Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 2. Termin, 03. September 2011
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

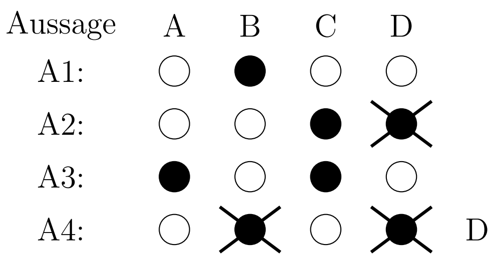
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Es wird eine Münze 100 mal geworfen, von der nicht unbedingt ausgegangen werden kann, dass sie ideal ist. Es wurde 55 mal ,Zahl' geworfen. Die statistische Wahrscheinlichkeit für das Werfen von ,Zahl' ist

A1: (A) in $[0, 0.2]$. (B) in $(0.2, 0.4]$. (C) in $(0.4, 1]$. (D) nicht bestimmbar.

Aufgabe
In der Regionalliga eines Landkreises spielen 8 Mannschaften. An einem Spieltag spielt jede Mannschaft gegen eine andere Mannschaft. Der Austragungsort und die Austragungszeit der Spiele mögen keine Rolle spielen. Die Anzahl der verschiedenen Spielpläne für einen Spieltag liegt in

A2: (A) $(0, 150]$. (B) $(150, 500]$. (C) $(500, 1500]$. (D) $(1500, \infty)$.

Aufgabe
Poker wird mit 52 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 13 „Werten“ (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, Köng, Ass) kombiniert. Es werden zwei Karten nacheinander und ohne Zurücklegen zufällig gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide gezogene Karten unterschiedliche Farben und Werte haben, liegt im Intervall

A3: (A) $[0, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
Ein Zufallsexperiment bestehe darin, dass ein idealer Würfel zweimal nacheinander geworfen werde. A sei das Ereignis beim ersten Wurf eine gerade Zahl zu werfen. B sei das Ereignis beim ersten Wurf eine Zahl größer als 3 geworfen wird. C sei das Ereignis beim zweiten Wurf eine gerade Zahl zu werfen.
(a) Ein Ergebnis des Zufallsexperiments ist

A4: (A) $\{1, 2\}$. (B) $\{1\}$. (C) 2. (D) (1,2).

(b) A und B sind

A5: (A) disjunkt. (B) unabhängig. (C) (A) und (B) sind falsch.

(c) $P((A \cup B) \cap C)$ liegt in

A6: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe
A, B seien beliebige Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) $P(A \cup B) > P(A \cap B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es seien $P(A) \leq 0.6$ und $A \cap B = \emptyset$. Dann ist die Aussage „$P(B) < 0.4$“

A8: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

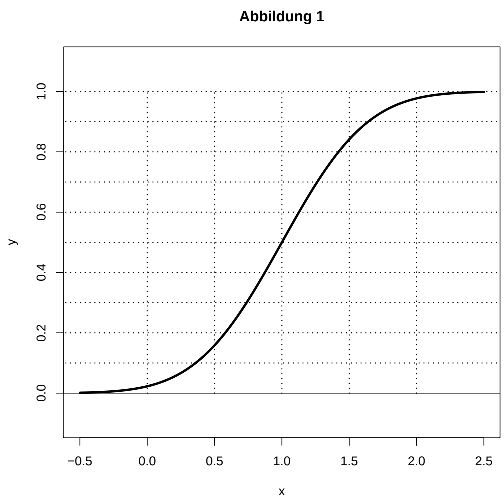
Aufgabe
Ein Fußballtrainer hat zwei Spieler, die für ihn die Elfmeter schießen. Dabei darf ein Spieler auch mehrere Elfmeter schießen. Spieler 1 verwandelt mit Wahrscheinlichkeit 0.7 einen Elfmeter zu einem Tor und Spieler 2 mit Wahrscheinlichkeit 0.85 - unabhängig von früheren Schießergebnissen. Um zu entscheiden, welcher Spieler einen Elfmeter schießen soll, wirft der Trainer jedes Mal einen Würfel. Fällt eine ‚1' oder eine ‚2', dann schießt Spieler 1, sonst Spieler 2.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elfmeter in ein Tor verwandelt wir, liegt in

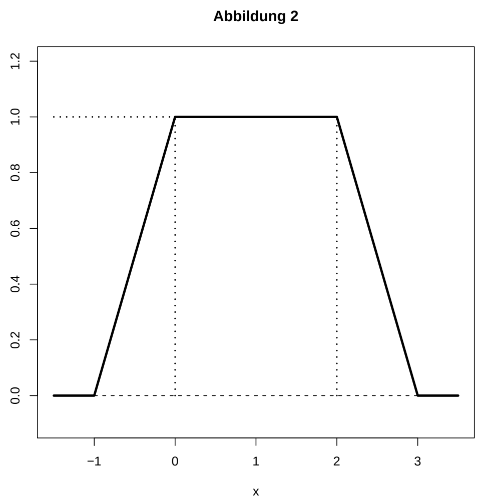
A9: (A) $[0, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.83]$. (D) $(0.83, 1]$.

In einem Spiel sind zwei Elfmeter zu schießen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Elfmeter in ein Tor verwandelt werden, liegt in

A10: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsvariable X werde durch die Funktion in Abbildung 1 beschrieben.





(a) Die in Abbildung 1 dargestellte Funktion ist eine

A11: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Verteilungsfunktion.

(b) $P(X \geq 1)$ liegt in

A12: (A) $[0, 0.4]$. (B) $(0.4, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.8]$. (D) $(0.8, 1]$.

(c) Die in Abbildung 2 dargestellte Funktion ist eine

A13: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Verteilungsfunktion. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:
$P(X = -2) = 0.3$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$, $P(X = 2) = 0.4$. $E(X)$ liegt in

A14: (A) $(-\infty, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.3]$. (D) $(0.3, \infty)$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsgröße Z sei durch folgende Verteilungsfunktion F beschrieben:

$$F(z) = (z-1)^3 I_{[1,2]}(z) + I_{(2,\infty)}(z).$$

(a) $P(0.8 < Z \leq 1.8)$ liegt in

A15: (A) $[0, 0.4]$. (B) $(0.4, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.6]$. (D) $(0.6, 1]$.

(b) Die folgende Funktion f(z) ist eine Dichte zu F:

A16: (A) $3(z-1)^2 I_{(1,2)}(z)$. (B) $3(z-1) I_{[1,2]}(z)$. (C) $3z^2 I_{[1,2]}(z) + I_{(2,\infty)}(z)$.

(c) Ein 0.1-Quantil zu Z befindet sich im Intervall

A17: (A) $(-\infty, 1.48]$. (B) $(1.48, 1.51]$. (C) $(1.51, 1.54]$. (D) $(1.54, \infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei eine stetige Zufallsgröße X mit der folgenden Dichtefunktion:

$$f(x) = xI_{(0,1]}(x) + 0.5I_{[2,3]}(x).$$

$E(X)$ ist in

A18: (A) $(-\infty, 1.55]$. (B) $(1.55, 1.60]$. (C) $(1.60, 1.65]$. (D) $(1.65, \infty)$.

Aufgabe
Die jährliche Fehlzeit der einzelnen Mitarbeiter eines großen Unternehmens ist eine Zufallsvariable X mit Erwartungswert $\mu = 9$ Tage und Standardabweichung $\sigma = 2.56$ Tage. Es werden 25 Mitarbeiter zufällig ausgewählt. Die jährlichen Fehlzeiten X_i $(i = 1, \ldots, 25)$ bilden eine Stichprobe aus der Verteilung von X.
(a) Der Erwartungswert der jährlichen Gesamtfehlzeit der 25 Mitarbeiter liegt in

A19: (A) $(-\infty, 170]$ (B) $(170, 190]$. (C) $(190, 210]$. (D) $(210, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung der jährlichen Gesamtfehlzeit der 25 Mitarbeiter liegt in

A20: (A) $(0, 10.5]$. (B) $(10.5, 11.5]$. (C) $(11.5, 12.5]$. (D) $(12.5, \infty)$.

Aufgabe
Es sei $X \sim B(10, 0.3)$. Dann ist P(X=4) in

A21: (A) $[0, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.21]$. (C) $(0.21, 0.23]$. (D) $(0.23, 1]$.

Aufgabe
Drei Spieler werfen jeder drei Mal einen Würfel. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Spieler genau eine Eins würfelt, liegt in

A22: (A) $[0, 0.62]$. (B) $(0.62, 0.66]$. (C) $(0.66, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Schadensfälle X, die einer Versicherung pro Tag gemeldet werden, sei Poisson-verteilt. Mit Wahrscheinlichkeit 0.3 treten keine Schadensfälle auf. $E(X)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ und $Z = (X - \mu)/\sigma$. $Z \sim N(0, 1)$ ist

A24: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es seien $X \sim U(0, 1)$ und $Y \sim \text{Exp}(4)$ unabhängig.
(a) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A25: (A) $(-\infty, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.25]$. (D) $(0.25, \infty)$.

(b) $E(X + Y)^2$ liegt in

A26: (A) $[0, 0.61]$. (B) $(0.61, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.69]$. (D) $(0.69, \infty)$.

Aufgabe
Die Größe eines sechsjährigen Kindes sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 120$ (in cm) und Standardabweichung $\sigma = 6$ (cm).
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes sechsjähriges Kind eine Körpergröße zwischen 110 cm und 130 cm besitzt, liegt in

A27: (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) $(0.88, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei unabhängig voneinander zufällig ausgewählten sechsjährigen Kindern alle eine Körpergröße zwischen 110 cm und 130 cm besitzen, liegt in

A28: (A) $[0, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.81]$. (D) $(0.81, 1]$.

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	0.2	0.1	0.2
0	0	0.1	0
1	0.2	0	0.2

(a) X und Y sind stochastisch unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) wahr. (B) falsch.

(b) $P(X+Y>0)$ liegt in

A30: (A) $[0,0.1]$. (B) $(0.1,0.2]$. (C) $(0.2,0.3]$. (D) $(0.3,1]$.

(c) $Var(X+Y)$ liegt in

A31: (A) $[0,1.45]$. (B) $(1.45,1.60]$. (C) $(1.60,1.75]$. (D) $(1.75,\infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X,Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x,y)=\frac{1}{3}(1+x+y)I_{[-1,1]}(x)I_{[0,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte von X ist

A32: (A) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x)I_{[-1,1]}(x)$. (B) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}x)I_{[-1,1]}(x)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) $E(X+Y)$ liegt in

A33: (A) $(-\infty,0.69]$. (B) $(0.69,0.72]$. (C) $(0.72,0.75]$. (D) $(0.75,\infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 60 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 9 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0,0.55]$. (B) $(0.55,0.58]$. (C) $(0.58,0.61]$. (D) $(0.61,1]$.

Aufgabe
$U,V\sim U(0,1)$ seien unabhängig und $X=U$ bzw. $Y=U+V$. $\varrho\,(X,Y)$ liegt in

A35: (A) $[-1,0.67]$. (B) $(0.67,0.70]$. (C) $(0.70,0.73]$. (D) $(0.73,1]$.

Aufgabe
X_1,X_2,X_3 seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$U=(X_2+2X_3)/3 \quad , \quad V=X_1+X_2/2.$$

Die Erwartungstreue für das Schätzen von μ ist erfüllt für

A36: (A) U, aber nicht V. (B) V, aber nicht U. (C) U und V. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1,\dots,X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x)=\frac{1}{2}I_{[-1,0]}(x)+\frac{1}{2}I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta>0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A37: (A) $2\bar{X}_n-1$. (B) $2\bar{X}_n$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsgrößen X_i, $i = 1, \ldots, n$ seien unabhängig und normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und $\sigma^2 = 1$. Es sei $\pi = P(2X_i > 0)$. Ein konsistenter Schätzer für π ist

A38: (A) $\Phi(2\bar{X}_n)$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $1 - \Phi(\bar{X}_n)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 200$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 80$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 202.0]$. (B) $(202.0, 203.0]$. (C) $(203.0, 204.0]$. (D) $(204.0, \infty)$.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit π soll mit Hilfe einer Stichprobe vom Umfang n geschätzt werden. Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $H = X/n$. Es sei bekannt, dass $\pi \leq 0.2$ ist. Der Mindeststichprobenumfang, um für π mittels H ein approximatives Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 mit Genauigkeit 0.04 zu konstruieren, liegt dann in

A40: (A) $[0, 200]$. (B) $(200, 350]$. (C) $(350, 500]$. (D) $(500, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 25 Beobachtungen wurde $[1.12; 1.34]$ als das 0.95-Konfidenzintervall für μ bestimmt.
Das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte liegt im Intervall

A41: (A) $(-\infty, 1.22]$. (B) $(1.22, 1.24]$. (C) $(1.24, 1.26]$. (D) $(1.26, \infty)$.

Die Stichprobenvarianz liegt in

A42: (A) $[0, 0.075]$. (B) $(0.075, 0.085]$. (C) $(0.085, 0.095]$. (D) $(0.095, \infty)$.

Aufgabe
In einer Arztpraxis werden im Laufe eines Monats 400 Rezepte ausgestellt. Für den *im Mittel pro Monat zu erwartenden Gesamtwert G* der auf diesen Rezepten verordneten Medikamenten soll auf Basis einer Stichprobe von 100 Rezepten ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsniveau 0.95 angegeben werden. Aus den Stichprobendaten ergibt sich das Stichprobenmittel 30 Euro und ein Schätzwert für die Standardabweichung von 6 Euro. Die obere Grenze des Konfidenzintervalls für G liegt in (Angaben in Tausend Euro)

A43: (A) $(-\infty, 12.3]$. (B) $(12.3, 12.6]$. (C) $(12.6, 12.9]$. (D) $(12.9, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle, soll mit einem statistischen Test *gezeigt* werden, dass die Ausschussquote einer Warenlieferung kleiner als 10 Prozent beträgt. Der Test hat die Nullhypothese angenommen. Eine Nachkontrolle ergab einen tatsächlichen Ausschussanteil von 8 Prozent. Die Entscheidung des Tests war

A44: (A) richtig. (B) falsch (Fehler 1.Art). (C) falsch (Fehler 2.Art).

Aufgabe
Messungen des Milchfettgehalts von frischer Vollmilch ergaben folgende Werte (in %)

$$1.48;\ 1.51;\ 1.50;\ 1.45;\ 1.52;\ 1.46;\ 1.46.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen! Die Varianz sei bekannt und gleich 0.0009. Es soll die Nullhypothese, dass der Normwert 1.50 genau eingehalten wird, geprüft werden.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A45: (A) $(-\infty, -1.50]$. (B) $(-1.50, -1.40]$. (C) $(-1.40, -1.30]$. (D) $(-1.30, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese ist auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$

A46: (A) abzulehnen. (B) nicht abzulehnen.

(c) Der p-Wert des Tests liegt in

A47: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) $(0.12, 1]$.

Aufgabe
Ein kleines Geschäft mache einen durchschnittlichen Umsatz von 200 Euro pro Tag. Nach Neuaufstellung des Geschäfts und einer Werbekampagne wurden die Umsätze von 35 Geschäftstagen festgestellt und ein Mittelwert von 260 Euro und eine Stichprobenvarianz von 3000 Euro^2 ermittelt. Es soll mit einem statistischen Test gezeigt werden, dass der Umsatz nach der Neuausrichtung *im Mittel* größer als 240 Euro ist.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.80]$. (B) $(1.80, 1.90]$. (C) $(1.90, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

Die gewünschte Aussage kann zum Signifikanzniveau 0.025 bestätigt werden. Die Aussage ist

A49: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe
Bei einer bestimmten Krankheit werden mit der üblichen Therapie 80% der Erkrankten geheilt. Durch einen approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.025 soll nachgewiesen werden, dass der Anteil π der Geheilten bei einer neuen Therapie höher ist. In einer Stichprobe von 120 Erkrankten werden mit der neuen Therapie 100 geheilt.
Die Nullhypothese des statistischen Tests lautet

A50: (A) $\pi = 0.8$. (B) $\pi \geq 0.8$. (C) $\pi \leq 0.8$, (D) $\pi \neq 0.8$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 0.95]$. (B) $(0.95, 1.15]$. (C) $(1.15, 1.35]$. (D) $(1.35, \infty)$.

Aufgabe
Die Wirksamkeit eines Medikaments zur Senkung des Blutdruckes soll getestet werden. Dazu wurde bei 6 Patienten der Blutdruck zu Beginn des Testzeitraumes (X) und am Ende des Testzeitraumes (Y) gemessen, siehe Tabelle, Angaben in *mmHg*.

Patient	1	2	3	4	5	6
X	155	146	168	150	146	156
Y	135	133	170	150	131	158

Es soll mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05 überprüft werden, ob das Medikament den Blutdruck der Patienten im Mittel senkt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus!
Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.86]$. (B) $(1.86, 1.95]$. (C) $(1.95, 2.04]$. (D) $(2.04, \infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt im Intervall

A53: (A) $[0, 1.82]$. (B) $(1.82, 1.97]$. (C) $(1.97, 2.12]$. (D) $(2.12, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Umfrage wurden Maßzahlen erhoben zur Erfassung des Zutrauens in die eigenen Fähigkeiten im Fach Mathematik (x) und dem Interesse für Informatik (y). Als empirischer Korrelationskoeffizient ergab sich für eine Stichprobe von 100 Studenten ein Wert von $r = 0.38$. Es soll überprüft werden, ob der Korrelationskoeffizient signifikant ($\alpha = 0.05$) größer als 0.2 ist. Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.73]$. (B) $(1.73, 1.79]$. (C) $(1.79, 1.85]$. (D) $(1.85, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A55: (A) angenommen. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Ein kleines Unternehmen möchte den Zusammenhang zwischen Preis und Umsatz eines Produktes mit einem einfachen linearen Regressionsmodell $y_i = \alpha + \beta p_i + e_i$ untersuchen. Dazu wurden in 6 Testgeschäften unterschiedliche Preise (p_i, in Euro) für das Produkt festgelegt und die verkaufte Anzahl (y_i) festgestellt.

p_i	20	16	15	16	13	10
y_i	0	3	7	4	6	10

Der KQ-Wert für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.40]$. (B) $(-1.40, -1.20]$. (C) $(-1.20, -1.00]$. (D) $(-1.00, \infty)$.

Die *im Mittel zu erwartende Anzahl* von verkauften Einheiten der Produktes bei einem Preis von 16 Euro liegt in

A57: (A) $(-\infty, 3.40]$. (B) $(3.40, 3.80]$. (C) $(3.80, 4.20]$. (D) $(4.20, \infty)$.

Aufgabe

Auf einen Datensatz bestehend aus 15 Datenpaaren (x_i, y_i) wurde das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, angewandt. Eine Auswertung mit *Stata* ergab folgendes Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      15
-------------+------------------------------           F(  1,    13) =  654.65
       Model |  1272.33284     1  1272.33284           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  25.2660076    13  1.94353905           R-squared     =  0.9805
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9790
       Total |  1297.59884    14  92.6856317           Root MSE      =  1.3941

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   11.85303    .463261    25.59   0.000     10.85222    12.85385
       _cons |  -.4539555    .941357    -0.48   0.638    -2.487634    1.579723
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Parameter α ist signifikant von Null verschieden ($\alpha = 0.05$). Die Aussage ist

A58: (A) richtig. (B) falsch.

Die Teststatistik für $H_0 : \beta \leq 10$ liegt in

A59: (A) $(-\infty, 3.40]$. (B) $(3.40, 3.80]$. (C) $(3.80, 4.20]$. (D) $(4.20, \infty)$.

Die obere Grenze des *0.99*-Konfidenzintervalls für β liegt in

A60: (A) $(-\infty, 13.30]$. (B) $(13.30, 13.50]$. (C) $(13.50, 13.70]$. (D) $(13.70, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 2. Termin, 03. September 2011
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

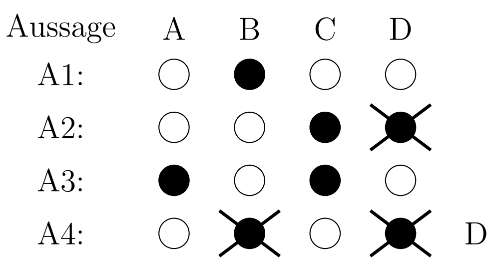
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Es wird eine Münze 120 mal geworfen, von der nicht unbedingt ausgegangen werden kann, dass sie ideal ist. Es wurde 52 mal ‚Zahl' geworfen. Die relative Häufigkeit für das Werfen von ‚Zahl' ist

A1: (A) in $[0, 0.45]$. (B) in $(0.45, 0.55]$. (C) in $(0.55, 1]$. (D) nicht bestimmbar.

Aufgabe
In der Regionalliga eines Landkreises spielen 12 Mannschaften. An einem Spieltag spielt jede Mannschaft gegen eine andere Mannschaft. Der Austragungsort und die Austragungszeit der Spiele mögen keine Rolle spielen. Die Anzahl der verschiedenen Spielpläne für einen Spieltag liegt in

A2: (A) $(0, 6\,000]$. (B) $(6\,000, 9\,000]$. (C) $(9\,000, 12\,000]$. (D) $(12\,000, \infty)$.

Aufgabe
Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben" (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten" (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, Köng, Ass) kombiniert. Es werden zwei Karten nacheinander und ohne Zurücklegen zufällig gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide gezogene Karten unterschiedliche Farben und Werte haben, liegt im Intervall

A3: (A) $[0, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.8]$. (C) $(0.8, 0.9]$. (D) $(0.9, 1]$.

Aufgabe
Ein Zufallsexperiment bestehe darin, dass ein idealer Würfel zweimal nacheinander geworfen werde. A sei das Ereignis beim ersten Wurf eine gerade Zahl zu werfen. B sei das Ereignis beim ersten Wurf eine 3 oder 5 geworfen wird. C sei das Ereignis beim zweiten Wurf eine gerade Zahl zu werfen.
(a) Ein Ergebnis des Zufallsexperiments ist

A4: (A) $\{3, 4\}$. (B) $\{3\}$. (C) 4. (D) (3,4).

(b) A und B sind

A5: (A) disjunkt. (B) unabhängig. (C) (A) und (B) sind falsch.

(c) $P((A \cup B) \cap C)$ liegt in

A6: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

Aufgabe
A, B seien beliebige Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es seien $P(A) < 0.7$ und $A \cup B = \Omega$. Dann ist die Aussage „$P(B) \leq 0.3$"

A8: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Fußballtrainer hat zwei Spieler, die für ihn die Elfmeter schießen. Dabei darf ein Spieler auch mehrere Elfmeter schießen. Spieler 1 verwandelt mit Wahrscheinlichkeit 0.6 einen Elfmeter zu einem Tor und Spieler 2 mit Wahrscheinlichkeit 0.9 - unabhängig von früheren Schießergebnissen. Um zu entscheiden, welcher Spieler einen Elfmeter schießen soll, wirft der Trainer jedes Mal einen Würfel. Fällt eine ‚1', dann schießt Spieler 1, sonst Spieler 2.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elfmeter in ein Tor verwandelt wir, liegt in

A9: (A) $[0, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.87]$. (C) $(0.87, 0.89]$. (D) $(0.89, 1]$.

In einem Spiel sind zwei Elfmeter zu schießen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Elfmeter in ein Tor verwandelt werden, liegt in

A10: (A) $[0, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.73]$. (C) $(0.73, 0.76]$. (D) $(0.76, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsvariable X werde durch die Funktion in Abbildung 1 beschrieben.

Abbildung 1

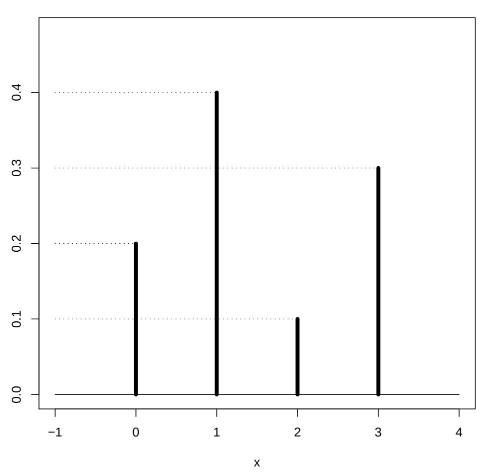
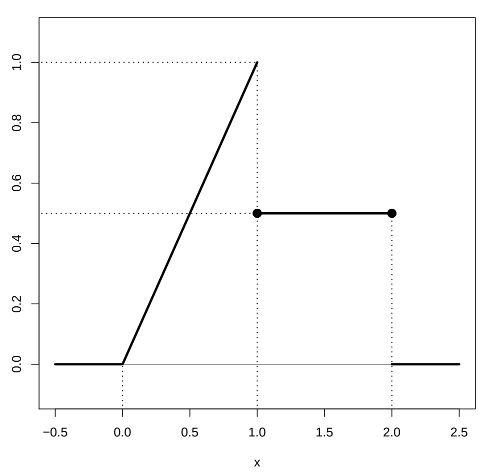


Abbildung 2



(a) Die in Abbildung 1 dargestellte Funktion ist eine

A11: (A) Dichtefunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Verteilungsfunktion.

(b) $P(X > 1.5)$ liegt in

A12: (A) $[0, 0.2]$. (B) $(0.2, 0.4]$. (C) $(0.4, 0.6]$. (D) $(0.6, 1]$.

(c) Die in Abbildung 2 dargestellte Funktion ist eine

A13: (A) Dichtefunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Verteilungsfunktion. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:
$P(X=-2)=0.3$, $P(X=-1)=0.2$, $P(X=0)=0.2$, $P(X=2)=0.3$. $E(X)$ liegt in

A14: (A) $(-\infty,-0.4]$. (B) $(-0.4,-0.2]$. (C) $(-0.2,0.1]$. (D) $(0.1,\infty)$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsgröße Z sei durch folgende Verteilungsfunktion F beschrieben:

$$F(z) = (z-1)^2 I_{[1,2]}(z) + I_{(2,\infty)}(z).$$

(a) $P(0.9 < Z \leq 1.9)$ liegt in

A15: (A) $[0,0.6]$. (B) $(0.6,0.7]$. (C) $(0.7,0.8]$. (D) $(0.8,1]$.

(b) Die folgende Funktion f(z) ist eine Dichte zu F:

A16: (A) $2(z-1)I_{(1,2)}(z)$. (B) $2(z-1)$. (C) $2(z-1)I_{[1,2]}(z)+I_{(2,\infty)}(z)$.

(c) Ein 0.7-Quantil zu Z befindet sich im Intervall

A17: (A) $(-\infty,1.79]$. (B) $(1.79,1.82]$. (C) $(1.82,1.85]$. (D) $(1.85,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei eine stetige Zufallsgröße X mit der folgenden Dichtefunktion:

$$f(x) = 1.5x^2 I_{(0,1]}(x) + 0.25 I_{(1,3]}(x).$$

$E(X)$ ist in

A18: (A) $(-\infty,1.32]$. (B) $(1.32,1.36]$. (C) $(1.36,1.40]$. (D) $(1.40,\infty)$.

Aufgabe
Die jährliche Fehlzeit der einzelnen Mitarbeiter eines großen Unternehmens ist eine Zufallsvariable X mit Erwertungswert $\mu = 8$ Tage und Standardabweichung $\sigma = 3.56$ Tage. Es werden 35 Mitarbeiter zufällig ausgewählt. Die jährlichen Fehlzeiten X_i $(i = 1,\ldots,35)$ bilden eine Stichprobe aus der Verteilung von X.
(a) Der Erwartungswert der jährlichen Gesamtfehlzeit der 35 Mitarbeiter liegt in

A19: (A) $(-\infty,290]$ (B) $(290,310]$. (C) $(310,330]$. (D) $(330,\infty)$.

(b) Die Standardabweichung der jährlichen Gesamtfehlzeit der 35 Mitarbeiter liegt in

A20: (A) $(0,19.5]$. (B) $(19.5,20.5]$. (C) $(20.5,21.5]$. (D) $(21.5,\infty)$.

Aufgabe
Es sei $X \sim B(12,0.4)$. Dann ist P(X=5) in

A21: (A) $[0,0.22]$. (B) $(0.22,0.24]$. (C) $(0.24,0.26]$. (D) $(0.26,1]$.

Aufgabe
Vier Spieler werfen jeder vier Mal einen Würfel. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Spieler genau eine Sechs würfelt, liegt in

A22: (A) $[0, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.82]$. (D) $(0.82, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Schadensfälle X, die einer Versicherung pro Tag gemeldet werden, sei Poisson-verteilt. Mit Wahrscheinlichkeit 0.1 treten keine Schadensfälle auf. $E(X)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ und $Z = (X - \mu)/\sigma$. $Z \sim N(0, 1)$ ist

A24: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es seien $X \sim U(0, 3)$ und $Y \sim \text{Exp}(2)$ unabhängig.
(a) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A25: (A) $(-\infty, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.8]$. (C) $(0.8, 0.9]$. (D) $(0.9, \infty)$.

(b) $E(X + Y)^2$ liegt in

A26: (A) $[0, 3.8]$. (B) $(3.8, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.8]$. (D) $(4.8, \infty)$.

Aufgabe
Die Größe eines sechsjährigen Kindes sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 125$ (in cm) und Standardabweichung $\sigma = 5$ (cm).
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes sechsjähriges Kind eine Körpergröße zwischen 120 cm und 140 cm besitzt, liegt in

A27: (A) $[0, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.83]$. (D) $(0.83, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei unabhängig voneinander zufällig ausgewählten sechsjährigen Kindern alle eine Körpergröße zwischen 120 cm und 140 cm besitzen, liegt in

A28: (A) $[0, 0.51]$. (B) $(0.51, 0.54]$. (C) $(0.54, 0.57]$. (D) $(0.57, 1]$.

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y:

$X\backslash Y$	-1	0	1
-1	0.2	0.1	0.2
0	0	0.1	0.1
1	0.1	0	0.2

(a) X und Y sind stochastisch unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) wahr. (B) falsch.

(b) $P(X+Y \geq 0)$ liegt in

A30: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(c) $Var(X+Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 1.73]$. (B) $(1.73, 1.78]$. (C) $(1.78, 1.83]$. (D) $(1.83, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x,y) = \frac{1}{3}(1+x+y)I_{[0,1]}(x)I_{[-1,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte von X ist

A32: (A) $(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x)I_{[0,1]}(x)$. (B) $(\frac{2}{3} + \frac{2}{3}x)I_{[0,1]}(x)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) $E(3X+Y)$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 1.75]$. (B) $(1.75, 1.85]$. (C) $(1.85, 1.95]$. (D) $(1.95, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 90 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 11 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $(-\infty, 0.79]$. (B) $(0.79, 0.82]$. (C) $(0.82, 0.85]$. (D) $(0.85, \infty)$.

Aufgabe
$U, V \sim U(0,1)$ seien unabhängig und $X = U$ bzw. $Y = 2U + V$. $\varrho\,(X, Y)$ liegt in

A35: (A) $[-1, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) $(0.88, 1]$.

Aufgabe
X_1, X_2, X_3 seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$U = X_2 + 2X_3/3 \quad , \quad V = (3X_1 - 2X_2 + X_3)/2.$$

Die Erwartungstreue für das Schätzen von μ ist erfüllt für

A36: (A) U, aber nicht V. (B) V, aber nicht U. (C) U und V. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{8}I_{[-2,0]}(x) + \frac{3}{4}I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A37: (A) $\frac{5}{3}\bar{X}_n - \frac{1}{3}$. (B) $\frac{5}{3}\bar{X}_n$. (C) $\bar{X}_n - \frac{1}{3}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsgrößen X_i, $i = 1, \ldots, n$ seien unabhängig und normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und $\sigma^2 = 1$. Es sei $\pi = P(2X_i < 0)$. Ein konsistenter Schätzer für π ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $1 - \Phi(\bar{X}_n)$. (C) $\Phi(\bar{X}_n)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 15 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 150$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 153.0]$. (B) $(153.0, 154.0]$. (C) $(154.0, 155.0]$. (D) $(155.0, \infty)$.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit π soll mit Hilfe einer Stichprobe vom Umfang n geschätzt werden. Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $H = X/n$. Es sei bekannt, dass $\pi \leq 0.1$ ist. Der Mindeststichprobenumfang, um für π mittels H ein approximatives Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 mit Genauigkeit 0.02 zu konstruieren, liegt dann in

A40: (A) $[0, 600]$. (B) $(600, 1200]$. (C) $(1200, 1800]$. (D) $(1800, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 16 Beobachtungen wurde $[2.32; 2.54]$ als das 0.95-Konfidenzintervall für μ bestimmt.
Das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte liegt im Intervall

A41: (A) $(-\infty, 2.38]$. (B) $(2.38, 2.40]$. (C) $(2.40, 2.42]$. (D) $(2.42, \infty)$.

Die Stichprobenvarianz liegt in

A42: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.04]$. (C) $(0.04, 0.05]$. (D) $(0.05, \infty)$.

Aufgabe
In einer Arztpraxis werden im Laufe eines Monats 300 Rezepte ausgestellt. Für den *im Mittel pro Monat zu erwartenden Gesamtwert G* der auf diesen Rezepten verordneten Medikamenten soll auf Basis einer Stichprobe von 100 Rezepten ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsniveau 0.95 angegeben werden. Aus den Stichprobendaten ergibt sich das Stichprobenmittel 35 Euro und ein Schätzwert für die Standardabweichung von 7 Euro. Die obere Grenze des Konfidenzintervalls für G liegt in (Angaben in Tausend Euro)

A43: (A) $(-\infty, 10.5]$. (B) $(10.5, 10.8]$. (C) $(10.8, 11.2]$. (D) $(11.2, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle, soll mit einem statistischen Test *gezeigt* werden, dass die Ausschussquote einer Warenlieferung kleiner als 10 Prozent beträgt. Der Test hat die Nullhypothese abgelehnt. Eine Nachkontrolle ergab einen tatsächlichen Ausschussanteil von 12 Prozent. Die Entscheidung des Tests war

A44: (A) richtig. (B) falsch (Fehler 1.Art). (C) falsch (Fehler 2.Art).

Aufgabe
Messungen des Milchfettgehalts von frischer Vollmilch ergaben folgende Werte (in %)

$$3.48;\ 3.58;\ 3.55;\ 3.49;\ 3.52;\ 3.54;\ 3.46;\ 3.56.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen! Die Varianz sei bekannt und gleich 0.0016. Es soll die Nullhypothese, dass der Normwert 3.50 genau eingehalten wird, geprüft werden.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A45: (A) $(-\infty, 1.65]$. (B) $(1.65, 1.75]$. (C) $(1.75, 1.85]$. (D) $(1.85, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese ist auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$

A46: (A) abzulehnen. (B) nicht abzulehnen.

(c) Der p-Wert des Tests liegt in

A47: (A) $[0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.10]$. (D) $(0.10, 1]$.

Aufgabe
Ein kleines Geschäft mache einen durchschnittlichen Umsatz von 200 Euro pro Tag. Nach Neuaufstellung des Geschäfts und einer Werbekampagne wurden die Umsätze von 40 Geschäftstagen festgestellt und ein Mittelwert von 280 Euro und eine Stichprobenvarianz von 4500 Euro^2 ermittelt. Es soll mit einem statistischen Test gezeigt werden, dass der Umsatz nach der Neuausrichtung *im Mittel* größer als 260 Euro ist.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.85]$. (B) $(1.85, 1.90]$. (C) $(1.90, 1.95]$. (D) $(1.95, \infty)$.

Die gewünschte Aussage kann zum Signifikanzniveau 0.05 bestätigt werden. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Bei einer bestimmten Krankheit werden mit der üblichen Therapie 70% der Erkrankten geheilt. Durch einen approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.025 soll nachgewiesen werden, dass der Anteil π der Geheilten bei einer neuen Therapie höher ist. In einer Stichprobe von 140 Erkrankten werden mit der neuen Therapie 110 geheilt.
Die Alternative des statistischen Tests lautet

A50: (A) $\pi > 0.7$. (B) $\pi < 0.7$, (C) $\pi \neq 0.7$. (D) $\pi = 0.7$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 2.1]$. (B) $(2.1, 2.3]$. (C) $(2.3, 2.5]$. (D) $(2.5, \infty)$.

Aufgabe
Die Wirksamkeit eines Medikaments zur Senkung des Blutdruckes soll getestet werden. Dazu wurde bei 5 Patienten der Blutdruck zu Beginn des Testzeitraumes (X) und am Ende des Testzeitraumes (Y) gemessen, siehe Tabelle, Angaben in *mmHg*.

Patient	1	2	3	4	5
X	155	146	168	150	146
Y	135	133	170	150	131

Es soll mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05 überprüft werden, ob das Medikament den Blutdruck der Patienten im Mittel senkt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus!
Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.85]$. (B) $(1.85, 1.95]$. (C) $(1.95, 2.05]$. (D) $(2.05, \infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt im Intervall

A53: (A) $[0, 1.85]$. (B) $(1.85, 1.95]$. (C) $(1.95, 2.05]$. (D) $(2.05, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Umfrage wurden Maßzahlen erhoben zur Erfassung des Zutrauens in die eigenen Fähigkeiten im Fach Mathematik (x) und dem Interesse für Informatik (y). Als empirischer Korrelationskoeffizient ergab sich für eine Stichprobe von 200 Studenten ein Wert von $r = 0.40$. Es soll überprüft werden, ob der Korrelationskoeffizient signifikant ($\alpha = 0.05$) größer als 0.3 ist. Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.51]$. (B) $(1.51, 1.57]$. (C) $(1.57, 1.63]$. (D) $(1.63, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A55: (A) angenommen. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Ein kleines Unternehmen möchte den Zusammenhang zwischen Preis und Umsatz eines Produktes mit einem einfachen linearen Regressionsmodell $y_i = \alpha + \beta p_i + e_i$ untersuchen. Dazu wurden in 6 Testgeschäften unterschiedliche Preise (p_i, in Euro) für das Produkt festgelegt und die verkaufte Anzahl (y_i) festgestellt.

p_i	20	16	15	14	13	10
y_i	2	4	7	5	6	10

Der KQ-Wert für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.10]$. (B) $(-1.10, -0.95]$. (C) $(-0.95, -0.80]$. (D) $(-0.80, \infty)$.

Die *im Mittel zu erwartende Anzahl* von verkauften Einheiten der Produktes bei einem Preis von 16 Euro liegt in

A57: (A) $(-\infty, 4.50]$. (B) $(4.50, 4.90]$. (C) $(4.90, 5.30]$. (D) $(5.30, \infty)$.

Aufgabe

Auf einen Datensatz bestehend aus 12 Datenpaaren (x_i, y_i) wurde das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, angewandt. Eine Auswertung mit *Stata* ergab folgendes Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      12
-------------+------------------------------           F(  1,    10) = 1465.47
       Model |  4846.30835     1  4846.30835           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  33.0700966    10  3.30700966           R-squared     =  0.9932
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9925
       Total |  4879.37845    11  443.579859           Root MSE      =  1.8185

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   14.66063   .3829702    38.28   0.000     13.80732    15.51395
       _cons |  -.9866421   .9837905    -1.00   0.340    -3.178664     1.20538
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Parameter α ist signifikant von Null verschieden ($\alpha = 0.05$). Die Aussage ist

A58: (A) richtig. (B) falsch.

Die Teststatistik für $H_0 : \beta \leq 16$ liegt in

A59: (A) $(-\infty, -3.30]$. (B) $(-3.30, -2.90]$. (C) $(-2.90, -2.50]$. (D) $(-2.50, \infty)$.

Die obere Grenze des *0.99*-Konfidenzintervalls für β liegt in

A60: (A) $(-\infty, 15.40]$. (B) $(15.40, 15.70]$. (C) $(15.70, 16.00]$. (D) $(16.00, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 2. Termin, 03. September 2011
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

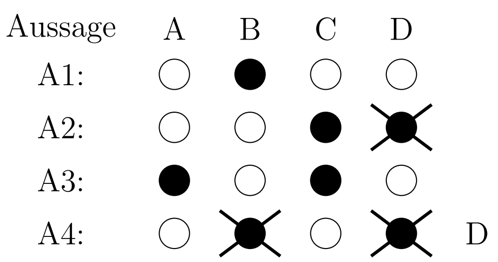
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Es wird eine Münze 120 mal geworfen, von der nicht unbedingt ausgegangen werden kann, dass sie ideal ist. Es wurde 52 mal ,Zahl' geworfen. Die relative Häufigkeit für das Werfen von ,Zahl' ist

A1: (A) in $[0, 0.30]$. (B) in $(0.30, 0.40]$. (C) in $(0.40, 1]$. (D) nicht bestimmbar.

Aufgabe

In der Regionalliga eines Landkreises spielen 14 Mannschaften. An einem Spieltag spielt jede Mannschaft gegen eine andere Mannschaft. Der Austragungsort und die Austragungszeit der Spiele mögen keine Rolle spielen. Die Anzahl der verschiedenen Spielpläne für einen Spieltag liegt in

A2: (A) $(0, 60\,000]$. (B) $(60\,000, 90\,000]$. (C) $(90\,000, 120\,000]$. (D) $(120\,000, \infty)$.

Aufgabe

Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, Köng, Ass) kombiniert. Es werden zwei Karten nacheinander und ohne Zurücklegen zufällig gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide gezogene Karten unterschiedliche Farben und Werte haben, liegt im Intervall

A3: (A) $[0, 0.6]$. (B) $(0.6, 0.7]$. (C) $(0.7, 0.8]$. (D) $(0.8, 1]$.

Aufgabe

Ein Zufallsexperiment bestehe darin, dass ein idealer Würfel zweimal nacheinander geworfen werde. A sei das Ereignis beim ersten Wurf eine gerade Zahl zu werfen. B sei das Ereignis, dass beim ersten Wurf eine Zahl kleiner als 4 geworfen wird. C sei das Ereignis beim zweiten Wurf eine gerade Zahl zu werfen.
(a) Ein Ergebnis des Zufallsexperiments ist

A4: (A) $\{5, 6\}$. (B) (5,6). (C) $\{6\}$. (D) 6.

(b) A und B sind

A5: (A) disjunkt. (B) unabhängig. (C) (A) und (B) sind falsch.

(c) $P((A \cup B) \cap C)$ liegt in

A6: (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe

A, B seien beliebige Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) $P(\overline{A \cup B}) < P(\overline{A} \cap \overline{B})$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es seien $P(A) < 0.3$ und $A \cup B = \Omega$. Dann ist die Aussage „$P(B) > 0.7$“

A8: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

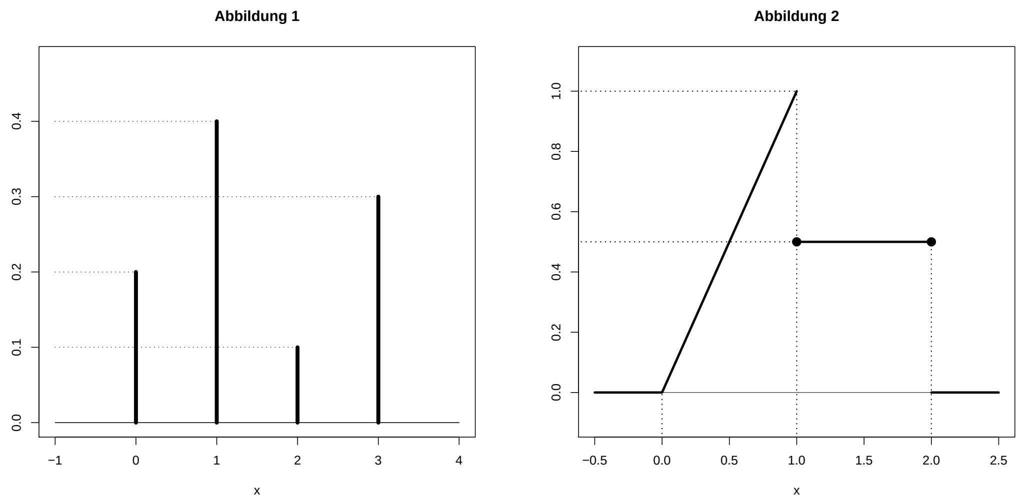
Aufgabe
Ein Fußballtrainer hat zwei Spieler, die für ihn die Elfmeter schießen. Dabei darf ein Spieler auch mehrere Elfmeter schießen. Spieler 1 verwandelt mit Wahrscheinlichkeit 0.6 einen Elfmeter zu einem Tor und Spieler 2 mit Wahrscheinlichkeit 0.75 - unabhängig von früheren Schießergebnissen. Um zu entscheiden, welcher Spieler einen Elfmeter schießen soll, wirft der Trainer jedes Mal einen Würfel. Fällt eine ‚1', dann schießt Spieler 1, sonst Spieler 2.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elfmeter in ein Tor verwandelt wir, liegt in

A9: (A) $[0, 0.73]$. (B) $(0.73, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

In einem Spiel sind zwei Elfmeter zu schießen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Elfmeter in ein Tor verwandelt werden, liegt in

A10: (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.54]$. (D) $(0.54, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsvariable X werde durch die Funktion in Abbildung 1 beschrieben.



(a) Die in Abbildung 1 dargestellte Funktion ist eine

A11: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Verteilungsfunktion.

(b) $P(X < 2.5)$ liegt in

A12: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(c) Die in Abbildung 2 dargestellte Funktion ist eine

A13: (A) Dichtefunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Verteilungsfunktion.
(D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:
$P(X=-2)=0.3$, $P(X=-1)=0.1$, $P(X=0)=0.1$, $P(X=2)=0.5$. $E(X)$ liegt in

A14: (A) $(-\infty,-0.3]$. (B) $(-0.3,-0.1]$. (C) $(-0.1,0.2]$. (D) $(0.2,\infty)$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsgröße Z sei durch folgende Verteilungsfunktion F beschrieben:

$$F(z)=(z-1)^2 I_{[1,2]}(z)+I_{(2,\infty)}(z).$$

(a) $P(1.2<Z\leq 2.1)$ liegt in

A15: (A) $[0,0.74]$. (B) $(0.74,0.84]$. (C) $(0.84,0.94]$. (D) $(0.94,1]$.

(b) Die folgende Funktion f(z) ist eine Dichte zu F:

A16: (A) $2(z-1)$. (B) $2(z-1)I_{[1,2]}(z)+I_{(2,\infty)}(z)$. (C) $2(z-1)I_{(1,2)}(z)$.

(c) Ein 0.5-Quantil zu Z befindet sich im Intervall

A17: (A) $(-\infty,1.67]$. (B) $(1.67,1.70]$. (C) $(1.70,1.73]$. (D) $(1.73,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei eine stetige Zufallsgröße X mit der folgenden Dichtefunktion:

$$f(x)=2x^3 I_{(0,1]}(x)+0.25 I_{(1,3]}(x).$$

$E(X)$ ist in

A18: (A) $(-\infty,1.42]$. (B) $(1.42,1.46]$. (C) $(1.46,1.50]$. (D) $(1.50,\infty)$.

Aufgabe
Die jährliche Fehlzeit der einzelnen Mitarbeiter eines großen Unternehmens ist eine Zufallsvariable X mit Erwartungswert $\mu=8$ Tage und Standardabweichung $\sigma=3.56$ Tage. Es werden 35 Mitarbeiter zufällig ausgewählt. Die jährlichen Fehlzeiten X_i $(i=1,\ldots,35)$ bilden eine Stichprobe aus der Verteilung von X.
(a) Der Erwartungswert der jährlichen Gesamtfehlzeit der 35 Mitarbeiter liegt in

A19: (A) $(-\infty,230]$ (B) $(230,250]$. (C) $(250,270]$. (D) $(270,\infty)$.

(b) Die Standardabweichung der jährlichen Gesamtfehlzeit der 35 Mitarbeiter liegt in

A20: (A) $(0,21.5]$. (B) $(21.5,22.5]$. (C) $(22.5,23.5]$. (D) $(23.5,\infty)$.

Aufgabe
Es sei $X\sim B(8,0.4)$. Dann ist P(X=5) in

A21: (A) $[0,0.12]$. (B) $(0.12,0.14]$. (C) $(0.14,0.16]$. (D) $(0.16,1]$.

Aufgabe
Vier Spieler werfen jeder vier Mal einen Würfel. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Spieler genau eine Sechs würfelt, liegt in

A22: (A) $[0, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.82]$. (D) $(0.82, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Schadensfälle X, die einer Versicherung pro Tag gemeldet werden, sei Poisson-verteilt. Mit Wahrscheinlichkeit 0.5 treten keine Schadensfälle auf. $E(X)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ und $Z = (X - \mu)/\sigma$. $Z \sim N(0, 1)$ ist

A24: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es seien $X \sim U(0, 2)$ und $Y \sim \text{Exp}(3)$ unabhängig.
(a) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A25: (A) $(-\infty, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, \infty)$.

(b) $E(X + Y)^2$ liegt in

A26: (A) $[0, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.4]$. (C) $(2.4, 2.8]$. (D) $(2.8, \infty)$.

Aufgabe
Die Größe eines sechsjährigen Kindes sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 125$ (in cm) und Standardabweichung $\sigma = 5$ (cm).
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes sechsjähriges Kind eine Körpergröße zwischen 120 cm und 140 cm besitzt, liegt in

A27: (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) $(0.88, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei unabhängig voneinander zufällig ausgewählten sechsjährigen Kindern alle eine Körpergröße zwischen 120 cm und 140 cm besitzen, liegt in

A28: (A) $[0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.58]$. (C) $(0.58, 0.61]$. (D) $(0.61, 1]$.

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	0.06	0.1	0.04
0	0.15	0.25	0.1
1	0.09	0.15	0.06

(a) X und Y sind stochastisch unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) wahr. (B) falsch.

(b) $P(X+Y \geq 0)$ liegt in

A30: (A) $[0, 0.67]$. (B) $(0.67, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.73]$. (D) $(0.73, 1]$.

(c) $Var(X+Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 1.00]$. (B) $(1.00, 1.05]$. (C) $(1.05, 1.10]$. (D) $(1.10, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x,y) = \frac{1}{3}(1+x+y)I_{[0,1]}(x)I_{[-1,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte von X ist

A32: (A) $(\frac{5}{6} + \frac{1}{3}x)I_{[0,1]}(x)$. (B) $(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x)I_{[0,1]}(x)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) $E(X-Y)$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 60 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 10 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.48]$. (C) $(0.48, 0.51]$. (D) $(0.51, 1]$.

Aufgabe
$U, V \sim U(0,1)$ seien unabhängig und $X = U$ bzw. $Y = U + 2V$. $\varrho(X, Y)$ liegt in

A35: (A) $[-1, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.49]$. (D) $(0.49, 1]$.

Aufgabe
X_1, X_2, X_3 seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$U = X_2 + 2X_3/3 \quad , \quad V = (3X_1 - 2X_2 + X_3)/5.$$

Die Erwartungstreue für das Schätzen von μ ist erfüllt für

A36: (A) U, aber nicht V. (B) V, aber nicht U. (C) U und V. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{8}I_{[-2,0]}(x) + \frac{3}{4}I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A37: (A) $\frac{5}{3}\bar{X}_n$. (B) $\frac{4}{3}\bar{X}_n - \frac{1}{6}$. (C) $\frac{5}{3}\bar{X}_n - \frac{1}{3}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsgrößen X_i, $i = 1, \dots, n$ seien unabhängig und normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und $\sigma^2 = 1$. Es sei $\pi = P(3X_i < 0)$. Ein konsistenter Schätzer für π ist

A38: (A) $\Phi(\bar{X}_n/3)$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $1 - \Phi(\bar{X}_n)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 25 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 150$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 152.0]$. (B) $(152.0, 153.0]$. (C) $(153.0, 154.0]$. (D) $(154.0, \infty)$.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit π soll mit Hilfe einer Stichprobe vom Umfang n geschätzt werden. Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $H = X/n$. Es sei bekannt, dass $\pi \leq 0.1$ ist. Der Mindeststichprobenumfang, um für π mittels H ein approximatives Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 mit Genauigkeit 0.03 zu konstruieren, liegt dann in

A40: (A) $[0, 300]$. (B) $(300, 600]$. (C) $(600, 1200]$. (D) $(1200, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 9 Beobachtungen wurde $[2.32; 2.54]$ als das 0.95-Konfidenzintervall für μ bestimmt.
Das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte liegt im Intervall

A41: (A) $(-\infty, 2.42]$. (B) $(2.42, 2.44]$. (C) $(2.44, 2.46]$. (D) $(2.46, \infty)$.

Die Stichprobenvarianz liegt in

A42: (A) $[0, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.030]$. (C) $(0.030, 0.035]$. (D) $(0.035, \infty)$.

Aufgabe
In einer Arztpraxis werden im Laufe eines Monats 300 Rezepte ausgestellt. Für den *im Mittel pro Monat zu erwartenden Gesamtwert G* der auf diesen Rezepten verordneten Medikamenten soll auf Basis einer Stichprobe von 100 Rezepten ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsniveau 0.95 angegeben werden. Aus den Stichprobendaten ergibt sich das Stichprobenmittel 35 Euro und ein Schätzwert für die Standardabweichung von 7 Euro. Die obere Grenze des Konfidenzintervalls für G liegt in (Angaben in Tausend Euro)

A43: (A) $(-\infty, 11.1]$. (B) $(11.1, 11.4]$. (C) $(11.4, 11.7]$. (D) $(11.7, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle, soll mit einem statistischen Test *gezeigt* werden, dass die Ausschussquote einer Warenlieferung kleiner als 10 Prozent beträgt. Der Test hat die Nullhypothese nicht abgelehnt. Eine Nachkontrolle ergab einen tatsächlichen Ausschussanteil von 12 Prozent. Die Entscheidung des Tests war

A44: (A) richtig. (B) falsch (Fehler 1.Art). (C) falsch (Fehler 2.Art).

Aufgabe
Messungen des Milchfettgehalts von frischer Vollmilch ergaben folgende Werte (in %)

$$3.48;\ 3.58;\ 3.55;\ 3.49;\ 3.52;\ 3.54;\ 3.53;\ 3.56.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen! Die Varianz sei bekannt und gleich 0.0016. Es soll die Nullhypothese, dass der Normwert 3.50 genau eingehalten wird, geprüft werden.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A45: (A) $(-\infty, 1.90]$. (B) $(1.90, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese wird auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$

A46: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

(c) Der p-Wert des Tests liegt in

A47: (A) $[0, 0.020]$. (B) $(0.020, 0.030]$. (C) $(0.030, 0.040]$. (D) $(0.040, 1]$.

Aufgabe
Ein kleines Geschäft mache einen durchschnittlichen Umsatz von 200 Euro pro Tag. Nach Neuaufstellung des Geschäfts und einer Werbekampagne wurden die Umsätze von 40 Geschäftstagen festgestellt und ein Mittelwert von 275 Euro und eine Stichprobenvarianz von 3800 Euro^2 ermittelt. Es soll mit einem statistischen Test gezeigt werden, dass der Umsatz nach der Neuausrichtung *im Mittel* größer als 260 Euro ist.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.40]$. (B) $(1.40, 1.45]$. (C) $(1.45, 1.50]$. (D) $(1.50, \infty)$.

Die gewünschte Aussage kann zum Signifikanzniveau 0.05 bestätigt werden. Die Aussage ist

A49: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Bei einer bestimmten Krankheit werden mit der üblichen Therapie 70% der Erkrankten geheilt. Durch einen approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.025 soll nachgewiesen werden, dass der Anteil π der Geheilten bei einer neuen Therapie höher ist. In einer Stichprobe von 140 Erkrankten werden mit der neuen Therapie 120 geheilt.
Die Alternative des statistischen Tests lautet

A50: (A) $\pi = 0.7$. (B) $\pi \neq 0.7$. (C) $\pi < 0.7$. (D) $\pi > 0.7$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 3.8]$. (B) $(3.8, 4.0]$. (C) $(4.0, 4.2]$. (D) $(4.2, \infty)$.

Aufgabe
Die Wirksamkeit eines Medikaments zur Senkung des Blutdruckes soll getestet werden. Dazu wurde bei 5 Patienten der Blutdruck zu Beginn des Testzeitraumes (X) und am Ende des Testzeitraumes (Y) gemessen, siehe Tabelle, Angaben in *mmHg*.

Patient	1	2	3	4	5
X	155	146	168	150	146
Y	135	133	170	150	141

Es soll mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05 überprüft werden, ob das Medikament den Blutdruck der Patienten im Mittel senkt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus!
Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.78]$. (B) $(1.78, 1.88]$. (C) $(1.88, 1.98]$. (D) $(1.98, \infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt im Intervall

A53: (A) $[0, 1.85]$. (B) $(1.85, 1.95]$. (C) $(1.95, 2.05]$. (D) $(2.05, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Umfrage wurden Maßzahlen erhoben zur Erfassung des Zutrauens in die eigenen Fähigkeiten im Fach Mathematik (x) und dem Interesse für Informatik (y). Als empirischer Korrelationskoeffizient ergab sich für eine Stichprobe von 200 Studenten ein Wert von $r = 0.41$. Es soll überprüft werden, ob der Korrelationskoeffizient signifikant ($\alpha = 0.05$) größer als 0.3 ist. Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.68]$. (B) $(1.68, 1.74]$. (C) $(1.74, 1.80]$. (D) $(1.80, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A55: (A) abgelehnt. (B) angenommen.

Aufgabe
Ein kleines Unternehmen möchte den Zusammenhang zwischen Preis und Umsatz eines Produktes mit einem einfachen linearen Regressionsmodell $y_i = \alpha + \beta p_i + e_i$ untersuchen. Dazu wurden in 6 Testgeschäften unterschiedliche Preise (p_i, in Euro) für das Produkt festgelegt und die verkaufte Anzahl (y_i) festgestellt.

p_i	20	16	15	14	13	10
y_i	2	4	7	5	6	13

Der KQ-Wert für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.25]$. (B) $(-1.25, -1.10]$. (C) $(-1.10, -0.95]$. (D) $(-0.95, \infty)$.

Die *im Mittel zu erwartende Anzahl* von verkauften Einheiten der Produktes bei einem Preis von 14 Euro liegt in

A57: (A) $(-\infty, 6.20]$. (B) $(6.20, 6.60]$. (C) $(6.60, 7.00]$. (D) $(7.00, \infty)$.

Aufgabe

Auf einen Datensatz bestehend aus 12 Datenpaaren (x_i, y_i) wurde das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, angewandt. Eine Auswertung mit *Stata* ergab folgendes Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      12
-------------+------------------------------           F(  1,    10) = 1465.47
       Model |  4846.30835     1  4846.30835           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  33.0700966    10  3.30700966           R-squared     =  0.9932
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9925
       Total |  4879.37845    11  443.579859           Root MSE      =  1.8185

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   14.66063   .3829702    38.28   0.000     13.80732    15.51395
       _cons |  -.9866421   .9837905    -1.00   0.340    -3.178664     1.20538
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Parameter α ist signifikant von Null verschieden ($\alpha = 0.05$). Die Aussage ist

A58: (A) falsch. (B) richtig.

Die Teststatistik für $H_0 : \beta = 14$ liegt in

A59: (A) $(-\infty, 1.60]$. (B) $(1.60, 1.80]$. (C) $(1.80, 2.00]$. (D) $(2.00, \infty)$.

Die obere Grenze des *0.98*-Konfidenzintervalls für β liegt in

A60: (A) $(-\infty, 15.60]$. (B) $(15.60, 15.80]$. (C) $(15.80, 16.00]$. (D) $(16.00, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 2. Termin, 03. September 2011
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

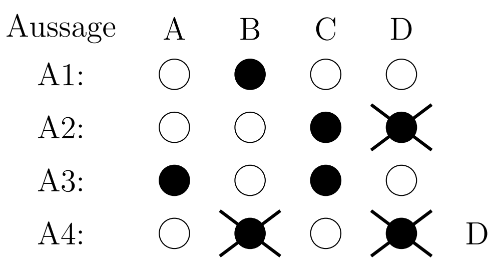
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Es wird eine Münze 100 mal geworfen, von der nicht unbedingt ausgegangen werden kann, dass sie ideal ist. Es wurde 55 mal ‚Zahl' geworfen. Die statistische Wahrscheinlichkeit für das Werfen von ‚Zahl' ist

A1: (A) in $[0, 0.2]$. (B) in $(0.2, 0.4]$. (C) in $(0.4, 1]$. (D) nicht bestimmbar.

Aufgabe
In der Regionalliga eines Landkreises spielen 10 Mannschaften. An einem Spieltag spielt jede Mannschaft gegen eine andere Mannschaft. Der Austragungsort und die Austragungszeit der Spiele mögen keine Rolle spielen. Die Anzahl der verschiedenen Spielpläne für einen Spieltag liegt in

A2: (A) $(0, 800]$. (B) $(800, 1200]$. (C) $(1200, 1600]$. (D) $(1600, \infty)$.

Aufgabe
Poker wird mit 52 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben" (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 13 „Werten" (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, Köng, Ass) kombiniert. Es werden zwei Karten nacheinander und ohne Zurücklegen zufällig gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide gezogene Karten unterschiedliche Farben und Werte haben, liegt im Intervall

A3: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe
Ein Zufallsexperiment bestehe darin, dass ein idealer Würfel zweimal nacheinander geworfen werde. A sei das Ereignis beim ersten Wurf eine gerade Zahl zu werfen. B sei das Ereignis beim ersten Wurf eine Zahl kleiner als 3 geworfen wird. C sei das Ereignis beim zweiten Wurf eine gerade Zahl zu werfen.
(a) Ein Ergebnis des Zufallsexperiments ist

A4: (A) (1,2). (B) $\{1, 2\}$. (C) $\{1\}$. (D) 2.

(b) A und B sind

A5: (A) disjunkt. (B) unabhängig. (C) (A) und (B) sind falsch.

(c) $P((A \cup B) \cap C)$ liegt in

A6: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Aufgabe
A, B seien beliebige Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) $P(A) \geq P(A \setminus B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es seien $P(A) \leq 0.6$ und $A \cap B = \emptyset$. Dann ist die Aussage „$P(B) \leq 0.3$"

A8: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Ein Fußballtrainer hat zwei Spieler, die für ihn die Elfmeter schießen. Dabei darf ein Spieler auch mehrere Elfmeter schießen. Spieler 1 verwandelt mit Wahrscheinlichkeit 0.6 einen Elfmeter zu einem Tor und Spieler 2 mit Wahrscheinlichkeit 0.85 - unabhängig von früheren Schießergebnissen. Um zu entscheiden, welcher Spieler einen Elfmeter schießen soll, wirft der Trainer jedes Mal einen Würfel. Fällt eine ,1' oder eine ,2', dann schießt Spieler 1, sonst Spieler 2.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elfmeter in ein Tor verwandelt wir, liegt in

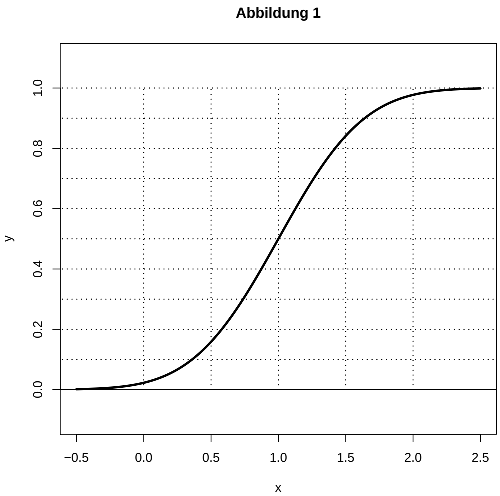
A9: (A) $[0, 0.69]$. (B) $(0.69, 0.72]$. (C) $(0.72, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

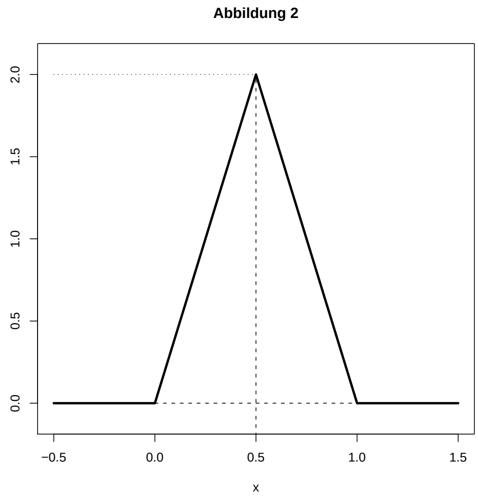
In einem Spiel sind zwei Elfmeter zu schießen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Elfmeter in ein Tor verwandelt werden, liegt in

A10: (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.53]$. (C) $(0.53, 0.56]$. (D) $(0.56, 1]$.

Aufgabe

Die Verteilung der Zufallsvariable X werde durch die Funktion in Abbildung 1 beschrieben.





(a) Die in Abbildung 1 dargestellte Funktion ist eine

A11: (A) Verteilungsfunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Dichtefunktion.

(b) $P(X > 1.5)$ liegt in

A12: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

(c) Die in Abbildung 2 dargestellte Funktion ist eine

A13: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Verteilungsfunktion. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:
$P(X = -2) = 0.3$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$, $P(X = 2) = 0.4$. $E(X)$ liegt in

A14: (A) $(-\infty, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.4]$. (C) $(0.4, 0.5]$. (D) $(0.5, \infty)$.

Aufgabe
Die Verteilung der Zufallsgröße Z sei durch folgende Verteilungsfunktion F beschrieben:

$$F(z) = (z-1)^3 I_{[1,2]}(z) + I_{(2,\infty)}(z).$$

(a) $P(1.7 < Z \leq 2.2)$ liegt in

A15: (A) $[0, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.8]$. (C) $(0.8, 0.9]$. (D) $(0.9, 1]$.

(b) Die folgende Funktion f(z) ist eine Dichte zu F:

A16: (A) $3z^2 I_{[1,2]}(z) + I_{(2,\infty)}(z)$. (B) $3(z-1)^2 I_{(1,2)}(z)$. (C) $3(z-1) I_{[1,2]}(z)$.

(c) Ein 0.9-Quantil zu Z befindet sich im Intervall

A17: (A) $(-\infty, 1.92]$. (B) $(1.92, 1.95]$. (C) $(1.95, 1.98]$. (D) $(1.98, \infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei eine stetige Zufallsgröße X mit der folgenden Dichtefunktion:

$$f(x) = x I_{(0,1]}(x) + 0.5 I_{[2,3]}(x).$$

$E(X)$ ist in

A18: (A) $(-\infty, 1.60]$. (B) $(1.60, 1.65]$. (C) $(1.65, 1.70]$. (D) $(1.70, \infty)$.

Aufgabe
Die jährliche Fehlzeit der einzelnen Mitarbeiter eines großen Unternehmens ist eine Zufallsvariable X mit Erwertungswert $\mu = 9$ Tage und Standardabweichung $\sigma = 2.56$ Tage. Es werden 25 Mitarbeiter zufällig ausgewählt. Die jährlichen Fehlzeiten X_i $(i = 1, \ldots, 25)$ bilden eine Stichprobe aus der Verteilung von X.
(a) Der Erwartungswert der jährlichen Gesamtfehlzeit der 25 Mitarbeiter liegt in

A19: (A) $(-\infty, 190]$ (B) $(190, 210]$. (C) $(210, 230]$. (D) $(230, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung der jährlichen Gesamtfehlzeit der 25 Mitarbeiter liegt in

A20: (A) $(0, 10.6]$. (B) $(10.6, 11.6]$. (C) $(11.6, 12.6]$. (D) $(12.6, \infty)$.

Aufgabe
Es sei $X \sim B(10, 0.3)$. Dann ist P(X=3) in

A21: (A) $[0, 0.21]$. (B) $(0.21, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

Aufgabe
Drei Spieler werfen jeder drei Mal einen Würfel. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Spieler genau eine Eins würfelt, liegt in

A22: (A) $[0, 0.66]$. (B) $(0.66, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.74]$. (D) $(0.74, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Schadensfälle X, die einer Versicherung pro Tag gemeldet werden, sei Poisson-verteilt. Mit Wahrscheinlichkeit 0.6 treten keine Schadensfälle auf. $E(X)$ liegt in

A23: (A) $(-\infty, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) $(0.70, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ und $Z = (X - \mu)/\sigma$. $Z \sim N(0, 1)$ ist

A24: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es seien $X \sim U(0, 2)$ und $Y \sim \text{Exp}(2)$ unabhängig.
(a) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A25: (A) $(-\infty, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.60]$. (D) $(0.60, \infty)$.

(b) $E(X + Y)^2$ liegt in

A26: (A) $[0, 2.70]$. (B) $(2.70, 2.80]$. (C) $(2.80, 2.90]$. (D) $(2.90, \infty)$.

Aufgabe
Die Größe eines sechsjährigen Kindes sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 120$ (in cm) und Standardabweichung $\sigma = 6$ (cm).
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes sechsjähriges Kind eine Körpergröße zwischen 110 cm und 130 cm besitzt, liegt in

A27: (A) $[0, 0.92]$. (B) $(0.92, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.96]$. (D) $(0.96, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei unabhängig voneinander zufällig ausgewählten sechsjährigen Kindern alle eine Körpergröße zwischen 110 cm und 130 cm besitzen, liegt in

A28: (A) $[0, 0.66]$. (B) $(0.66, 0.69]$. (C) $(0.69, 0.72]$. (D) $(0.72, 1]$.

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	0.09	0.1	0.2
0	0.06	0.1	0
1	0.2	0.05	0.2

(a) X und Y sind stochastisch unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) wahr. (B) falsch.

(b) $P(X+Y>0)$ liegt in

A30: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

(c) $Var(X+Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.30]$. (D) $(1.30, \infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x,y) = \frac{1}{3}(1+x+y)I_{[-1,1]}(x)I_{[0,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte von X ist

A32: (A) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x)I_{[-1,1]}(x)$. (B) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x)I_{[-1,1]}(x)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) $E(X+2Y)$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 1.30]$. (B) $(1.30, 1.35]$. (C) $(1.35, 1.40]$. (D) $(1.40, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 90 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 13 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $(-\infty, 0.68]$. (B) $(0.68, 0.71]$. (C) $(0.71, 0.74]$. (D) $(0.74, \infty)$.

Aufgabe
$U, V \sim U(0,1)$ seien unabhängig und $X = U$ bzw. $Y = 3U + V$. $\varrho(X, Y)$ liegt in

A35: (A) $[-1, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) $(0.94, 1]$.

Aufgabe
X_1, X_2, X_3 seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$U = X_1 + X_2 - X_3 \quad , \quad V = X_1 + X_2/2.$$

Die Erwartungstreue für das Schätzen von μ ist erfüllt für

A36: (A) U, aber nicht V. (B) V, aber nicht U. (C) U und V. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2}I_{[-1,0]}(x) + \frac{1}{2}I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A37: (A) $\bar{X}_n$. (B) $2\bar{X}_n - 2$. (C) $2\bar{X}_n - 1$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsgrößen X_i, $i = 1, \ldots, n$ seien unabhängig und normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und $\sigma^2 = 1$. Es sei $\pi = P(X_i > 0)$. Ein konsistenter Schätzer für π ist

A38: (A) $1 - \Phi(\bar{X}_n)$. (B) $\Phi(\bar{X}_n)$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 200$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 120$.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 205.0]$. (B) $(205.0, 206.0]$. (C) $(206.0, 207.0]$. (D) $(207.0, \infty)$.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit π soll mit Hilfe einer Stichprobe vom Umfang n geschätzt werden. Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $H = X/n$. Es sei bekannt, dass $\pi \leq 0.2$ ist. Der Mindeststichprobenumfang, um für π mittels H ein approximatives Konfidenzintervall zum Niveau 0.95 mit Genauigkeit 0.03 zu konstruieren, liegt dann in

A40: (A) $[0, 300]$. (B) $(300, 600]$. (C) $(600, 900]$. (D) $(900, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parameter μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 25 Beobachtungen wurde $[1.12; 1.54]$ als das 0.95-Konfidenzintervall für μ bestimmt.
Das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte liegt im Intervall

A41: (A) $(-\infty, 1.30]$. (B) $(1.30, 1.32]$. (C) $(1.32, 1.34]$. (D) $(1.34, \infty)$.

Die Stichprobenvarianz liegt in

A42: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.29]$. (D) $(0.29, \infty)$.

Aufgabe
In einer Arztpraxis werden im Laufe eines Monats 400 Rezepte ausgestellt. Für den *im Mittel pro Monat zu erwartenden Gesamtwert G* der auf diesen Rezepten verordneten Medikamenten soll auf Basis einer Stichprobe von 100 Rezepten ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsniveau 0.95 angegeben werden. Aus den Stichprobendaten ergibt sich das Stichprobenmittel 30 Euro und ein Schätzwert für die Standardabweichung von 6 Euro. Die obere Grenze des Konfidenzintervalls für G liegt in (Angaben in Tausend Euro)

A43: (A) $(-\infty, 11.7]$. (B) $(11.7, 12.0]$. (C) $(12.0, 12.3]$. (D) $(12.3, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle, soll mit einem statistischen Test *gezeigt* werden, dass die Ausschussquote einer Warenlieferung kleiner als 10 Prozent beträgt. Der Test hat die Nullhypothese angenommen. Eine Nachkontrolle ergab einen tatsächlichen Ausschussanteil von 9 Prozent. Die Entscheidung des Tests war

A44: (A) richtig. (B) falsch (Fehler 1.Art). (C) falsch (Fehler 2.Art).

Aufgabe
Messungen des Milchfettgehalts von frischer Vollmilch ergaben folgende Werte (in %)

$$1.48;\ 1.51;\ 1.50;\ 1.45;\ 1.52;\ 1.43;\ 1.46.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen! Die Varianz sei bekannt und gleich 0.0009. Es soll die Nullhypothese, dass der Normwert 1.50 genau eingehalten wird, geprüft werden.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A45: (A) $(-\infty, -1.95]$. (B) $(-1.95, -1.85]$. (C) $(-1.85, -1.75]$. (D) $(-1.75, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese ist auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$

A46: (A) nicht abzulehnen. (B) abzulehnen.

(c) Der p-Wert des Tests liegt in

A47: (A) $[0, 0.065]$. (B) $(0.065, 0.075]$. (C) $(0.075, 0.09]$. (D) $(0.09, 1]$.

Aufgabe
Ein kleines Geschäft mache einen durchschnittlichen Umsatz von 200 Euro pro Tag. Nach Neuaufstellung des Geschäfts und einer Werbekampagne wurden die Umsätze von 35 Geschäftstagen festgestellt und ein Mittelwert von 260 Euro und eine Stichprobenvarianz von 3000 Euro^2 ermittelt. Es soll mit einem statistischen Test gezeigt werden, dass der Umsatz nach der Neuausrichtung *im Mittel* größer als 240 Euro ist.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.9]$. (B) $(1.9, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

Die gewünschte Aussage kann zum Signifikanzniveau 0.025 bestätigt werden. Die Aussage ist

A49: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe
Bei einer bestimmten Krankheit werden mit der üblichen Therapie 80% der Erkrankten geheilt. Durch einen approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.025 soll nachgewiesen werden, dass der Anteil π der Geheilten bei einer neuen Therapie höher ist. In einer Stichprobe von 120 Erkrankten werden mit der neuen Therapie 105 geheilt.
Die Nullhypothese des statistischen Tests lautet

A50: (A) $\pi \neq 0.8$. (B) $\pi \leq 0.8$. (C) $\pi \geq 0.8$. (D) $\pi = 0.8$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.95]$. (B) $(1.95, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

Aufgabe
Die Wirksamkeit eines Medikaments zur Senkung des Blutdruckes soll getestet werden. Dazu wurde bei 6 Patienten der Blutdruck zu Beginn des Testzeitraumes (X) und am Ende des Testzeitraumes (Y) gemessen, siehe Tabelle, Angaben in *mmHg*.

Patient	1	2	3	4	5	6
X	155	146	168	150	146	156
Y	135	133	170	150	131	158

Es soll mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05 überprüft werden, ob das Medikament den Blutdruck der Patienten im Mittel senkt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus!
Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt im Intervall

A52: (A) $[0, 1.68]$. (B) $(1.68, 1.74]$. (C) $(1.74, 1.80]$. (D) $(1.80, \infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt im Intervall

A53: (A) $[0, 1.82]$. (B) $(1.82, 1.97]$. (C) $(1.97, 2.12]$. (D) $(2.12, \infty)$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Umfrage wurden Maßzahlen erhoben zur Erfassung des Zutrauens in die eigenen Fähigkeiten im Fach Mathematik (x) und dem Interesse für Informatik (y). Als empirischer Korrelationskoeffizient ergab sich für eine Stichprobe von 160 Studenten ein Wert von $r = 0.34$. Es soll überprüft werden, ob der Korrelationskoeffizient signifikant ($\alpha = 0.05$) größer als 0.2 ist. Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.73]$. (B) $(1.73, 1.79]$. (C) $(1.79, 1.85]$. (D) $(1.85, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A55: (A) abgelehnt. (B) angenommen.

Aufgabe
Ein kleines Unternehmen möchte den Zusammenhang zwischen Preis und Umsatz eines Produktes mit einem einfachen linearen Regressionsmodell $y_i = \alpha + \beta p_i + e_i$ untersuchen. Dazu wurden in 6 Testgeschäften unterschiedliche Preise (p_i, in Euro) für das Produkt festgelegt und die verkaufte Anzahl (y_i) festgestellt.

p_i	20	16	15	16	13	10
y_i	0	3	7	4	6	10

Der KQ-Wert für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.30]$. (B) $(-1.30, -1.10]$. (C) $(-1.10, -0.90]$. (D) $(-0.90, \infty)$.

Die *im Mittel zu erwartende Anzahl* von verkauften Einheiten der Produktes bei einem Preis von 16 Euro liegt in

A57: (A) $(-\infty, 3.40]$. (B) $(3.40, 3.80]$. (C) $(3.80, 4.20]$. (D) $(4.20, \infty)$.

Aufgabe

Auf einen Datensatz bestehend aus 15 Datenpaaren (x_i, y_i) wurde das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, angewandt. Eine Auswertung mit *Stata* ergab folgendes Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      15
-------------+------------------------------           F(  1,    13) =  654.65
       Model |  1272.33284     1  1272.33284           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  25.2660076    13  1.94353905           R-squared     =  0.9805
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9790
       Total |  1297.59884    14  92.6856317           Root MSE      =  1.3941
```

```
------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   11.85303    .463261    25.59   0.000     10.85222    12.85385
       _cons |  -.4539555    .941357    -0.48   0.638    -2.487634    1.579723
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Parameter α ist signifikant von Null verschieden ($\alpha = 0.05$). Die Aussage ist

A58: (A) falsch. (B) richtig.

Die Teststatistik für $H_0 : \beta \leq 10$ liegt in

A59: (A) $(-\infty, 3.90]$. (B) $(3.90, 4.10]$. (C) $(4.10, 4.30]$. (D) $(4.30, \infty)$.

Die obere Grenze des *0.99*-Konfidenzintervalls für β liegt in

A60: (A) $(-\infty, 12.90]$. (B) $(12.90, 13.10]$. (C) $(13.10, 13.30]$. (D) $(13.30, \infty)$.