, $\varrho_{X,Y}$, gilt:

A31: (A) $\varrho_{X,Y} = 0$. (B) $\varrho_{X,Y} = -1$. (C) $\varrho_{X,Y} = 1$. (D) $0 < |\varrho_{X,Y}| < 1$.

Es gilt für $p = P(Y = 1|X = 0)$:

A32: (A) $p = 0$. (B) $p = 1$. (C) $0 < p < 1$.

Aufgabe
Im Küchenregal der Mensa stehen vier Kochbroschüren mit der angegebenen Anzahl von Seiten und Rezepten.

(i) „Schwein - lecker", 40 Seiten, 25 Rezepte.

(ii) „Kartoffelvariationen", 30 Seiten, 25 Rezepte.

(iii) „Schnell und billig", 20 Seiten, 20 Rezepte.

(iv) „Reste schmackhaft", 30 Seiten, 30 Rezepte.

Der Chefkoch greift zufällig eine Broschüre heraus, d.h. jede Broschüre hat die gleiche Chance gezogen zu werden. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Seiten, Y die Anzahl der Rezepte der ausgewählten Broschüre.
Der Erwartungswert von Y liegt in

A33: (A) $(-\infty, 20]$. (B) $(20, 25]$. (C) $(25, 30]$. (D) $(30, \infty)$.

Die Varianz von X liegt in

A34: (A) $[0, 35]$. (B) $(35, 40]$. (C) $(40, 45]$. (D) $(45, \infty)$.

Die Kovarianz von X und Y liegt in

A35: (A) $(-\infty, 0]$. (B) $(0, 10]$. (C) $(10, 20]$. (D) $(20, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + 2x + 2y)I_{[0,1]}(x)I_{[0,2]}(y).$$

$P(X > 0.8, Y > 0.8) \in$

A36: (A) (0,0.15]. (B) (0.15,0.18]. (C) (0.18,0.21]. (D) (0.21,1].

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ sind u.i.v. mit $E(X_i) = \mu$ und $0 < \text{Var}(X_i) < \infty$. Es werden die folgenden Schätzer S_j betrachtet:

$$S_1 = \frac{n}{n+1} \cdot \bar{X}_n, \quad S_2 = X_1 \cdot X_2, \quad S_3 = (X_1 + X_2)/2, \quad S_4 = \sqrt{|X_1 \cdot X_2|}.$$

Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer aus S_1 bis S_4 beträgt

A37: (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Der Schätzer S_3 ist konsistent für μ. Die Aussage ist

A38: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ seien diskret u.i.v. gemäß einer Verteilungsfamilie, die mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle beschrieben wird:

a_i	-2	0	1	2
$P(X = a_i)$	0.2	0.2	0.1+θ	$0.5 - \theta$

für $\theta \in [0, 0.5]$. (a) Der Momentenschätzer für θ ist

A39: (A) $0.5 - 0.5\bar{X}_n$. (B) $0.7 - \bar{X}_n$. (C) $0.6 - 0.7\bar{X}_n$. (D) ein anderer Schätzer.

(b) $T_n = 1/(2 + \bar{X}_n)$ ist konsistent für den Parameter $\tau = 1/(2.5 - \theta)$. Die Aussage ist

A40: (A) wahr. (B) falsch.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardkonfidenzintervall für den Parameter μ für normalverteilte Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ für $1 \leq i \leq n$, zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha \in (0, 1)$.
(a) Wenn α größer wird, dann wird das Konfidenzintervall länger. Die Aussage ist

A41: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Mit Hilfe von konkreten Beobachtungen wird ein Konfidenzintervall berechnet.
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich μ im realisierten Konfidenzintervall befindet, beträgt 1. Die Aussage ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Druckerhersteller möchte feststellen, wieviele Buchstaben ein Druckkopf drucken kann, bevor er funktionsunfähig wird. Die folgenden Zahlen geben die Ergebnisse eines Tests an 8 Druckköpfen an (alle Angaben in Millionen Zeichen):

1.1 1.4 0.9 1.3 1.4 1.3 0.8 1.1.

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungsdaten aus.
Der Schätzwert für die Standardabweichung von X liegt in

A43: (A) $[-\infty, 0.21]$. (B) $(0.21, 0.24]$. (C) $(0.24, 0.27]$. (D) $(0.27, \infty)$.

Das Konfidenzintervall zum Niveau 0.98 für die im Mittel zu erwartende Anzahl von Zeichen, die mit einem Druckkopf gedruckt werden können, enthält die Werte

A44: (A) 0.77 und 1.15. (B) 0.87 und 1.25. (C) 0.97 und 1.35. (D) 1.07 und 1.45.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Morgenglück nimmt eine Marktstudie vor und befragt 400 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 146 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Morgenglück bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Morgenglück bevorzugen.
Der Schätzwert für π liegt in

A45: (A) $[0, 0.29]$. (B) $(0.29, 0.32]$. (C) $(0.32, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Die Länge des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A46: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) $(0.12, \infty)$.

Aufgabe
Ein Briefmarkensammler beabsichtigt, eine Sammlung von 200 000 Marken komplett zu verkaufen. Den Anteil π der wertlosen Marken in der Sammlung möchte der Händler anhand des Anteils wertloser Marken in einer Stichprobe vom Umfang n bestimmen. Die Schätzung soll mit Wahrscheinlichkeit 0.9282 um nicht mehr als 0.05 von π abweichen.
Der erforderliche Mindeststichprobenumfang liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 210]$. (B) $(210, 260]$. (C) $(260, 310]$. (D) $(310, \infty)$.

Aufgabe
Für normalverteilte Daten mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 4$ soll folgendes Testproblem für den Erwartungswert μ untersucht werden: $H_0 : \mu = 10$ gegen $H_1 : \mu \neq 10$. Aus einer Stichprobe vom Umfang 30 wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.6$ ermittelt.
Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.06]$. (C) $(0.06, 0.09]$. (D) $(0.09, 1]$.

Zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ ist die Nullhypothese abzulehnen. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie soll der Zusammenhang zwischen dem Beschäftigungsstatus und der mentalen Gesundheit untersucht werden. Dazu wurden 64 Arbeitslose befragt. Aufgrund des Fragebogens wurde jeder Person ein Score-Wert zugewiesen, wobei ein kleinerer Zahlenwert für eine bessere mentale Gesundheit steht. Aus den Score-Werten der Stichprobe wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.94$ und der Schätzwert der Standardabweichung $s = 4.10$ bestimmt. Es soll die Forschungshypothese belegt werden, dass der Scorewert für die mentale Gesundheit bei Arbeitslosen im Mittel größer als 10 ist. Dazu soll ein Test zum Niveau $\alpha = 0.02$ durchgeführt werden. Gehen Sie von normalverteilten Daten aus.
Die Nullhypothese lautet H_0 :

A50: (A) $\mu \leq 10$. (B) $\mu < 10$. (C) $\mu \geq 10$. (D) $\mu > 10$.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A51: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.7]$. (C) $(1.7, 1.9]$. (D) $(1.9, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

Aufgabe
Ein Käufer möchte auf Stichprobenbasis seine Vermutung belegen, dass der Ausschussanteil in einer Lieferung von 10000 Halbleiterchips größer als 20% ist. In einer Stichprobe vom Umfang 500 aus der Lieferung findet der Käufer 110 schlechte Chips. Zur Überprüfung der Vermutung wird ein Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A53: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.7]$. (C) $(1.7, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

Die Vermutung des Käufers kann

A54: (A) nicht bestätigt (B) bestätigt

werden.

Aufgabe
Ein Unternehmen des öffentlichen Personennahverkehrs behauptet, durch den Einsatz neuer Niederflurwaggons könne die erwartete Fahrzeit einer Straßenbahnlinie verringert werden, da den Fahrgästen das Ein- und Aussteigen erleichtert wird. Bei 100 Fahrten der neuen und 400 Fahrten der alten Waggons erhielt man folgende Stichprobenergebnisse (Angaben in Minuten):

	neue Waggons (x_i)	alte Waggons (y_i)
Mittelwert	46.8	48.0
Schätzwert der Standardabweichung	3.0	8.0

Es soll ein geeigneter Test zum Signifikanzniveau 0.05 zum Nachweis der Behauptung durchgeführt werden.
Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

A55: (A) $[0, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A56: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Im Regressionsmodell $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ seien die $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ u.i.v. Für 50 Beobachtungen (x_i, y_i) erhielt man folgende Daten

$$\bar{x} = 1.45, \quad \bar{y} = 6.52, \quad s_x^2 = 0.31, \quad s_y^2 = 4.01, \quad \sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 522.73.$$

(a) Der Schätzwert für β ist in

A57: (A) (-∞,3.40]. (B) (3.40,3.60]. (C) (3.60,3.80]. (D) (3.80,∞).

(b) Der Schätzwert für $\sigma_{\hat{\beta}}$ ist in

A58: (A) (0,0.20]. (B) (0.20,0.22]. (C) (0.22,0.24]. (D) (0.24,∞).

Aufgabe
Ein Unternehmen unterstellt für den Zusammenhang zwischen kalkulierten Kosten x_i und den tatsächlichen Kosten Y_i von Aufträgen das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme. Anhand der Zahlenpaare (x_i, Y_i) von 20 zufällig ausgewählten Aufträgen soll $H_0 : \beta = 0.90$ zum Signifikanzniveau 0.05 geprüft werden. Die Datenauswertung ergibt $\hat{\beta} = 0.80$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.055$.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A59: (A) ($-\infty$,-2.3]. (B) (-2.3,-2.1]. (C) (-2.1,-1.9]. (D) (-1.9,∞).

(b) Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt im Intervall

A60: (A) (-∞,2.05]. (B) (2.05,2.15]. (C) (2.15,2.25]. (D) (2.25,∞).

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 2. Termin, 31. August 2010
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

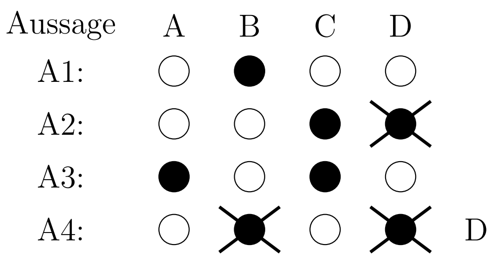
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Ein Sportclub mit 10 männlichen und 5 weiblichen Mitarbeitern möchte einen Vorstand bestehend aus einem Vorsitzenden und drei gleichrangigen Stellvertretern wählen.
Die Anzahl der verschiedenen Vorstände, die sich bilden lassen und in denen mindestens eine Frau verteten ist, liegt in

A1: (A) $(0, 5000]$. (B) $(5000, 6000]$. (C) $(6000, 7000]$ (D) $(7000, \infty)$.

Aufgabe

In einer Schublade liegen 5 braune, 5 graue und 4 blaue Strümpfe.
Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig herausgezogene Strümpfe die gleiche Farbe besitzen, liegt in

A2: (A) $(0, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.27]$ (D) $(0.27, 1]$.

Aufgabe

Beim Lernen nascht Student Mops gerne spezielle Bonbons, die in mehreren Farben und Geschmacksrichtungen erhältlich sind. Ein Drittel aller Bonbons in einer Tüte sind rot, ein Viertel haben Erdbeergeschmack. Nicht alle Erdbeerbonbons sind rot.
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem zufälligen Griff in die Bonbontüte ein rotes Bonbon oder eines mit Erdbeergeschmack zu erhalten, ist

A3: (A) kleiner als 7/12. (B) gleich 7/12. (C) größer als 7/12.

Aufgabe

Eine ideale Münze werde fünf Mal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse A=„Es wurde genau ein Mal 'Zahl' geworfen“ und B=„Es wurde genau vier Mal 'Wappen' geworfen“.
(a) Dann gilt

A4: (A) A=B. (B) $A \subsetneq B$. (C) $B \subsetneq A$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(A)$ liegt in

A5: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Hinweis: $A \subsetneq B$ gilt, wenn $A \subset B$ und $A \neq B$.

Aufgabe

Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Die Ereignisse A und B seien unabhängig und die Ereignisse B und C seien unabhängig. Es gelte $0 < P(A), P(B), P(C) < 1$.
(a) Die Aussage $P(A|B) = P(A|\bar{B})$ ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Die Aussage $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Gegeben seien zwei Ereignisse A und B mit $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \setminus B) = 0.3$. $P(B \setminus A)$ liegt in

A8: (A) $[0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

Aufgabe
Ein unbemanntes, autonomes Sicherheitssystem soll auf einem Testgelände Eindringlinge aufspüren. Allerdings variiert die Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von den Wetterbedingungen. Dazu wurden folgende Beobachtungen im Testzeitraum gemacht: Das System entdeckt den Eindringling mit Wahrscheinlichkeit 0.8, wenn es regnet, mit Wahrscheinlichkeit 0.85, wenn es bewölkt ist und mit Wahrscheinlichkeit 0.95 bei klarem Himmel. Gehen Sie davon aus, dass es mit Wahrscheinlichkeit 0.2, 0.3 bzw. 0.5 regnet, bewölkt ist bzw. klar ist.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Eindringling an einem zufällig ausgewählten Tag durch das System entdeckt wird, liegt in

A9: (A) $(0, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.90]$. (C) $(0.90, 0.92]$. (D) $(0.92, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es bewölkt war, wenn der Eindringling vom System entdeckt wurde, liegt im Intervall

A10: (A) $(0, 0.295]$. (B) $(0.295, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.325]$ (D) $(0.325, 1]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X mit Träger {1,2,3,4} sei verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle:

x	1	2	3	4
P(X=x)	2c	c	2c	c

Der Wert c liegt im Intervall

A11: (A) $(0, 0.09]$. (B) $(0.09, 0.12]$. (C) $(0.12, 0.15]$. (D) $(0.15, 1]$.

Die Menge aller 0.5-Quantile ist

A12: (A) $[2, 3]$. (B) $\{2\}$. (C) $\{3\}$. (D) $[3, 4]$.

Aufgabe
Bei Durchführung eines Glücksspiels tritt als Ergebnis jeweils eine farbige Ziffer auf. Die Auszahlung beträgt 1€, falls die Ziffer rot ist, und 1€, falls die Ziffer gerade ist. Wenn die Ziffer weder rot noch gerade ist, wird kein Geld ausgezahlt. Insbesondere werden 2€ gezahlt, falls die Ziffer rot und gerade ist. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.3 eine rote Ziffer, mit Wahrscheinlichkeit 0.6 eine ungerade Ziffer bzw. mit Wahrscheinlichkeit 0.2 eine rote und ungerade Ziffer geworfen wird.
(a) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 2€ liegt im Intervall

A13: (A) $(0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.3]$ (D) $(0.3, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 0€ liegt in

A14: (A) $(0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$ (D) $(0.45, 1]$.

(c) Der im Mittel zu erwartende Gewinn in dem Spiel liegt in (Angaben in €)

A15: (A) $(0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.75]$. (D) $(0.75, \infty)$.

Aufgabe
Von einer Zufallsvariablen X sei bekannt, dass ihr 0.5-Quantil 1 beträgt. Der Zufallsvorgang zu X werde wiederholt beobachtet und die Ergebnisse $x_1, x_2, \ldots, x_n$ notiert. Welche Erwartungshaltung kann man dann für die Beobachtungen ableiten?

A16: (A) Etwa 50% der x_i oder mehr sind ≥ 1. (B) Der Mittelwert der x_i ist etwa 1. (C) Der Wert 1 tritt voraussichtlich am häufigsten auf.

Aufgabe
Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X sei gegeben durch

$$F(x) = 0.2 \cdot x \cdot I_{[0,1)}(x) + (0.2 + 0.2x) \cdot I_{[1,2)}(x) + 0.9 \cdot I_{[2,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) Dann gilt:

A17: (A) X ist diskret. (B) X ist stetig. (C) X ist weder diskret noch stetig.

(b) $P(1.5 < X \leq 3)$ liegt in

A18: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.45]. (C) (0.45,0.55]. (D) (0.55,1].

Aufgabe
f sei eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Träger [0,1] und F die dazugehörige Verteilungsfunktion.
(a) $F(0.5) \leq 0.5$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $f(0.5) \leq 1$. Die Aussage ist

A20: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X sei gegeben durch
$f_X(x) = (1 + 0.5x)I_{[-2,0]}(x)$.
(a) $P(X \geq 0.2)$ liegt in

A21: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.6]. (C) (0.6,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) $E(X^2)$ liegt in

A22: (A) [0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) $(0.8,\infty)$.

Aufgabe
X, Y und Z seien unabhängige Zufallsvariablen mit E(X)=1, Var(X)=2, E(Y)=3, Var(Y)=4, E(Z)=3 und Var(Z)=4.
(a) $E(X + 2Y - Z)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 4]$. (B) $(4, 5]$. (C) $(5, 6]$ (D) $(6, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot Z - X^2)$ liegt im Intervall

A24: (A) $(-\infty, 3]$. (B) $(3, 5]$. (C) $(5, 7]$ (D) $(7, \infty)$.

Aufgabe
Herr Bockshorn möchte einen Brief verschicken, ist aber zu faul, die fünfstellige Postleitzahl nachzuschlagen. Stattdessen erzeugt er mit einem Zufallszahlengenerator fünf Ziffern, die die Werte 0,1,. . . ,9 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.1 annehmen und bildet daraus eine fünfstellige Ziffernfolge als Postleitzahl. X sei die Anzahl der Ziffern, die mit den entsprechenden Ziffern der tatsächlichen Postleitzahl übereinstimmen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 2 ist, liegt in

A25: (A) $[0, 0.6]$. (B) $(0.6, 0.7]$. (C) $(0.7, 0.8]$. (D) $(0.8, 1]$.

Aufgabe
Von einem Callcenter werden wöchentlich 10 000 Anrufe für die Direktvermarktung eines Produktes getätigt. Erfahrungsgemäß kommt es mit Wahrscheinlichkeit 1/200 bei einem Anruf zum Verkauf des Produktes. Die Anzahl der wöchentlichen Verkäufe ist approximativ Poissonverteilt mit Parameter

A26: (A) $\lambda = 1/200$. (B) $\lambda = 1$. (C) $\lambda = 50$. (D) $\lambda = 100$.

Aufgabe
X sei binomialverteilt mit Parameter n=10 und $\pi = 0.5$. $P(X = 4)$ liegt im Intervall

A27: (A) $(0, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.22]$. (C) $(0.22, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

Die Varianz von X liegt in

A28: (A) $[0, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.4]$. (D) $(2.4, \infty)$.

Aufgabe
Die Laufzeit X von Akkus eines bestimmten Herstellers sei exponentialverteilt mit Parameter λ. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.3 die Laufzeit höchstens 6 Stunden beträgt. λ liegt im Intervall (Angaben in 1/Stunde)

A29: (A) $(0, 0.050]$. (B) $(0.050, 0.065]$. (C) $(0.065, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
Die Fußlänge der männlichen Erwachsenen einer Bevölkerung kann als normalverteilt mit Erwartungswert 28 cm und Standardabweichung 1.5 cm betrachtet werden.
Schuhe der Schuhgröße 44 sind passend für Fußlängen von 28.6 cm bis 29.2 cm. Ein Schuhhersteller plant insgesamt 10000 Herrenschuhe eines Modells zu produzieren und zwar so, dass der Anteil von Schuhen einer bestimmten Schuhgröße in der Produktion jeweils dem Anteil der männlichen Erwachsenen mit dieser Schuhgröße entspricht.
Die Anzahl der zu produzierenden Schuhe der Größe 44 liegt dann in

A30: (A) $[0, 900]$. (B) $(900, 1100]$. (C) $(1100, 1300]$ (D) $(1300, 10000]$.

Aufgabe
Der Vektor (X, Y) sei diskret verteilt gemäß folgender Kontingenztabelle:

x \ y	-1	0	1
0	0.2	0	0.3
1	0	0.5	0

Für den Korrelationskoeffizient von X und Y, $\varrho_{X,Y}$, gilt:

A31: (A) $\varrho_{X,Y} = -1$. (B) $\varrho_{X,Y} = 0$. (C) $0 < |\varrho_{X,Y}| < 1$. (D) $\varrho_{X,Y} = 1$.

X und Y sind

A32: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
Im Küchenregal der Mensa stehen vier Kochbroschüren mit der angegebenen Anzahl von Seiten und Rezepten.

(i) „Schwein - lecker“, 20 Seiten, 10 Rezepte.

(ii) „Kartoffelvariationen“, 30 Seiten, 30 Rezepte.

(iii) „Schnell und billig“, 20 Seiten, 20 Rezepte.

(iv) „Reste schmackhaft“, 30 Seiten, 10 Rezepte.

Der Chefkoch greift zufällig eine Broschüre heraus, d.h. jede Broschüre hat die gleiche Chance gezogen zu werden. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Seiten, Y die Anzahl der Rezepte der ausgewählten Broschüre.
Der Erwartungswert von X liegt in

A33: (A) $(-\infty, 15]$. (B) $(15, 20]$. (C) $(20, 25]$. (D) $(25, \infty)$.

Die Varianz von Y liegt in

A34: (A) $[0, 50]$. (B) $(50, 60]$. (C) $(60, 70]$. (D) $(70, \infty)$.

Die Kovarianz von X und Y liegt in

A35: (A) $(-\infty, 10]$. (B) $(10, 15]$. (C) $(15, 20]$. (D) $(20, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + 2x + 2y) I_{[0,1]}(x) I_{[0,2]}(y).$$

$P(X > 0.5, Y < 0.6) \in$

A36: (A) $(0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.13]$. (C) $(0.13, 0.16]$. (D) $(0.16, 1]$.

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ sind u.i.v. mit $E(X_i) = \mu$ und $0 < \mathrm{Var}(X_i) < \infty$. Es werden die folgenden Schätzer S_j betrachtet:

$$S_1 = \bar{X}_n, \quad S_2 = X_1 \cdot X_2, \quad S_3 = \frac{1}{n}(X_1 + 2 \cdot X_2 + \cdots + n \cdot X_n),, \quad S_4 = X_n.$$

Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer aus S_1 bis S_4 beträgt

A37: (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Der Schätzer S_4 ist konsistent für μ. Die Aussage ist

A38: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ seien diskret u.i.v. gemäß einer Verteilungsfamilie, die mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle beschrieben wird:

a_i	-1	0	1	3
$P(X = a_i)$	0.2	θ	0.3	$0.5 - \theta$

für $\theta \in [0, 0.5]$. (a) Der Momentenschätzer für θ ist

A39: (A) $\frac{7}{15} + \frac{1}{2}\bar{X}_n$. (B) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\bar{X}_n$. (C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\bar{X}_n$. (D) ein anderer Schätzer.

(b) $T_n = 1 - \bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter $\tau = 2\theta - 0.6$. Die Aussage ist

A40: (A) wahr. (B) falsch.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardkonfidenzintervall für den Parameter μ für normalverteilte Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ für $1 \leq i \leq n$, zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha \in (0, 1)$.
(a) Wenn α kleiner wird, wird das Konfidenzintervall länger. Die Aussage ist

A41: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Mit Hilfe von konkreten Beobachtungen wird ein Konfidenzintervall berechnet.
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich μ im realisierten Konfidenzintervall befindet, beträgt $1 - \alpha$.
Die Aussage ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Druckerhersteller möchte feststellen, wieviele Buchstaben ein Druckkopf drucken kann, bevor er funktionsunfähig wird. Die folgenden Zahlen geben die Ergebnisse eines Tests an 10 Druckköpfen an (alle Angaben in Millionen Zeichen):

1.3 1.9 1.7 1.2 1.6 1.7 1.6 1.1 1.4 1.8.

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungsdaten aus.
Der Schätzwert für die Standardabweichung von X liegt in

A43: (A) $[-\infty, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.31]$. (D) $(0.31, \infty)$.

Das Konfidenzintervall zum Niveau 0.99 für die im Mittel zu erwartende Anzahl von Zeichen, die mit einem Druckkopf gedruckt werden können, enthält die Werte

A44: (A) 1.30 und 1.75. (B) 1.40 und 1.85. (C) 1.50 und 1.95. (D) 1.60 und 2.05.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Morgenglück nimmt eine Marktstudie vor und befragt 300 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 156 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Morgenglück bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Morgenglück bevorzugen.
Der Schätzwert für π liegt in

A45: (A) $[0, 0.44]$. (B) $(0.44, 0.47]$. (C) $(0.47, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

Die Länge des approximativen 0.9-Konfidenzintervalls für π liegt in

A46: (A) $[0, 0.090]$. (B) $(0.090, 0.110]$. (C) $(0.110, 0.130]$ (D) $(0.130, \infty)$.

Aufgabe
Ein Briefmarkensammler beabsichtigt, eine Sammlung von 200 000 Marken komplett zu verkaufen. Den Anteil π der wertlosen Marken in der Sammlung möchte der Händler anhand des Anteils wertloser Marken in einer Stichprobe vom Umfang n bestimmen. Die Schätzung soll mit Wahrscheinlichkeit 0.9544 um nicht mehr als 0.03 von π abweichen.
Der erforderliche Mindeststichprobenumfang liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 750]$. (B) $(750, 900]$. (C) $(900, 1050]$. (D) $(1050, \infty)$.

Aufgabe
Für normalverteilte Daten mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 6.25$ soll folgendes Testproblem für den Erwartungswert μ untersucht werden: $H_0 : \mu = 10$ gegen $H_1 : \mu \neq 10$. Aus einer Stichprobe vom Umfang 50 wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.65$ ermittelt.
Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.050]$. (B) $(0.050, 0.070]$. (C) $(0.070, 0.090]$. (D) $(0.090, 1]$.

Zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.06$ ist die Nullhypothese abzulehnen. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie soll der Zusammenhang zwischen dem Beschäftigungsstatus und der mentalen Gesundheit untersucht werden. Dazu wurden 49 Arbeitslose befragt. Aufgrund des Fragebogens wurde jeder Person ein Score-Wert zugewiesen, wobei ein kleinerer Zahlenwert für eine bessere mentale Gesundheit steht. Aus den Score-Werten der Stichprobe wurde der Mittelwert $\bar{x} = 11.44$ und der Schätzwert der Standardabweichung $s = 5.10$ bestimmt. Es soll die Forschungshypothese belegt werden, dass der Scorewert für die mentale Gesundheit bei Arbeitslosen im Mittel größer als 10 ist. Dazu soll ein Test zum Niveau $\alpha = 0.03$ durchgeführt werden. Gehen Sie von normalverteilten Daten aus.
Die Alternative lautet H_1 :

A50: (A) $\mu \leq 10$. (B) $\mu < 10$. (C) $\mu \geq 10$. (D) $\mu > 10$.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A51: (A) $(-\infty, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.2]$. (C) $(2.2, 2.4]$. (D) $(2.4, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.65]$. (B) $(1.65, 1.75]$. (C) $(1.75, 1.85]$. (D) $(1.85, \infty)$.

Aufgabe
Ein Käufer möchte auf Stichprobenbasis seine Vermutung belegen, dass der Ausschussanteil in einer Lieferung von 10000 Halbleiterchips größer als 20% ist. In einer Stichprobe vom Umfang 200 aus der Lieferung findet der Käufer 48 schlechte Chips. Zur Überprüfung der Vermutung wird ein Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A53: (A) $(-\infty, 1.35]$. (B) $(1.35, 1.55]$. (C) $(1.55, 1.75]$. (D) $(1.75, \infty)$.

Die Vermutung des Käufers kann

A54: (A) nicht bestätigt (B) bestätigt

werden.

Aufgabe
Ein Unternehmen des öffentlichen Personennahverkehrs behauptet, durch den Einsatz neuer Niederflurwaggons könne die erwartete Fahrzeit einer Straßenbahnlinie verringert werden, da den Fahrgästen das Ein- und Aussteigen erleichtert wird. Bei 100 Fahrten der neuen und 100 Fahrten der alten Waggons erhielt man folgende Stichprobenergebnisse (Angaben in Minuten):

	neue Waggons (x_i)	alte Waggons (y_i)
Mittelwert	47.0	48.0
Schätzwert der Standardabweichung	6.0	12.0

Es soll ein geeigneter Test zum Signifikanzniveau 0.10 zum Nachweis der Behauptung durchgeführt werden.
Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

A55: (A) $[0, 0.70]$. (B) $(0.70, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.70]$. (D) $(1.70, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A56: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Im Regressionsmodell $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ seien die $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ u.i.v. Für 50 Beobachtungen (x_i, y_i) erhielt man folgende Daten

$$\bar{x} = 1.17, \quad \bar{y} = 3.44, \quad s_x^2 = 0.35, \quad s_y^2 = 3.25, \quad \sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 234.31.$$

(a) Der Schätzwert für β ist in

A57: (A) (-∞,1.80]. (B) (1.80,2.10]. (C) (2.10,2.40]. (D) (2.40,∞).

(b) Der Schätzwert für $\sigma_{\hat{\beta}}$ ist in

A58: (A) (0,0.36]. (B) (0.36,0.40]. (C) (0.40,0.44]. (D) (0.44,∞).

Aufgabe
Ein Unternehmen unterstellt für den Zusammenhang zwischen kalkulierten Kosten x_i und den tatsächlichen Kosten Y_i von Aufträgen das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme. Anhand der Zahlenpaare (x_i, Y_i) von 15 zufällig ausgewählten Aufträgen soll $H_0 : \beta \leq 0.95$ zum Signifikanzniveau 0.05 geprüft werden. Die Datenauswertung ergibt $\hat{\beta} = 1.05$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.06$.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A59: (A) ($-\infty$,1.70]. (B) (1.70,1.90]. (C) (1.90,2.10]. (D) (2.10,∞).

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A60: (A) (-∞,1.52]. (B) (1.52,1.62]. (C) (1.62,1.72]. (D) (1.72,∞).

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 2. Termin, 31. August 2010
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Sportclub mit 12 männlichen und 6 weiblichen Mitarbeitern möchte einen Vorstand bestehend aus einem Vorsitzenden und drei gleichrangigen Stellvertretern wählen.
Die Anzahl der verschiedenen Vorstände, die sich bilden lassen und in denen mindestens eine Frau verteten ist, liegt in

A1: (A) $(0, 11\,000]$. (B) $(11\,000, 15\,000]$. (C) $(15\,000, 19\,000]$ (D) $(19\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Schublade liegen 6 braune, 6 graue und 8 blaue Strümpfe.
Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig herausgezogene Strümpfe die gleiche Farbe besitzen, liegt in

A2: (A) $(0, 0.26]$. (B) $(0.26, 0.29]$. (C) $(0.29, 0.32]$ (D) $(0.32, 1]$.

Aufgabe
Beim Lernen nascht Student Mops gerne spezielle Bonbons, die in mehreren Farben und Geschmacksrichtungen erhältlich sind. Ein Fünftel aller Bonbons in einer Tüte sind rot, ein Viertel haben Erdbeergeschmack. Nicht alle Erdbeerbonbons sind rot.
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem zufälligen Griff in die Bonbontüte ein rotes Bonbon oder eines mit Erdbeergeschmack zu erhalten, ist

A3: (A) gleich 9/20. (B) kleiner als 9/20. (C) größer als 9/20.

Aufgabe
Eine ideale Münze werde vier Mal geworfen. Wir betrachten die Ereignisse A=„Es wurde genau drei Mal 'Zahl' geworfen“ und B=„Es wurde genau zwei Mal 'Wappen' geworfen“.
(a) Dann gilt

A4: (A) $A \subsetneq B$. (B) $B \subsetneq A$. (C) A=B. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(A)$ liegt in

A5: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Hinweis: $A \subsetneq B$ gilt, wenn $A \subset B$ und $A \neq B$.

Aufgabe
Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Die Ereignisse A, B und C seien unabhängig und es gelte $P(B \cap C) > 0$.
(a) Die Aussage $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Die Aussage $P(A|B \cap C) = P(A)$ ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Gegeben seien zwei Ereignisse A und B mit $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \setminus B) = 0.4$. $P(A|B)$ liegt in

A8: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

Aufgabe
Ein unbemanntes, autonomes Sicherheitssystem soll auf einem Testgelände Eindringlinge aufspüren. Allerdings variiert die Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von den Wetterbedingungen. Dazu wurden folgende Beobachtungen im Testzeitraum gemacht: Das System entdeckt den Eindringling mit Wahrscheinlichkeit 0.7, wenn es regnet, mit Wahrscheinlichkeit 0.85, wenn es bewölkt ist und mit Wahrscheinlichkeit 0.95 bei klarem Himmel. Gehen Sie davon aus, dass es mit Wahrscheinlichkeit 0.3, 0.3 bzw. 0.4 regnet, bewölkt ist bzw. klar ist.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Eindringling an einem zufällig ausgewählten Tag durch das System entdeckt wird, liegt in

A9: (A) $(0, 0.800]$. (B) $(0.800, 0.820]$. (C) $(0.820, 0.840]$. (D) $(0.840, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es geregnet hat, wenn der Eindringling vom System entdeckt wurde, liegt im Intervall

A10: (A) $(0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.28]$ (D) $(0.28, 1]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X mit Träger {1,2,3,4} sei verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle:

x	1	2	3	4
P(X=x)	c	3c	3c	4c

Der Wert c liegt im Intervall

A11: (A) $(0, 0.080]$. (B) $(0.080, 0.095]$. (C) $(0.095, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Die Menge aller 0.5-Quantile ist

A12: (A) $\{2\}$. (B) $[2, 3]$. (C) $\{3\}$. (D) $[3, 4]$.

Aufgabe
Bei Durchführung eines Glücksspiels tritt als Ergebnis jeweils eine farbige Ziffer auf. Die Auszahlung beträgt 1€, falls die Ziffer rot ist, und 1€, falls die Ziffer gerade ist. Wenn die Ziffer weder rot noch gerade ist, wird kein Geld ausgezahlt. Insbesondere werden 2€ gezahlt, falls die Ziffer rot und gerade ist. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.4 eine rote Ziffer, mit Wahrscheinlichkeit 0.5 eine ungerade Ziffer bzw. mit Wahrscheinlichkeit 0.2 eine rote und ungerade Ziffer geworfen wird.
(a) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 2€ liegt im Intervall

A13: (A) $(0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$ (D) $(0.35, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit für die Auszahlung von 0€ liegt in

A14: (A) $(0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.25]$ (D) $(0.25, 1]$.

(c) Der im Mittel zu erwartende Gewinn in dem Spiel liegt in (Angaben in €)

A15: (A) $(0, 0.9]$. (B) $(0.9, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.1]$. (D) $(1.1, \infty)$.

Aufgabe
Von einer Zufallsvariablen X sei bekannt, dass ihr Erwartungswert 2 beträgt. Der Zufallsvorgang zu X werde wiederholt beobachtet und die Ergebnisse $x_1, x_2, \ldots, x_n$ notiert. Welche Erwartungshaltung kann man dann für die Beobachtungen ableiten?

A16: (A) Etwa 50% der x_i oder mehr sind ≥ 2. (B) Der Mittelwert der x_i ist etwa 2.
(C) Der Wert 2 tritt voraussichtlich am häufigsten auf.

Aufgabe
Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X sei gegeben durch

$$F(x) = 0.5 \cdot x \cdot I_{[0,1)}(x) + (0.25 + 0.25x) \cdot I_{[1,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) Dann gilt:

A17: (A) X ist diskret. (B) X ist stetig. (C) X ist weder diskret noch stetig.

(b) $P(X \leq 1.5)$ liegt in

A18: (A) [0,0.55]. (B) (0.55,0.65]. (C) (0.65,0.75]. (D) (0.75,1].

Aufgabe
f sei eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Träger [0,0.5] und F die dazugehörige Verteilungsfunktion.
(a) $F(0.2) < F(0.3)$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gilt $0 \leq f(x) \leq 1$ für alle reellen x. Die Aussage ist

A20: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X sei gegeben durch
$f_X(x) = \frac{2}{15}(x+1)I_{[0,3]}(x)$.
(a) $P(X \leq 3.5)$ liegt in

A21: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.6]. (C) (0.6,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) $E(X^2)$ liegt in

A22: (A) [0,3.8]. (B) (3.8,4.1]. (C) (4.1,4.4]. (D) (4.4,∞).

Aufgabe
X, Y und Z seien unabhängige Zufallsvariablen mit E(X)=4, Var(X)=3, E(Y)=2, Var(Y)=1, E(Z)=4 und Var(Z)=3.
(a) $E(X + 2Y - Z)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 2.5]$. (C) $(2.5, 3.5]$ (D) $(3.5, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot Z - X^2)$ liegt im Intervall

A24: (A) $(-\infty, -13]$. (B) $(-13, -11]$. (C) $(-11, -9]$ (D) $(-9, \infty)$.

Aufgabe
Herr Bockshorn möchte einen Brief verschicken. Er kann sich aber nur an die erste Ziffer der fünfstellige Postleitzahl erinnern. Also erzeugt er mit einem Zufallszahlengenerator vier Ziffern, die die Werte 0,1,...,9 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.1 annehmen und bildet daraus eine fünfstellige Ziffernfolge als Postleitzahl. X sei die Anzahl der vier generierten Ziffern, die mit den entsprechenden Ziffern der tatsächlichen Postleitzahl übereinstimmen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 1 ist, liegt in

A25: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.050]$. (C) $(0.050, 0.060]$. (D) $(0.060, 1]$.

Aufgabe
Von einem Callcenter werden wöchentlich 5000 Anrufe für die Direktvermarktung eines Produktes getätigt. Erfahrungsgemäß kommt es mit Wahrscheinlichkeit 1/100 bei einem Anruf zum Verkauf des Produktes. Die Anzahl der wöchentlichen Verkäufe ist approximativ Poisson-verteilt mit Parameter

A26: (A) $\lambda = 1/100$. (B) $\lambda = 1/20$. (C) $\lambda = 5$. (D) $\lambda = 50$.

Aufgabe
X sei binomialverteilt mit Parameter n=12 und $\pi = 0.4$. $P(X = 4)$ liegt im Intervall

A27: (A) $(0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.29]$. (D) $(0.29, 1]$.

Die Varianz von X liegt in

A28: (A) $[0, 2.4]$. (B) $(2.4, 2.7]$. (C) $(2.7, 3.0]$. (D) $(3.0, \infty)$.

Aufgabe
Die Laufzeit X von Akkus eines bestimmten Herstellers sei exponentialverteilt mit Parameter λ. Es sei bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.4 die Laufzeit höchstens 8 Stunden beträgt. λ liegt im Intervall (Angaben in 1/Stunde)

A29: (A) $(0, 0.055]$. (B) $(0.055, 0.070]$. (C) $(0.070, 0.085]$. (D) $(0.085, 1]$.

Aufgabe
Die Fußlänge der männlichen Erwachsenen einer Bevölkerung kann als normalverteilt mit Erwartungswert 28.5 cm und Standardabweichung 1.5 cm betrachtet werden.
Schuhe der Schuhgröße 44 sind passend für Fußlängen von 28.6 cm bis 29.2 cm. Ein Schuhhersteller plant insgesamt 10 000 Herrenschuhe eines Modells zu produzieren und zwar so, dass der Anteil von Schuhen einer bestimmten Schuhgröße in der Produktion jeweils dem Anteil der männlichen Erwachsenen mit dieser Schuhgröße entspricht.
Die Anzahl der zu produzierenden Schuhe der Größe 44 liegt dann in

A30: (A) $[0, 1200]$. (B) $(1200, 1400]$. (C) $(1400, 1600]$ (D) $(1600, 10000]$.

Aufgabe
Der Vektor (X, Y) sei diskret verteilt gemäß folgender Kontingenztabelle:

x \ y	-1	1
0	0.3	0
1	0	0.7

Für den Korrelationskoeffizient von X und Y, $\varrho_{X,Y}$, gilt:

A31: (A) $\varrho_{X,Y} = 0$. (B) $\varrho_{X,Y} = -1$. (C) $\varrho_{X,Y} = 1$. (D) $0 < |\varrho_{X,Y}| < 1$.

Es gilt für $p = P(Y = -1|X = 0)$:

A32: (A) $p = 0$. (B) $0 < p < 1$. (C) $p = 1$.

Aufgabe
Im Küchenregal der Mensa stehen vier Kochbroschüren mit der angegebenen Anzahl von Seiten und Rezepten.

(i) „Schwein - lecker“, 20 Seiten, 15 Rezepte.

(ii) „Kartoffelvariationen“, 30 Seiten, 25 Rezepte.

(iii) „Schnell und billig“, 20 Seiten, 20 Rezepte.

(iv) „Reste schmackhaft“, 30 Seiten, 30 Rezepte.

Der Chefkoch greift zufällig eine Broschüre heraus, d.h. jede Broschüre hat die gleiche Chance gezogen zu werden. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der Seiten, Y die Anzahl der Rezepte der ausgewählten Broschüre.
Der Erwartungswert von Y liegt in

A33: (A) $(-\infty, 20]$. (B) $(20, 25]$. (C) $(25, 30]$. (D) $(30, \infty)$.

Die Varianz von X liegt in

A34: (A) $[0, 15]$. (B) $(15, 20]$. (C) $(20, 25]$. (D) $(25, \infty)$.

Die Kovarianz von X und Y liegt in

A35: (A) $(-\infty, 30]$. (B) $(30, 35]$. (C) $(35, 40]$. (D) $(40, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + 2x + 2y)I_{[0,1]}(x)I_{[0,2]}(y).$$

$P(X > 0.4, Y < 0.8) \in$

A36: (A) (0,0.15]. (B) (0.15,0.18]. (C) (0.18,0.21]. (D) (0.21,1].

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ sind u.i.v. mit $E(X_i) = \mu$ und $0 < \mathrm{Var}(X_i) < \infty$. Es werden die folgenden Schätzer S_j betrachtet:

$$S_1 = \frac{n}{n+1} \cdot \bar{X}_n, \quad S_2 = 2X_1 - X_2, \quad S_3 = (X_1 + X_2)/2, \quad S_4 = \bar{X}_n.$$

Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer aus S_1 bis S_4 beträgt

A37: (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Der Schätzer S_1 ist konsistent für μ. Die Aussage ist

A38: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ seien diskret u.i.v. gemäß einer Verteilungsfamilie, die mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle beschrieben wird:

a_i	-2	0	1	3
$P(X = a_i)$	0.2	0.2	0.1+θ	$0.5 - \theta$

für $\theta \in [0, 0.5]$. (a) Der Momentenschätzer für θ ist

A39: (A) $0.6 - 0.7\bar{X}_n$. (B) $0.7 - 0.5\bar{X}_n$. (C) $0.6 - 0.5\bar{X}_n$. (D) ein anderer Schätzer.

(b) $T_n = 1/(2 + \bar{X}_n)$ ist konsistent für den Parameter $\tau = 1/(3.2 - 3\,\theta)$. Die Aussage ist

A40: (A) wahr. (B) falsch.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardkonfidenzintervall für den Parameter μ für normalverteilte Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ für $1 \leq i \leq n$, zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha \in (0, 1)$.
(a) Wenn $1 - \alpha$ größer wird, dann wird das Konfidenzintervall kürzer. Die Aussage ist

A41: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Mit Hilfe von konkreten Beobachtungen wird ein Konfidenzintervall berechnet.
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich μ im realisierten Konfidenzintervall befindet, beträgt 0. Die Aussage ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Druckerhersteller möchte feststellen, wieviele Buchstaben ein Druckkopf drucken kann, bevor er funktionsunfähig wird. Die folgenden Zahlen geben die Ergebnisse eines Tests an 8 Druckköpfen an (alle Angaben in Millionen Zeichen):

1.4 1.7 1.2 1.6 1.7 1.6 1.1 1.4.

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungsdaten aus.
Der Schätzwert für die Standardabweichung von X liegt in

A43: (A) $[-\infty, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.30]$. (D) $(0.30, \infty)$.

Das Konfidenzintervall zum Niveau 0.98 für die im Mittel zu erwartende Anzahl von Zeichen, die mit einem Druckkopf gedruckt werden können, enthält die Werte

A44: (A) 0.97 und 1.32. (B) 1.07 und 1.42. (C) 1.17 und 1.52. (D) 1.27 und 1.62.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Morgenglück nimmt eine Marktstudie vor und befragt 320 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 146 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Morgenglück bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Morgenglück bevorzugen.
Der Schätzwert für π liegt in

A45: (A) $[0, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

Die Länge des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A46: (A) $[0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.10]$. (D) $(0.10, \infty)$.

Aufgabe
Ein Briefmarkensammler beabsichtigt, eine Sammlung von 200 000 Marken komplett zu verkaufen. Den Anteil π der wertlosen Marken in der Sammlung möchte der Händler anhand des Anteils wertloser Marken in einer Stichprobe vom Umfang n bestimmen. Die Schätzung soll mit Wahrscheinlichkeit 0.9282 um nicht mehr als 0.03 von π abweichen.
Der erforderliche Mindeststichprobenumfang liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 600]$. (B) $(600, 700]$. (C) $(700, 800]$. (D) $(800, \infty)$.

Aufgabe
Für normalverteilte Daten mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 6.25$ soll folgendes Testproblem für den Erwartungswert μ untersucht werden: $H_0 : \mu = 10$ gegen $H_1 : \mu \neq 10$. Aus einer Stichprobe vom Umfang 30 wurde der Mittelwert $\bar{x} = 10.8$ ermittelt.
Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ ist die Nullhypothese abzulehnen. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie soll der Zusammenhang zwischen dem Beschäftigungsstatus und der mentalen Gesundheit untersucht werden. Dazu wurden 64 Arbeitslose befragt. Aufgrund des Fragebogens wurde jeder Person ein Score-Wert zugewiesen, wobei ein kleinerer Zahlenwert für eine bessere mentale Gesundheit steht. Aus den Score-Werten der Stichprobe wurde der Mittelwert $\bar{x} = 11.44$ und der Schätzwert der Standardabweichung $s = 4.10$ bestimmt. Es soll die Forschungshypothese belegt werden, dass der Scorewert für die mentale Gesundheit bei Arbeitslosen im Mittel größer als 10 ist. Dazu soll ein Test zum Niveau $\alpha = 0.02$ durchgeführt werden. Gehen Sie von normalverteilten Daten aus.
Die Nullhypothese lautet H_0 :

A50: (A) $\mu \leq 10$. (B) $\mu < 10$. (C) $\mu \geq 10$. (D) $\mu > 10$.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A51: (A) $(-\infty, 2.6]$. (B) $(2.6, 2.9]$. (C) $(2.9, 3.2]$. (D) $(3.2, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

Aufgabe
Ein Käufer möchte auf Stichprobenbasis seine Vermutung belegen, dass der Ausschussanteil in einer Lieferung von 10000 Halbleiterchips größer als 20% ist. In einer Stichprobe vom Umfang 250 aus der Lieferung findet der Käufer 59 schlechte Chips. Zur Überprüfung der Vermutung wird ein Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A53: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

Die Vermutung des Käufers kann

A54: (A) nicht bestätigt (B) bestätigt

werden.

Aufgabe
Ein Unternehmen des öffentlichen Personennahverkehrs behauptet, durch den Einsatz neuer Niederflurwaggons könne die erwartete Fahrzeit einer Straßenbahnlinie verringert werden, da den Fahrgästen das Ein- und Aussteigen erleichtert wird. Bei 100 Fahrten der neuen und 400 Fahrten der alten Waggons erhielt man folgende Stichprobenergebnisse (Angaben in Minuten):

	neue Waggons (x_i)	alte Waggons (y_i)
Mittelwert	46.5	48.0
Schätzwert der Standardabweichung	6.0	12.0

Es soll ein geeigneter Test zum Signifikanzniveau 0.05 zum Nachweis der Behauptung durchgeführt werden.
Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

A55: (A) $[0, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A56: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Im Regressionsmodell $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ seien die $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ u.i.v. Für 50 Beobachtungen (x_i, y_i) erhielt man folgende Daten

$$\bar{x} = 1.45, \quad \bar{y} = 6.52, \quad s_x^2 = 0.41, \quad s_y^2 = 5.01, \quad \sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 522.73.$$

(a) Der Schätzwert für β ist in

A57: (A) $(-\infty$,2.00]. (B) (2.00,2.20]. (C) (2.20,2.40]. (D) (2.40,∞).

(b) Der Schätzwert für $\sigma_{\hat{\beta}}$ ist in

A58: (A) (0,0.37]. (B) (0.37,0.39]. (C) (0.39,0.41]. (D) (0.41,∞).

Aufgabe
Ein Unternehmen unterstellt für den Zusammenhang zwischen kalkulierten Kosten x_i und den tatsächlichen Kosten Y_i von Aufträgen das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme. Anhand der Zahlenpaare (x_i, Y_i) von 15 zufällig ausgewählten Aufträgen soll $H_0 : \beta = 0.90$ zum Signifikanzniveau 0.05 geprüft werden. Die Datenauswertung ergibt $\hat{\beta} = 1.02$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.055$.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A59: (A) ($-\infty$,1.70]. (B) (1.70,1.90]. (C) (1.90,2.10]. (D) (2.10,∞).

(b) Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt im Intervall

A60: (A) (0,1.90]. (B) (1.90,2.05]. (C) (2.05,2.20]. (D) (2.20,∞).