Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 1. Termin, 13. Juni 2015
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 8 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f' und drei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 4 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 490]$. (B) $(490, 540]$. (C) $(540, 590]$. (D) $(590, \infty)$.

Aufgabe

Eine Lieferung von 50 gleichartigen Teilen enthalte 10 defekte Teile. Der Lieferung werden 2 Teile ohne Zurücklegen zufällig entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide entnommenen Teile defekt sind, liegt in

A2: (A) $[0, 0.030]$. (B) $(0.030, 0.040]$. (C) $(0.040, 0.050]$. (D) $(0.050, 1]$.

Aufgabe

Eine ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde genau einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A3: (A) P({Z,Z})=4/9. (B) {(Z,Z)}=4/9. (C) P({(Z,Z)})=4/9. (D) P((Z,Z))=4/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A4: (A) $(0, 0.4]$. (B) $(0.4, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.6]$. (D) $(0.6, 1]$.

Aufgabe

Im Rahmen eines Zufallsexperiments treten drei Ereignisse A,B und C mit folgenden Wahrscheinlichkeiten auf:

$$P(A) = 0.55, \quad P(B) = 0.55, \quad P(C) = 0.50, \quad P(A \cap B) = 0.40,$$
$$P(A \cap C) = 0.35, \quad P(B \cap C) = 0.35, \quad P(A \cap B \cap C) = 0.30.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Durchführung des Experiments mindestens eines der drei Ereignisse eintritt, liegt in

A5: (A) $[0, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.80]$. (D) $(0.80, 1]$.

Aufgabe

A, B und C seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.
(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(B|A) > P(C|A)$. Die Aussage ist

A6: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Eine Multiple-Choice-Klausuraufgabe habe 4 logisch unabhängige Antwortmöglichkeiten, von denen keine, eine, zwei, drei oder alle vier richtig sein können. Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn alle richtigen und keine falschen Antworten markiert wurden. Ein Student versucht zur Lösung zu kommen, indem er bei jeder der 4 Antwortmöglichkeiten mit Wahrscheinlichkeit 0.5 entscheidet, ob er sie markiert oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Aufgabe richtig löst, wenn genau 2 Antwortmöglichkeiten richtig sind, liegt dann in

A8: (A) $[0, 0.04]$. (B) $(0.04, 0.05]$. (C) $(0.05, 0.06]$. (D) $(0.06, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit

$$P(X = -1) = 0.4, \quad P(X = 0) = 0.2, \quad P(X = 1) = 0.1, \quad P(X = 3) = 0.3.$$

(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 1.5 ist

A9: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [1, 3))$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A11: (A) $[0, 3.0]$. (B) $(3.0, 3.3]$. (C) $(3.3, 3.6]$. (D) $(3.6, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ‚1' oder eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch 3 Mal. X gebe an, wie oft der Würfel geworfen wird.
(a) X ist

A12: (A) stetig. (B) weder stetig noch diskret. (C) diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 3 annimmt, ist in

A13: (A) $[0.30, 0.34]$. (B) $(0.34, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.42]$. (D) $(0.42, 0.46]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 I_{[0,1)}(x) + \frac{1}{3}x\, I_{[1,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) X ist dann

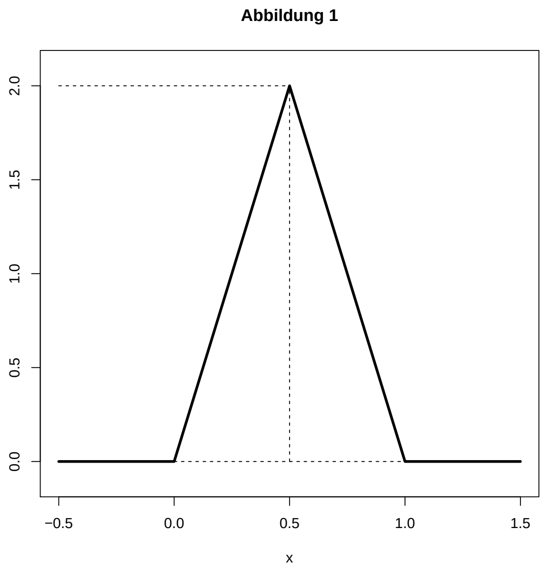
A14: (A) diskret verteilt. (B) stetig verteilt. (C) (A) und (B) sind falsch.

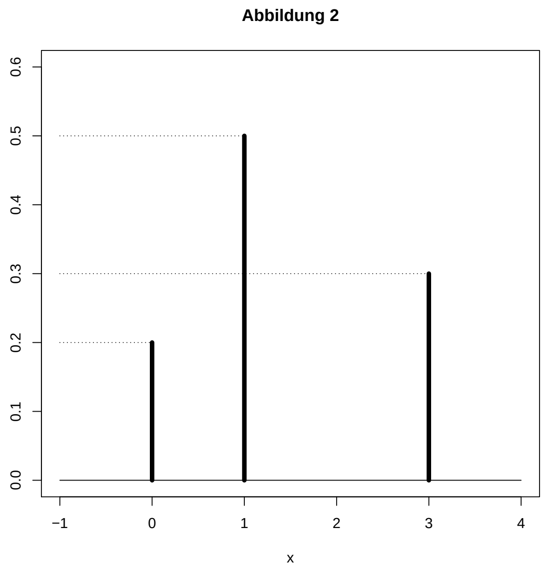
(b) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A15: (A) (2.65,2.75]. (B) (2.75,2.85]. (C) (2.85,2.95]. (D) (2.95,3.05].

(c) $E(X)$ ist in

A16: (A) $(-\infty$,1.3]. (B) (1.3,1.5]. (C) (1.5,1.7]. (D) $(1.7,\infty)$.





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Für die beiden unabhängigen Zufallsvariablen X und Y gelten

$$E(X) = 1, \quad Var(X) = 16, \quad E(Y) = -5, \quad Var(Y) = 1.$$

Dann liegt $E(-2X + 4Y + 20)$ in

A19: (A) $(-\infty, -10]$. (B) $(-10, -5]$. (C) $(-5, 0]$. (D) $(0, \infty)$.

$Var(X - Y)$ liegt im Intervall

A20: (A) $(0, 16.5]$. (B) $(16.5, 18.5]$. (C) $(18.5, 20.5]$. (D) $(20.5, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 1 und Varianz 2. Es sei $Z = X \cdot Y$.
$Var(Z)$ liegt in

A21: (A) $[0, 3]$. (B) $(3, 5]$. (C) $(5, 7]$. (D) $(7, 9]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X besitze folgende Verteilungstabelle:

x	0	1	2
$P(X = x)$	4/9	4/9	1/9.

Das 0.8-Quantil zu X ist

A22: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Welche Aussage ist korrekt?

A23: (A) $X \sim B(2, 2/3)$. (B) $X \sim B(2, 1/3)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 5.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.84]$. (B) $(0.84, 0.87]$. (C) $(0.87, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 11 Kunden die Bank betreten, liegt in

A25: (A) $[0, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.17]$. (D) $(0.17, 1]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängig mit $X \sim N(30, 40)$ und $Y \sim N(20, 24)$.
$P(X - Y \leq 12)$ liegt in

A26: (A) $[0.52, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.58]$. (C) $(0.58, 0.61]$. (D) $(0.61, 0.64]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1, 3)$ und $Y \sim \mathrm{Exp}(2)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 5.0]$. (B) $(5.0, 5.5]$. (C) $(5.5, 6.0]$. (D) $(6.0, \infty)$.

(b) $E\big(YX^3\big)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.4]$. (C) $(4.4, 4.8]$. (D) $(4.8, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitstabelle

$x \setminus y$	4	5	10
5	0.10	0.05	0.05
10	0.40	0.15	0.25

$E(X)$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 10]$. (B) $(10, 12]$. (C) $(12, 14]$. (D) $(14, \infty)$.

$Var(Y)$ liegt in

A30: (A) $[0, 6.5]$. (B) $(6.5, 7.5]$. (C) $(7.5, 8.5]$. (D) $(8.5, \infty)$.

$P(X \cdot Y = 50)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.15]$. (D) $(0.15, 1]$.

X und Y sind

A32: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien u.i.v.
Welche der folgenden beiden Aussagen sind dann stets richtig?

(i) $X_1 = X_2 = \cdots = X_n$.

(ii) Für $Z_i = X_i \cdot X_{i+1}$ sind $Z_1, Z_2, \ldots, Z_{n-1}$ u.i.v.

A33: (A) (i) und (ii). (B) Nur (i). (C) Nur (ii). (D) Weder (i) noch (ii).

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 180-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich" höchstens 32-mal auftritt, liegt in

A34: (A) $[0, 0.68]$. (B) $(0.68, 0.71]$. (C) $(0.71, 0.74]$. (D) $(0.74, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x \setminus y$	0	2
-1	0.2	$0.3 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.3 \cdot (1 + \theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A35: (A) $0.4 + 0.5 \cdot \theta$. (B) $0.3 + 0.4 \cdot \theta$. (C) $-0.2 + 0.5 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A36: (A) $0.6 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2, $n \geq 4$.

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{2}(X_4 + \bar{X}_n)$$

seien Schätzer für μ. Folgende Schätzer sind erwartungstreu für μ:

A37: (A) T_1 und T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ u.i.v. Ein konsistenter Schätzer für $\theta = 1/\lambda^2$ ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $1/\bar{X}_n^2$. (C) $1/\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$0.5 - \theta$	θ	$0.5 - \theta$	θ.

Der Momentenschätzer für $\theta \in [0, 0.5]$ ist

A39: (A) $\bar{X}_n - 0.75$. (B) $0.25\bar{X}_n - 0.25$. (C) $0.5\bar{X}_n - 0.5$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 9000, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 822\,100.$$

Es werde von u.i.v. Beobachtungen ausgegangen. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für den *im Mittel zu erwartenden* Verkaufspreis liegt in

A40: (A) $(-\infty, 89.5\,]$. (B) $(89.5, 90.5\,]$. (C) $(90.5, 91.5\,]$. (D) $(91.5, \infty)$.

Aufgabe
Für den Anteil der Haushalte, die ein Fernsehgerät besitzen, ergab eine Stichprobe das 0.9544-Konfidenzintervall $[0.704, 0.896]$. Der Stichprobenumfang der Stichprobe liegt in

A41: (A) $[0, 55]$. (B) $(55, 65]$. (C) $(65, 75]$. (D) $(75, \infty)$.

Aufgabe
Welche Bedeutung hat das Signifikanzniveau beim Test zur Hypothese $H_0 : \theta = \theta_0$?
Das Signifikanzniveau ist die Wahrscheinlichkeit, mit der man

A42: (A) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (B) H_0 verwirft, wenn H_0 zutrifft. (C) H_0 verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (D) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 zutrifft.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.25. Zu testen sei $H_0 : \mu \leq 1$ zum Signifikanzniveau 0.05. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.34.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) $(-\infty, 1.90\,]$. (B) $(1.90, 2.10\,]$. (C) $(2.10, 2.30\,]$. (D) $(2.30, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Tests ist im Intervall

A44: (A) $[\,0, 0.01\,]$. (B) $(0.01, 0.02\,]$. (C) $(0.02, 0.03\,]$. (D) $(0.03, 1\,]$.

Aufgabe
Für einen Test für das Testproblem $H_0 : \theta \leq 0$ gegen $H_1 : \theta > 0$ wurde die Gütefunktion an der Stelle $\theta = 1$ berechnet und es ergab sich ein Wert von 0.4.
Dann ist 0.6 in diesem Zusammenhang die Wahrscheinlichkeit für

A45: (A) einen Fehler 1.Art. (B) einen Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

Aufgabe
Der Teergehalt einer zufällig ausgewählten Zigarette einer speziellen Marke sei normalverteilt. Der Hersteller behauptet, der durchschnittliche Teergehalt einer Zigarette betrage höchstens 12 mg. Ein Verbrauchermagazin möchte die Aussage widerlegen. Dazu soll ein geeigneter statistischer Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt werden. Bei einer Messung des Teergehalt x_i (in mg) von $n = 25$ Zigaretten ergaben sich folgende Werte: $\bar{x} = 12.20$ und $s = \sqrt{s^2} = 0.50$.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.75]$. (B) $(1.75, 1.85]$. (C) $(1.85, 1.95]$. (D) $(1.95, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.60]$. (B) $(1.60, 1.68]$. (C) $(1.68, 1.75]$. (D) $(1.75, \infty)$.

Aufgabe
Um an einem Wahltag sofort nach Schließung der Wahllokale eine erste Hochrechnung präsentieren zu können, befragt ein Meinungsforschungsinstitut 2500 zufällig ausgewählte Wähler bei Verlassen des Wahllokals, welche Partei sie gewählt haben.
Mindestens x der 2500 Befragten müssen für eine Partei gestimmt haben, damit für sie zum Signifikanzniveau 0.025 ein Stimmenanteil von mehr als 5% statistisch gesichert ist.
Der Wert von x liegt in

A48: (A) $[\,0, 120]$. (B) $(120, 130]$. (C) $(130, 140]$. (D) $(140, \infty)$.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 100 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 100 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 5.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.

(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A49: (A) Approx. Gauß-Test. (B) Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A50: (A) $[0, 1.60]$. (B) $(1.60, 1.70]$. (C) $(1.70, 1.80]$. (D) $(1.80, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A51: (A) nicht bestätigt. (B) bestätigt.

Aufgabe
Bei einer Marktforschungsuntersuchung über ein Softwareprodukt werden 400 Kunden zufällig ausgewählt. Sie werden gebeten, auf einer Skala von 1 bis 5 jeweils die „Zufriedenheit mit dem Produkt" und die „Zufriedenheit mit dem Service" zu bewerten.
Es soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass eine Abhängigkeit zwischen den beiden Bewertungen besteht. Die Voraussetzungen des χ^2-Unabhängigkeitstests seien erfüllt. Der kritische Wert des Tests liegt dann im Intervall

A52: (A) $(0, 17]$. (B) $(17, 21]$. (C) $(21, 25]$. (D) $(25, \infty)$.

Aufgabe
Die Kundendatei einer Maßschneiderei erfasst die Merkmale Körpergröße (X_i) und Taillenumfang (Y_i) ihrer Kunden (in cm) und enthält folgende Daten:

Person i	1	2	3	4	5
Körperlänge	185	183	177	180	190
Taillenumfang	101	105	96	106	107

Der empirische Korrelationskoeffizient r_{XY} liegt in

A53: (A) $(-\infty, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.60]$. (D) $(0.60, \infty)$.

Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten (X_i, Y_i) aus. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ geprüft werden, ob Körpergröße und Taillenumfang korreliert sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 0.9]$. (B) $(0.9, 1.1]$. (C) $(1.1, 1.3]$. (D) $(1.3, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt in

A55: (A) $[0, 2.7]$. (B) $(2.7, 3.0]$. (C) $(3.0, 3.3]$. (D) $(3.3, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 1.44, \quad s_Y^2 = 9.98, \quad \hat{\alpha} = 5.20, \quad \hat{\beta} = -1.98, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.600, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.174.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A56: (A) $(-\infty, -1.90]$. (B) $(-1.90, -1.80]$. (C) $(-1.80, -1.70]$. (D) $(-1.70, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A57: (A) $(-\infty, 0.58]$. (B) (0.58,0.61]. (C) (0.61,0.64]. (D) $(0.64, \infty)$.

Aufgabe
Eine amerikanische Supermarktkette interessiert sich für den Zusammenhang des Umsatzes (u_i, in Dollar) einer markeneigenen Tiefkühl-Gemüsesorte - in Abhängigkeit von dem Ausgaben für Werbung für das Gemüse in der lokalen Presse (w_i in Dollar) und dem Platz, der dem Gemüse in den Verkaufsregalen zur Verfügung gestellt wird (p_i in Fuß). Daten zu diesem Zusammenhang wurden gesammelt und mit einer multiplen linearen Regression

$$U_i = \beta_0 + \beta_1 w_i + \beta_2 p_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

modelliert. Die nachfolgende STATA-Ausgabe gibt das Ergebnis der Analyse an:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      20
-------------+------------------------------           F(  2,    17) =   77.47
       Model |  23747817.9     2    11873909           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  2605713.25    17   153277.25           R-squared     =  0.9011
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8895
       Total |  26353531.2    19  1387027.96           Root MSE      =  391.51

------------------------------------------------------------------------------
      Umsatz |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     Werbung |   2.548136   .2642332     9.64   0.000     1.990653    3.105619
       Platz |    34.1205   4.648559     7.34   0.000     24.31289     43.9281
       _cons |  -558.5463   309.5127    -1.80   0.089    -1211.561     94.4684
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Wert des Bestimmtheitsmaßes zur linearen Regression liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.84]$. (B) $(0.84, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.92]$. (D) $(0.92, \infty)$.

Der Schätzwert für den im Mittel zu erwartende höheren Umsatz (in Dollar) pro zusätzlichen 100 Dollar, die in Werbung investiert werden, liegt in

A59: (A) $(-\infty, 260]$. (B) $(260, 270]$. (C) $(270, 280]$. (D) $(280, \infty)$.

Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für β_2 liegt in

A60: (A) $(-\infty, 47.0]$. (B) $(47.0, 48.0]$. (C) $(48.0, 49.0]$. (D) $(49.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 1. Termin, 13. Juni 2015
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

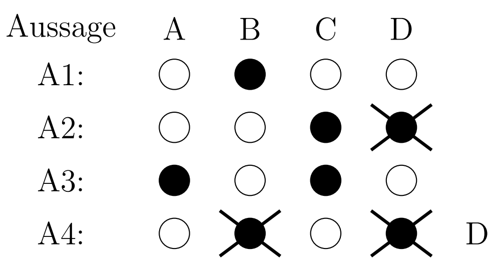
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 9 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f','g' und drei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 5 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 3600]$. (B) $(3600, 3900]$. (C) $(3900, 4200]$. (D) $(4200, \infty)$.

Aufgabe
Eine Lieferung von 60 gleichartigen Teilen enthalte 15 defekte Teile. Der Lieferung werden 2 Teile ohne Zurücklegen zufällig entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide entnommenen Teile defekt sind, liegt in

A2: (A) $[0, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.055]$. (C) $(0.055, 0.065]$. (D) $(0.065, 1]$.

Aufgabe
Eine ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ,Zahl', W für ,Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	1/9	2/9	2/9	4/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde genau einmal ,Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A3: (A) P({Z,Z})=1/9. (B) {(Z,Z)}=1/9. (C) P((Z,Z))=1/9. (D) P({(Z,Z)})=1/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A4: (A) $(0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.3, 0.4]$. (D) $(0.4, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen eines Zufallsexperiments treten drei Ereignisse A,B und C mit folgenden Wahrscheinlichkeiten auf:

$$P(A) = 0.65, \quad P(B) = 0.55, \quad P(C) = 0.50, \quad P(A \cap B) = 0.40,$$
$$P(A \cap C) = 0.35, \quad P(B \cap C) = 0.35, \quad P(A \cap B \cap C) = 0.30.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Durchführung des Experiments mindestens eines der drei Ereignisse eintritt, liegt in

A5: (A) $[0, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

Aufgabe
A, B und C seien Ereginsse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.
(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(A \cap B) \leq P(A \cap C)$. Die Aussage ist

A6: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Dann gilt $P(A \setminus B) = P(A)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Eine Multiple-Choice-Klausuraufgabe habe 5 logisch unabhängige Antwortmöglichkeiten, von denen keine, eine, zwei, drei, vier oder alle fünf richtig sein können. Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn alle richtigen und keine falschen Antworten markiert wurden. Ein Student versucht zur Lösung zu kommen, indem er bei jeder der 5 Antwortmöglichkeiten mit Wahrscheinlichkeit 0.5 entscheidet, ob er sie markiert oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Aufgabe richtig löst, wenn genau 2 Antwortmöglichkeiten richtig sind, liegt dann in

A8: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.060]$. (C) $(0.060, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit

$$P(X = -2) = 0.3, \quad P(X = -1) = 0.4, \quad P(X = 0) = 0.2, \quad P(X = 1) = 0.1.$$

(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 0.5 ist

A9: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [-1, 1])$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.4]$. (B) $(0.4, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.8]$. (D) $(0.8, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A11: (A) $[0, 0.8]$. (B) $(0.8, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.2]$. (D) $(1.2, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch 4 Mal. X gebe an, wie oft der Würfel geworfen wird.
(a) X ist

A12: (A) diskret. (B) weder stetig noch diskret. (C) stetig.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 4 annimmt, ist in

A13: (A) $[0.44, 0.48]$. (B) $(0.48, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.56]$. (D) $(0.56, 0.60]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 I_{[0,1)}(x) + \left(\frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\right) I_{[1,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

(a) X ist dann

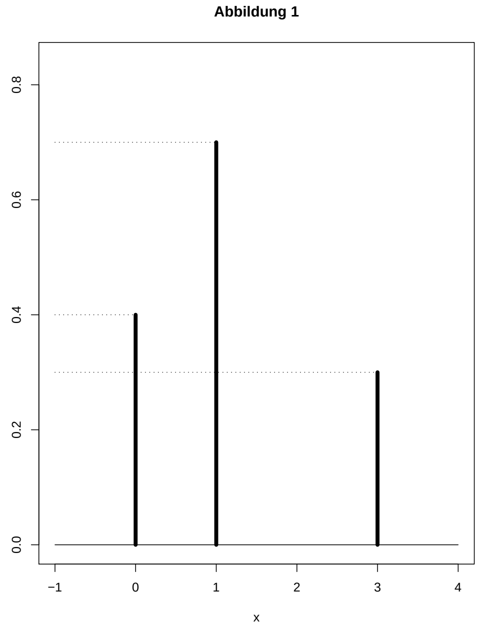
A14: (A) diskret verteilt. (B) stetig verteilt. (C) (A) und (B) sind falsch.

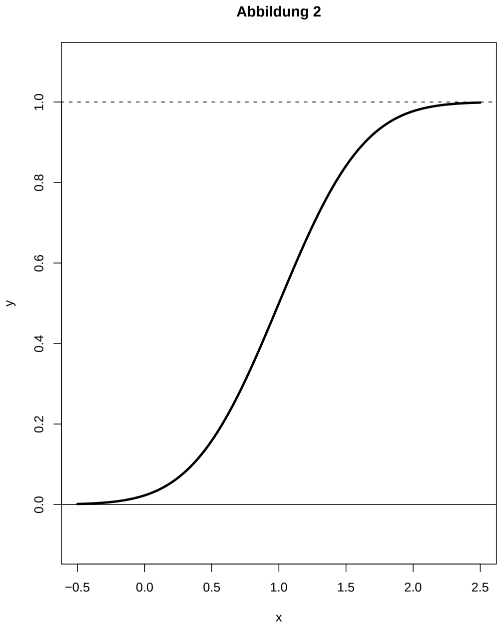
(b) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A15: (A) (2.4,2.5]. (B) (2.5,2.6]. (C) (2.6,2.7]. (D) (2.7,2.8].

(c) $E(X)$ ist in

A16: (A) $(-\infty$,1.8]. (B) (1.8,2.0]. (C) (2.0,2.2]. (D) (2.2,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Für die beiden unabhängigen Zufallsvariablen X und Y gelten

$$E(X) = 2, \quad Var(X) = 25, \quad E(Y) = 5, \quad Var(Y) = 1.$$

Dann liegt $E(-2X + 4Y + 20)$ in

A19: (A) $(-\infty, 34]$. (B) $(34, 38]$. (C) $(38, 42]$. (D) $(42, \infty)$.

$Var(X - Y)$ liegt im Intervall

A20: (A) $(0, 24.5]$. (B) $(24.5, 26.5]$. (C) $(26.5, 28.5]$. (D) $(28.5, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 2 und Varianz 1. Es sei $Z = X \cdot Y$.
$Var(Z)$ liegt in

A21: (A) $[6, 8]$. (B) $(8, 10]$. (C) $(10, 12]$. (D) $(12, 14]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X besitze folgende Verteilungstabelle:

x	0	1	2
$P(X=x)$	3/9	5/9	1/9.

Das 0.3-Quantil zu X ist

A22: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Welche Aussage ist korrekt?

A23: (A) $X \sim B(2, 1/3)$. (B) $X \sim B(2, 2/3)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 4.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.81]$. (B) $(0.81, 0.84]$. (C) $(0.84, 0.87]$. (D) $(0.87, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 9 Kunden die Bank betreten, liegt in

A25: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) $(0.12, 1]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängig mit $X \sim N(35, 50)$ und $Y \sim N(20, 14)$.
$P(X - Y \leq 11)$ liegt in

A26: (A) $[0.20, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.29]$. (D) $(0.29, 0.32]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(2, 4)$ und $Y \sim \text{Exp}(2)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 7.5]$. (B) $(7.5, 8.5]$. (C) $(8.5, 9.5]$. (D) $(9.5, \infty)$.

(b) $E\big(YX^3\big)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 14.5]$. (B) $(14.5, 16.5]$. (C) $(16.5, 18.5]$. (D) $(18.5, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitstabelle

$x \setminus y$	4	5	10
5	0.10	0.05	0.15
10	0.30	0.15	0.25

$E(X)$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 6]$. (B) $(6, 8]$. (C) $(8, 10]$. (D) $(10, \infty)$.

$Var(Y)$ liegt in

A30: (A) $[0, 5.5]$. (B) $(5.5, 6.5]$. (C) $(6.5, 7.5]$. (D) $(7.5, \infty)$.

$P(X \cdot Y = 50)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

X und Y sind

A32: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und die $E(X_i)$ mögen existieren.
Welche der folgenden beiden Aussagen sind dann stets richtig?

(i) $X_1 = X_2 = \cdots = X_n$.

(ii) $E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n)$.

A33: (A) (i) und (ii). (B) Nur (i). (C) Nur (ii). (D) Weder (i) noch (ii).

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 240-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 44-mal auftritt, liegt in

A34: (A) $[0, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.83]$. (D) $(0.83, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x \setminus y$	0	3
-1	0.2	$0.3 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.3 \cdot (1 + \theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A35: (A) $-0.3 + 0.9 \cdot \theta$. (B) $0.4 + 0.5 \cdot \theta$. (C) $0.3 + 0.4 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A36: (A) $0.6 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2, $n \geq 4$.

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 + \bar{X}_n + X_4) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{n+1}(X_1 + X_n)$$

seien Schätzer für μ. Folgende Schätzer sind erwartungstreu für μ:

A37: (A) T_1 und T_2. (B) T_2, aber nicht T_1. (C) T_1, aber nicht T_2. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ u.i.v. Ein konsistenter Schätzer für $\theta = \lambda^2$ ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $\bar{X}_n^2$. (C) $1/\bar{X}_n^2$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$0.5 - \theta$	$0.5 - \theta$	θ	θ.

Der Momentenschätzer für $\theta \in [0, 0.5]$ ist

A39: (A) $0.25\bar{X}_n - 0.125$. (B) $2\bar{X}_n$. (C) $0.125\bar{X}_n - 0.75$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 8000, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 652\,000.$$

Es werde von u.i.v. Beobachtungen ausgegangen. Die untere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für den *im Mittel zu erwartenden* Verkaufspreis liegt in

A40: (A) $(-\infty, 78.2\,]$. (B) $(78.2, 78.7\,]$. (C) $(78.7, 79.2\,]$. (D) $(79.2, \infty)$.

Aufgabe
Für den Anteil der Haushalte, die ein Fernsehgerät besitzen, ergab eine Stichprobe das 0.9544-Konfidenzintervall $[0.603, 0.797]$. Der Stichprobenumfang der Stichprobe liegt in

A41: (A) $[0, 85]$. (B) $(85, 95]$. (C) $(95, 105]$. (D) $(105, \infty)$.

Aufgabe
Welche Bedeutung hat das Signifikanzniveau beim Test zur Hypothese $H_0 : \theta = \theta_0$?
Das Signifikanzniveau ist die Wahrscheinlichkeit, mit der man

A42: (A) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (B) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 zutrifft. (C) H_0 verwirft, wenn H_0 zutrifft. (D) H_0 verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.25. Zu testen sei $H_0 : \mu \leq 1$ zum Signifikanzniveau 0.05. Aus einer Stichprobe von 15 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.34.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) $(-\infty, 2.50\,]$. (B) $(2.50, 2.70\,]$. (C) $(2.70, 2.90\,]$. (D) $(2.90, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Tests ist im Intervall

A44: (A) $[\,0, 0.01\,]$. (B) $(0.01, 0.02\,]$. (C) $(0.02, 0.03\,]$. (D) $(0.03, 1\,]$.

Aufgabe
Für einen Test für das Testproblem $H_0 : \theta \leq 0$ gegen $H_1 : \theta > 0$ wurde die Gütefunktion an der Stelle $\theta = 1$ berechnet und es ergab sich ein Wert von 0.4.
Dann ist 0.4 in diesem Zusammenhang die Wahrscheinlichkeit für

A45: (A) einen Fehler 1.Art. (B) einen Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

Aufgabe
Der Teergehalt einer zufällig ausgewählten Zigarette einer speziellen Marke sei normalverteilt. Der Hersteller behauptet, der durchschnittliche Teergehalt einer Zigarette betrage höchstens 12 mg. Ein Verbrauchermagazin möchte die Aussage widerlegen. Dazu soll ein geeigneter statistischer Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt werden. Bei einer Messung des Teergehalt x_i (in mg) von $n = 20$ Zigaretten ergaben sich folgende Werte: $\bar{x} = 12.20$ und $s = \sqrt{s^2} = 0.50$.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.50]$. (B) $(1.50, 1.60]$. (C) $(1.60, 1.70]$. (D) $(1.70, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.70]$. (B) $(1.70, 1.76]$. (C) $(1.76, 1.82]$. (D) $(1.82, \infty)$.

Aufgabe
Um an einem Wahltag sofort nach Schließung der Wahllokale eine erste Hochrechnung präsentieren zu können, befragt ein Meinungsforschungsinstitut 1500 zufällig ausgewählte Wähler bei Verlassen des Wahllokals, welche Partei sie gewählt haben.
Mindestens x der 1500 Befragten müssen für eine Partei gestimmt haben, damit für sie zum Signifikanzniveau 0.05 ein Stimmenanteil von mehr als 5% statistisch gesichert ist.
Der Wert von x liegt in

A48: (A) $[\,0, 65]$. (B) $(65, 75]$. (C) $(75, 85]$. (D) $(85, \infty)$.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 225 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 225 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 6.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.

(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A49: (A) Approx. Gauß-Test. (B) Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A50: (A) $[0, 1.90]$. (B) $(1.90, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A51: (A) bestätigt. (B) nicht bestätigt.

Aufgabe
Bei einer Marktforschungsuntersuchung über ein Softwareprodukt werden 400 Kunden zufällig ausgewählt. Sie werden gebeten, auf einer Skala von 1 bis 6 jeweils die „Zufriedenheit mit dem Produkt“ und die „Zufriedenheit mit dem Service“ zu bewerten.
Es soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.025$ nachgewiesen werden, dass eine Abhängigkeit zwischen den beiden Bewertungen besteht. Die Voraussetzungen des χ^2-Unabhängigkeitstests seien erfüllt. Der kritische Wert des Tests liegt dann im Intervall

A52: (A) $(0, 34]$. (B) $(34, 38]$. (C) $(38, 42]$. (D) $(42, \infty)$.

Aufgabe
Die Kundendatei einer Maßschneiderei erfasst die Merkmale Körpergröße (X_i) und Taillenumfang (Y_i) ihrer Kunden (in cm) und enthält folgende Daten:

Person i	1	2	3	4	5
Körperlänge	195	193	177	180	170
Taillenumfang	101	105	96	106	107

Der empirische Korrelationskoeffizient r_{XY} liegt in

A53: (A) $(-\infty, -0.25]$. (B) $(-0.25, -0.15]$. (C) $(-0.15, -0.05]$. (D) $(-0.05, \infty)$.

Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten (X_i, Y_i) aus. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ geprüft werden, ob Körpergröße und Taillenumfang korreliert sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, -0.70]$. (B) $(-0.70, -0.50]$. (C) $(-0.50, -0.30]$. (D) $(-0.30, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt in

A55: (A) $[0, 3.1]$. (B) $(3.1, 3.3]$. (C) $(3.3, 3.5]$. (D) $(3.5, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 1.24, \quad s_Y^2 = 13.5, \quad \hat{\alpha} = 5.50, \quad \hat{\beta} = -3.16, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.320, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.094.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A56: (A) $(-\infty, -3.12]$. (B) $(-3.12, -3.07]$. (C) $(-3.07, -3.02]$. (D) $(-3.02, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A57: (A) $(-\infty, 0.88]$. (B) (0.88,0.91]. (C) (0.91,0.94]. (D) $(0.94, \infty)$.

Aufgabe
Eine amerikanische Supermarktkette interessiert sich für den Zusammenhang des Umsatzes (u_i, in Dollar) einer markeneigenen Tiefkühl-Gemüsesorte - in Abhängigkeit von dem Ausgaben für Werbung für das Gemüse in der lokalen Presse (w_i in Dollar) und dem Platz, der dem Gemüse in den Verkaufsregalen zur Verfügung gestellt wird (p_i in Fuß). Daten zu diesem Zusammenhang wurden gesammelt und mit einer multiplen linearen Regression

$$U_i = \beta_0 + \beta_1 w_i + \beta_2 p_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

modelliert. Die nachfolgende STATA-Ausgabe gibt das Ergebnis der Analyse an:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      25
-------------+------------------------------           F(  2,    22) =  100.04
       Model |  26773111.5     2  13386555.8           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  2943907.89    22  133813.995           R-squared     =  0.9009
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8919
       Total |  29717019.4    24  1238209.14           Root MSE      =  365.81

------------------------------------------------------------------------------
      Umsatz |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     Werbung |   2.476212    .222091    11.15   0.000     2.015623      2.9368
       Platz |   36.28491    3.92788     9.24   0.000     28.13898    44.43083
       _cons |  -642.4858   270.1141    -2.38   0.026    -1202.668   -82.30353
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Wert des Bestimmtheitsmaßes zur linearen Regression liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) $(0.94, \infty)$.

Der Schätzwert für den im Mittel zu erwartende höheren Umsatz (in Dollar) pro zusätzlichen 100 Dollar, die in Werbung investiert werden, liegt in

A59: (A) $(-\infty, 220]$. (B) $(220, 230]$. (C) $(230, 240]$. (D) $(240, \infty)$.

Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für β_2 liegt in

A60: (A) $(-\infty, 45.0]$. (B) $(45.0, 46.0]$. (C) $(46.0, 47.0]$. (D) $(47.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 1. Termin, 13. Juni 2015
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 8 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f' und drei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 4 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 490]$. (B) $(490, 540]$. (C) $(540, 590]$. (D) $(590, \infty)$.

Aufgabe
Eine Lieferung von 50 gleichartigen Teilen enthalte 15 defekte Teile. Der Lieferung werden 2 Teile ohne Zurücklegen zufällig entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide entnommenen Teile defekt sind, liegt in

A2: (A) $[0, 0.060]$. (B) $(0.060, 0.070]$. (C) $(0.070, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
Eine ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde genau einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A3: (A) P({(Z,Z)})=4/9. (B) P({Z,Z})=4/9. (C) {(Z,Z)}=4/9. (D) P((Z,Z))=4/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A4: (A) $(0, 0.2]$. (B) $(0.2, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.4]$. (D) $(0.4, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen eines Zufallsexperiments treten drei Ereignisse A,B und C mit folgenden Wahrscheinlichkeiten auf:

$$P(A) = 0.35, \quad P(B) = 0.50, \quad P(C) = 0.40, \quad P(A \cap B) = 0.20,$$
$$P(A \cap C) = 0.15, \quad P(B \cap C) = 0.25, \quad P(A \cap B \cap C) = 0.10.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Durchführung des Experiments mindestens eines der drei Ereignisse eintritt, liegt in

A5: (A) $[0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

Aufgabe
A und B seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$.
(a) $P(A \cap B) \leq P(A \cup B)$. Die Aussage ist

A6: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \setminus B) = P(B \setminus A)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Eine Multiple-Choice-Klausuraufgabe habe 4 logisch unabhängige Antwortmöglichkeiten, von denen keine, eine, zwei, drei oder alle vier richtig sein können. Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn alle richtigen und keine falschen Antworten markiert wurden. Ein Student versucht zur Lösung zu kommen, indem er bei jeder der 4 Antwortmöglichkeiten mit Wahrscheinlichkeit 0.5 entscheidet, ob er sie markiert oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Aufgabe richtig löst, wenn genau 2 Antwortmöglichkeiten richtig sind, liegt dann in

A8: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.060]$. (C) $(0.060, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit

$$P(X = -1) = 0.4, \quad P(X = 0) = 0.2, \quad P(X = 1) = 0.1, \quad P(X = 2) = 0.3.$$

(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 1.5 ist

A9: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [1, 3])$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.4]$. (C) $(0.4, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A11: (A) $[0, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.7]$. (C) $(1.7, 1.9]$. (D) $(1.9, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ‚1' oder eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch 4 Mal. X gebe an, wie oft der Würfel geworfen wird.
(a) X ist

A12: (A) diskret. (B) weder stetig noch diskret. (C) stetig.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 4 annimmt, ist in

A13: (A) $[0.25, 0.28]$. (B) $(0.28, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.34]$. (D) $(0.34, 0.37]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 I_{[0,1)}(x) + \left(\frac{2}{9}x + \frac{1}{9}\right) I_{[1,4)}(x) + I_{[4,\infty)}(x).$$

(a) X ist dann

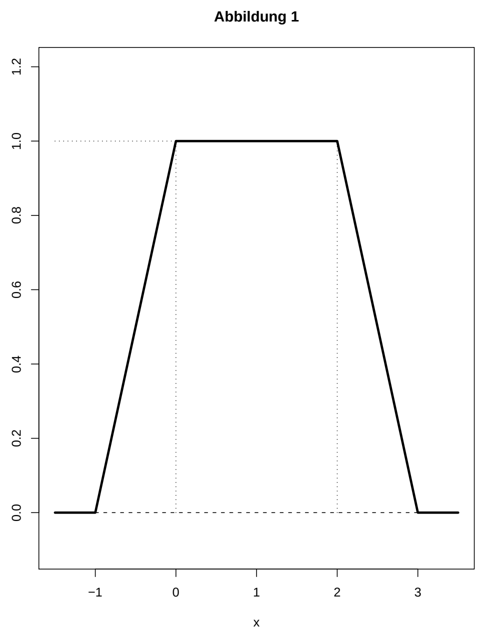
A14: (A) stetig verteilt. (B) diskret verteilt. (C) (A) und (B) sind falsch.

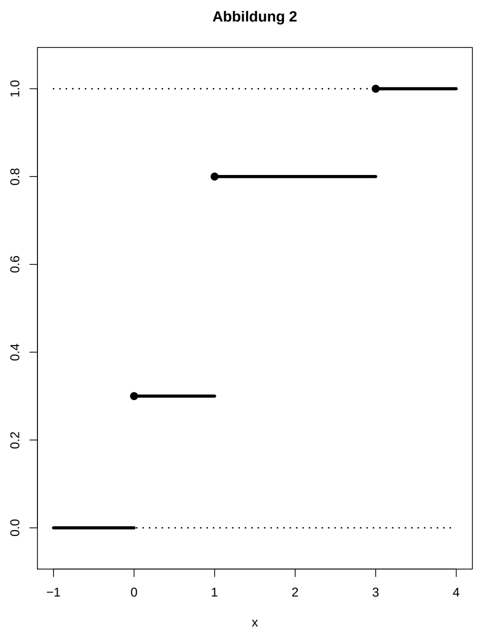
(b) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A15: (A) (3.2,3.4]. (B) (3.4,3.6]. (C) (3.6,3.8]. (D) (3.8,4.0).

(c) $E(X)$ ist in

A16: (A) $(-\infty$,1.6]. (B) (1.6,1.8]. (C) (1.8,2.0]. (D) (2.0,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Für die beiden unabhängigen Zufallsvariablen X und Y gelten

$$E(X) = 3, \quad Var(X) = 16, \quad E(Y) = -5, \quad Var(Y) = 2.$$

Dann liegt $E(-2X + 4Y + 20)$ in

A19: (A) $(-\infty, -4]$. (B) $(-4, 0]$. (C) $(0, 4]$. (D) $(4, \infty)$.

$Var(X - Y)$ liegt im Intervall

A20: (A) $(0, 15]$. (B) $(15, 17]$. (C) $(17, 19]$. (D) $(19, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 1 und Varianz 1. Es sei $Z = X \cdot Y$.
$Var(Z)$ liegt in

A21: (A) $[0, 1.5]$. (B) $(1.5, 3.5]$. (C) $(3.5, 5.5]$. (D) $(5.5, 7.5]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X besitze folgende Verteilungstabelle:

x	0	1	2
$P(X = x)$	4/9	1/9	4/9.

Das 0.9-Quantil zu X ist

A22: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Welche Aussage ist korrekt?

A23: (A) $X \sim B(2, 2/3)$. (B) $X \sim B(2, 1/3)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 6.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) $(0.94, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 12 Kunden die Bank betreten, liegt in

A25: (A) $[0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.10]$. (D) $(0.10, 1]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängig mit $X \sim N(30, 40)$ und $Y \sim N(20, 24)$.
$P(X - Y \leq 13)$ liegt in

A26: (A) $[0.63, 0.66]$. (B) $(0.66, 0.69]$. (C) $(0.69, 0.72]$. (D) $(0.72, 0.75]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1, 3)$ und $Y \sim \mathrm{Exp}(3)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 3.3]$. (B) $(3.3, 3.7]$. (C) $(3.7, 4.1]$. (D) $(4.1, \infty)$.

(b) $E\big(YX^3\big)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 3.1]$. (B) $(3.1, 3.4]$. (C) $(3.4, 3.7]$. (D) $(3.7, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitstabelle

$x \setminus y$	4	5	10
5	0.10	0.05	0.05
10	0.40	0.15	0.25

$E(X)$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 8]$. (B) $(8, 10]$. (C) $(10, 12]$. (D) $(12, \infty)$.

$Var(Y)$ liegt in

A30: (A) $[0, 5.5]$. (B) $(5.5, 6.5]$. (C) $(6.5, 7.5]$. (D) $(7.5, \infty)$.

$P(X \cdot Y = 50)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

X und Y sind

A32: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $Var(X_i) < \infty$ für alle i.
Welche der folgenden beiden Aussagen sind dann stets richtig?

(i) $Var(X_1) = Var(X_2) = \cdots = Var(X_n)$.

(ii) Für $Z_i = X_i^3$ sind $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ u.i.v.

A33: (A) (i) und (ii). (B) Nur (i). (C) Nur (ii). (D) Weder (i) noch (ii).

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 210-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 37-mal auftritt, liegt in

A34: (A) $[0, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x \setminus y$	0	2
-1	0.4	$0.2 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.2 \cdot (1 + \theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A35: (A) $0.3 + 0.4 \cdot \theta$. (B) $0.4 \cdot \theta$. (C) $-0.2 + 0.5 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A36: (A) $0.6 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $-0.2 + 0.4 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2, $n \geq 4$.

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 + X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{2}(X_4 + \bar{X}_n)$$

seien Schätzer für μ. Folgende Schätzer sind erwartungstreu für μ:

A37: (A) T_1 und T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ u.i.v. Ein konsistenter Schätzer für $\theta = 1/\lambda^2$ ist

A38: (A) $\bar{X}_n^2$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $1/\bar{X}_n^2$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$0.5 - \theta$	θ	$0.5 - \theta$	θ.

Der Momentenschätzer für $\theta \in [0, 0.5]$ ist

A39: (A) $\bar{X}_n - 0.75$. (B) $0.25\bar{X}_n - 0.25$. (C) $0.5\bar{X}_n - 0.5$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 8500, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 736\,500.$$

Es werde von u.i.v. Beobachtungen ausgegangen. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für den *im Mittel zu erwartenden* Verkaufspreis liegt in

A40: (A) $(-\infty, 88.0\,]$. (B) $(88.0, 89.0\,]$. (C) $(89.0, 90.0\,]$. (D) $(90.0, \infty)$.

Aufgabe
Für den Anteil der Haushalte, die ein Fernsehgerät besitzen, ergab eine Stichprobe das 0.9544-Konfidenzintervall $[0.582, 0.818]$. Der Stichprobenumfang der Stichprobe liegt in

A41: (A) $[0, 35]$. (B) $(35, 45]$. (C) $(45, 55]$. (D) $(55, \infty)$.

Aufgabe
Welche Bedeutung hat das Signifikanzniveau beim Test zur Hypothese $H_0 : \theta = \theta_0$?
Das Signifikanzniveau ist die Wahrscheinlichkeit, mit der man

A42: (A) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (B) H_0 verwirft, wenn H_0 zutrifft. (C) H_0 verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (D) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 zutrifft.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.36. Zu testen sei $H_0 : \mu \geq 2$ zum Signifikanzniveau 0.05. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.74.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) $(-\infty, -1.90\,]$. (B) $(-1.90, -1.70\,]$. (C) $(-1.70, -1.50\,]$. (D) $(-1.50, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Tests ist im Intervall

A44: (A) $[\,0, 0.08\,]$. (B) $(0.08, 0.09\,]$. (C) $(0.09, 0.10\,]$. (D) $(0.10, 1\,]$.

Aufgabe
Für einen Test für das Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ wurde die Gütefunktion an der Stelle $\theta = 1$ berechnet und es ergab sich ein Wert von 0.4.
Dann ist 0.4 in diesem Zusammenhang die Wahrscheinlichkeit für

A45: (A) einen Fehler 1.Art. (B) einen Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

Aufgabe
Der Teergehalt einer zufällig ausgewählten Zigarette einer speziellen Marke sei normalverteilt. Der Hersteller behauptet, der durchschnittliche Teergehalt einer Zigarette betrage höchstens 12 mg. Ein Verbrauchermagazin möchte die Aussage widerlegen. Dazu soll ein geeigneter statistischer Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt werden. Bei einer Messung des Teergehalt x_i (in mg) von $n = 15$ Zigaretten ergaben sich folgende Werte: $\bar{x} = 12.20$ und $s = \sqrt{s^2} = 0.50$.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.40]$. (B) $(1.40, 1.50]$. (C) $(1.50, 1.60]$. (D) $(1.60, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.66]$. (B) $(1.66, 1.72]$. (C) $(1.72, 1.78]$. (D) $(1.78, \infty)$.

Aufgabe
Um an einem Wahltag sofort nach Schließung der Wahllokale eine erste Hochrechnung präsentieren zu können, befragt ein Meinungsforschungsinstitut 2000 zufällig ausgewählte Wähler bei Verlassen des Wahllokals, welche Partei sie gewählt haben.
Mindestens x der 2000 Befragten müssen für eine Partei gestimmt haben, damit für sie zum Signifikanzniveau 0.025 ein Stimmenanteil von mehr als 5% statistisch gesichert ist.
Der Wert von x liegt in

A48: (A) $[\,0, 125]$. (B) $(125, 135]$. (C) $(135, 145]$. (D) $(145, \infty)$.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 81 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 15.5 Tagen bedient, 81 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 6.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.

(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A49: (A) Gauß-Test. (B) Approx. Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A50: (A) $[0, 1.63]$. (B) $(1.63, 1.73]$. (C) $(1.73, 1.83]$. (D) $(1.83, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A51: (A) nicht bestätigt. (B) bestätigt.

Aufgabe

Bei einer Marktforschungsuntersuchung über ein Softwareprodukt werden 400 Kunden zufällig ausgewählt. Sie werden gebeten, auf einer Skala von 1 bis 6 jeweils die „Zufriedenheit mit dem Produkt" und die „Zufriedenheit mit dem Service" zu bewerten.
Es soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass eine Abhängigkeit zwischen den beiden Bewertungen besteht. Die Voraussetzungen des χ^2-Unabhängigkeitstests seien erfüllt. Der kritische Wert des Tests liegt dann im Intervall

A52: (A) $(0, 25]$. (B) $(25, 30]$. (C) $(30, 35]$. (D) $(35, \infty)$.

Aufgabe

Die Kundendatei einer Maßschneiderei erfasst die Merkmale Körpergröße (X_i) und Taillenumfang (Y_i) ihrer Kunden (in cm) und enthält folgende Daten:

Person i	1	2	3	4	5
Körperlänge	185	183	177	170	190
Taillenumfang	101	105	96	106	107

Der empirische Korrelationskoeffizient r_{XY} liegt in

A53: (A) $(-\infty, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.15]$. (D) $(0.15, \infty)$.

Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten (X_i, Y_i) aus. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ geprüft werden, ob Körpergröße und Taillenumfang korreliert sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) $(0.40, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt in

A55: (A) $[0, 2.7]$. (B) $(2.7, 3.0]$. (C) $(3.0, 3.3]$. (D) $(3.3, \infty)$.

Aufgabe

Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 0.7, \quad s_Y^2 = 5.7, \quad \hat{\alpha} = 3.10, \quad \hat{\beta} = -1.42, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.700, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.250.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A56: (A) $(-\infty, -0.90]$. (B) $(-0.90, -0.80]$. (C) $(-0.80, -0.70]$. (D) $(-0.70, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A57: (A) $(-\infty, 0.27]$. (B) (0.27,0.30]. (C) (0.30,0.33]. (D) $(0.33, \infty)$.

Aufgabe
Eine amerikanische Supermarktkette interessiert sich für den Zusammenhang des Umsatzes (u_i, in Dollar) einer markeneigenen Tiefkühl-Gemüsesorte - in Abhängigkeit von dem Ausgaben für Werbung für das Gemüse in der lokalen Presse (w_i in Dollar) und dem Platz, der dem Gemüse in den Verkaufsregalen zur Verfügung gestellt wird (p_i in Fuß). Daten zu diesem Zusammenhang wurden gesammelt und mit einer multiplen linearen Regression

$$U_i = \beta_0 + \beta_1 w_i + \beta_2 p_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

modelliert. Die nachfolgende STATA-Ausgabe gibt das Ergebnis der Analyse an:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      14
-------------+------------------------------           F(  2,    11) =   58.05
       Model |  15094298.2     2   7547149.1           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  1430178.73    11  130016.248           R-squared     =  0.9135
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8977
       Total |  16524476.9    13  1271113.61           Root MSE      =  360.58

------------------------------------------------------------------------------
      Umsatz |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     Werbung |   2.766474   .3463415     7.99   0.000     2.004182    3.528767
       Platz |   24.29743   5.773622     4.21   0.001     11.58977    37.00508
       _cons |  -113.7494   336.3026    -0.34   0.742    -853.9464    626.4475
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Wert des Bestimmtheitsmaßes zur linearen Regression liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.90]$. (B) $(0.90, 0.93]$. (C) $(0.93, 0.96]$. (D) $(0.96, \infty)$.

Der Schätzwert für den im Mittel zu erwartende höheren Umsatz (in Dollar) pro zusätzlichen 200 Dollar, die in Werbung investiert werden, liegt in

A59: (A) $(-\infty, 560]$. (B) $(560, 575]$. (C) $(575, 590]$. (D) $(590, \infty)$.

Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für β_2 liegt in

A60: (A) $(-\infty, 41.0]$. (B) $(41.0, 42.0]$. (C) $(42.0, 43.0]$. (D) $(43.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 1. Termin, 13. Juni 2015
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

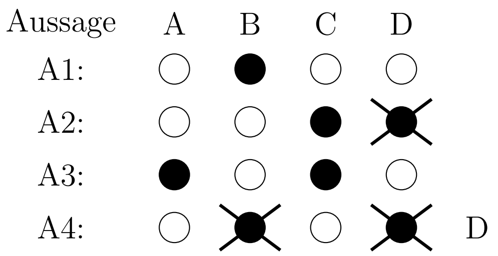
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 9 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f','g' und drei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 5 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 3900]$. (B) $(3900, 4400]$. (C) $(4400, 4900]$. (D) $(4900, \infty)$.

Aufgabe
Eine Lieferung von 60 gleichartigen Teilen enthalte 20 defekte Teile. Der Lieferung werden 2 Teile ohne Zurücklegen zufällig entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide entnommenen Teile defekt sind, liegt in

A2: (A) $[0, 0.070]$. (B) $(0.070, 0.090]$. (C) $(0.090, 0.110]$. (D) $(0.110, 1]$.

Aufgabe
Eine ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	1/9	2/9	2/9	4/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde genau einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A3: (A) P({Z,Z})=1/9. (B) {(Z,Z)}=1/9. (C) P({(Z,Z)})=1/9. (D) P((Z,Z))=1/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A4: (A) $(0, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen eines Zufallsexperiments treten drei Ereignisse A,B und C mit folgenden Wahrscheinlichkeiten auf:

$$P(A) = 0.45, \quad P(B) = 0.45, \quad P(C) = 0.40, \quad P(A \cap B) = 0.20,$$
$$P(A \cap C) = 0.15, \quad P(B \cap C) = 0.25, \quad P(A \cap B \cap C) = 0.10.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Durchführung des Experiments mindestens eines der drei Ereignisse eintritt, liegt in

A5: (A) $[0, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
A, B und C seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.
(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(B \setminus A) \leq P(C \setminus A)$. Die Aussage ist

A6: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) A und B seien unabhängig. Dann gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Eine Multiple-Choice-Klausuraufgabe habe 5 logisch unabhängige Antwortmöglichkeiten, von denen keine, eine, zwei, drei, vier oder alle fünf richtig sein können. Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn alle richtigen und keine falschen Antworten markiert wurden. Ein Student versucht zur Lösung zu kommen, indem er bei jeder der 5 Antwortmöglichkeiten mit Wahrscheinlichkeit 0.5 entscheidet, ob er sie markiert oder nicht. Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Aufgabe richtig löst, wenn genau 2 Antwortmöglichkeiten richtig sind, liegt dann in

A8: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.060]$. (C) $(0.060, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit

$$P(X=-1)=0.2, \quad P(X=0)=0.2, \quad P(X=1)=0.1, \quad P(X=3)=0.5.$$

(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 0.5 ist

A9: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [0,1])$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.3]$. (D) $(0.3, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A11: (A) $[0, 2.1]$. (B) $(2.1, 2.4]$. (C) $(2.4, 2.7]$. (D) $(2.7, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine eine ,6' erscheint, höchstens jedoch 3 Mal. X gebe an, wie oft der Würfel geworfen wird.
(a) X ist

A12: (A) stetig. (B) weder stetig noch diskret. (C) diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 3 annimmt, ist in

A13: (A) $[0.60, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.68]$. (C) $(0.68, 0.72]$. (D) $(0.72, 0.76]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 I_{[0,1)}(x) + \frac{1}{4}x\, I_{[1,4)}(x) + I_{[4,\infty)}(x).$$

(a) X ist dann

A14: (A) stetig verteilt. (B) diskret verteilt. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A15: (A) (2.9,3.1]. (B) (3.1,3.3]. (C) (3.3,3.5]. (D) (3.5,3.7].

(c) $E(X)$ ist in

A16: (A) $(-\infty$,2.1]. (B) (2.1,2.3]. (C) (2.3,2.5]. (D) (2.5,∞).

Abbildung 1

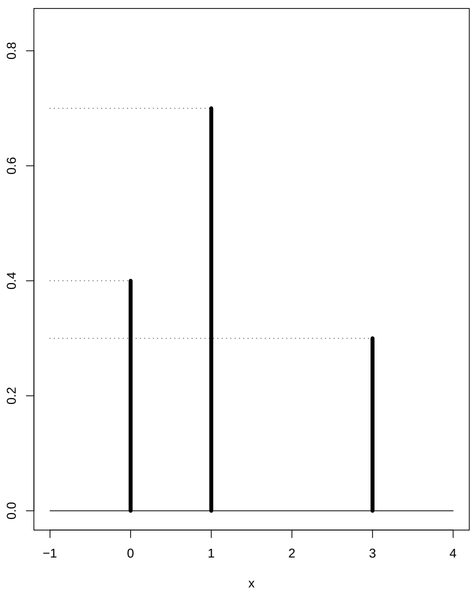
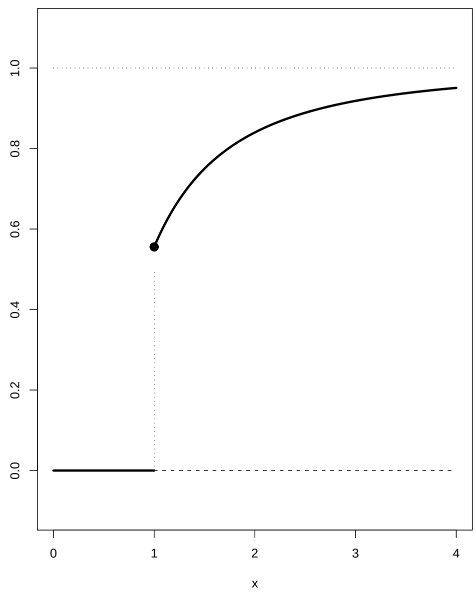


Abbildung 2



Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Für die beiden unabhängigen Zufallsvariablen X und Y gelten

$$E(X) = 4, \quad Var(X) = 25, \quad E(Y) = 5, \quad Var(Y) = 2.$$

Dann liegt $E(-2X + 4Y + 20)$ in

A19: (A) $(-\infty, 20]$. (B) $(20, 25]$. (C) $(25, 30]$. (D) $(30, \infty)$.

$Var(X - Y)$ liegt im Intervall

A20: (A) $(0, 22.5]$. (B) $(22.5, 24.5]$. (C) $(24.5, 26.5]$. (D) $(26.5, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 2 und Varianz 4. Es sei $Z = X \cdot Y$.
$Var(Z)$ liegt in

A21: (A) $[0, 35]$. (B) $(35, 40]$. (C) $(40, 45]$. (D) $(45, 50]$.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable X besitze folgende Verteilungstabelle:

x	0	1	2
$P(X=x)$	1/9	4/9	4/9.

Das 0.1-Quantil zu X ist

A22: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Welche Aussage ist korrekt?

A23: (A) $X \sim B(1, 2/3)$. (B) $X \sim B(2, 2/3)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 3.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.66]$. (B) $(0.66, 0.69]$. (C) $(0.69, 0.72]$. (D) $(0.72, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 10 Kunden die Bank betreten, liegt in

A25: (A) $[0, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.055]$. (C) $(0.055, 0.065]$. (D) $(0.065, 1]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängig mit $X \sim N(35, 50)$ und $Y \sim N(20, 14)$.
$P(X - Y \leq 12)$ liegt in

A26: (A) $[0.28, 0.31]$. (B) $(0.31, 0.34]$. (C) $(0.34, 0.37]$. (D) $(0.37, 0.40]$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(2, 4)$ und $Y \sim \text{Exp}(3)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 9.0]$. (B) $(9.0, 9.5]$. (C) $(9.5, 10.0]$. (D) $(10.0, \infty)$.

(b) $E\big(YX^3\big)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 8.5]$. (B) $(8.5, 9.0]$. (C) $(9.0, 9.5]$. (D) $(9.5, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitstabelle

$x \setminus y$	4	5	10
5	0.10	0.05	0.15
10	0.30	0.15	0.25

$E(X)$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 9.0]$. (B) $(9.0, 10.0]$. (C) $(10.0, 11.0]$. (D) $(11.0, \infty)$.

$Var(Y)$ liegt in

A30: (A) $[0, 7.5]$. (B) $(7.5, 8.0]$. (C) $(8.0, 8.5]$. (D) $(8.5, \infty)$.

$P(X \cdot Y = 50)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

X und Y sind

A32: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
$X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien u.i.v.
Welche der folgenden beiden Aussagen sind dann stets richtig?

(i) $X_1 = X_2 = \cdots = X_n$.

(ii) Für $Z_i = X_i + X_{i+1}$ sind $Z_1, Z_2, \ldots, Z_{n-1}$ u.i.v.

A33: (A) (i) und (ii). (B) Nur (i). (C) Nur (ii). (D) Weder (i) noch (ii).

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 300-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 56-mal auftritt, liegt in

A34: (A) $[0, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.83]$. (D) $(0.83, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x \setminus y$	0	3
-1	0.1	$0.4 \cdot (1-\theta)$
1	$0.4 \cdot (1+\theta)$	0.1

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A35: (A) $-0.9 + 0.5 \cdot \theta$. (B) $0.3 + 1.2 \cdot \theta$. (C) $-0.2 + 0.5 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A36: (A) $0.6 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2, $n \geq 4$.

$$T_1 = \frac{1}{4}(X_1 + 2X_2 + X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{n+1}(X_4 + \bar{X}_n)$$

seien Schätzer für μ. Folgende Schätzer sind erwartungstreu für μ:

A37: (A) T_1 und T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ u.i.v. Ein konsistenter Schätzer für $\theta = \lambda^2$ ist

A38: (A) $\bar{X}_n^2$. (B) $1/\bar{X}_n^2$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$0.5 - \theta$	$0.5 - \theta$	θ	θ.

Der Momentenschätzer für $\theta \in [0, 0.5]$ ist

A39: (A) $0.25\bar{X}_n - 0.125$. (B) $2\bar{X}_n$. (C) $0.125\bar{X}_n - 0.75$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 9500, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 918\,500.$$

Es werde von u.i.v. Beobachtungen ausgegangen. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für den *im Mittel zu erwartenden* Verkaufspreis liegt in

A40: (A) $(-\infty, 96.0\,]$. (B) $(96.0, 97.0\,]$. (C) $(97.0, 98.0\,]$. (D) $(98.0, \infty)$.

Aufgabe
Für den Anteil der Haushalte, die ein Fernsehgerät besitzen, ergab eine Stichprobe das 0.9544-Konfidenzintervall $[0.711, 0.889]$. Der Stichprobenumfang der Stichprobe liegt in

A41: (A) $[0, 85]$. (B) $(85, 95]$. (C) $(95, 105]$. (D) $(105, \infty)$.

Aufgabe
Welche Bedeutung hat das Signifikanzniveau beim Test zur Hypothese $H_0 : \theta = \theta_0$?
Das Signifikanzniveau ist die Wahrscheinlichkeit, mit der man

A42: (A) H_0 verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (B) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 nicht zutrifft. (C) H_0 nicht verwirft, wenn H_0 zutrifft. (D) H_0 verwirft, wenn H_0 zutrifft.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.16. Zu testen sei $H_0 : \mu \leq 1$ zum Signifikanzniveau 0.05. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.14.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) $(-\infty, 1.00\,]$. (B) $(1.00, 1.20\,]$. (C) $(1.20, 1.40\,]$. (D) $(1.40, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Tests ist im Intervall

A44: (A) $[\,0, 0.14\,]$. (B) $(0.14, 0.16\,]$. (C) $(0.16, 0.18\,]$. (D) $(0.18, 1\,]$.

Aufgabe
Für einen Test für das Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ wurde die Gütefunktion an der Stelle $\theta = 1$ berechnet und es ergab sich ein Wert von 0.4.
Dann ist 0.6 in diesem Zusammenhang die Wahrscheinlichkeit für

A45: (A) einen Fehler 1.Art. (B) einen Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

Aufgabe
Der Teergehalt einer zufällig ausgewählten Zigarette einer speziellen Marke sei normalverteilt. Der Hersteller behauptet, der durchschnittliche Teergehalt einer Zigarette betrage höchstens 12 mg. Ein Verbrauchermagazin möchte die Aussage widerlegen. Dazu soll ein geeigneter statistischer Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt werden. Bei einer Messung des Teergehalt x_i (in mg) von $n = 12$ Zigaretten ergaben sich folgende Werte: $\bar{x} = 12.20$ und $s = \sqrt{s^2} = 0.50$.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.30]$. (B) $(1.30, 1.45]$. (C) $(1.45, 1.60]$. (D) $(1.60, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.67]$. (B) $(1.67, 1.75]$. (C) $(1.75, 1.83]$. (D) $(1.83, \infty)$.

Aufgabe
Um an einem Wahltag sofort nach Schließung der Wahllokale eine erste Hochrechnung präsentieren zu können, befragt ein Meinungsforschungsinstitut 2000 zufällig ausgewählte Wähler bei Verlassen des Wahllokals, welche Partei sie gewählt haben.
Mindestens x der 2000 Befragten müssen für eine Partei gestimmt haben, damit für sie zum Signifikanzniveau 0.05 ein Stimmenanteil von mehr als 5% statistisch gesichert ist.
Der Wert von x liegt in

A48: (A) $[\,0, 110]$. (B) $(110, 120]$. (C) $(120, 130]$. (D) $(130, \infty)$.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 100 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 100 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 5.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.

(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A49: (A) Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Approx. Binomial-Test. (D) Approx. Gauß-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A50: (A) $[0, 1.40]$. (B) $(1.40, 1.50]$. (C) $(1.50, 1.60]$. (D) $(1.60, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A51: (A) bestätigt. (B) nicht bestätigt.

Aufgabe
Bei einer Marktforschungsuntersuchung über ein Softwareprodukt werden 400 Kunden zufällig ausgewählt. Sie werden gebeten, auf einer Skala von 1 bis 5 jeweils die „Zufriedenheit mit dem Produkt" und die „Zufriedenheit mit dem Service" zu bewerten.
Es soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.025$ nachgewiesen werden, dass eine Abhängigkeit zwischen den beiden Bewertungen besteht. Die Voraussetzungen des χ^2-Unabhängigkeitstests seien erfüllt. Der kritische Wert des Tests liegt dann im Intervall

A52: (A) $(0, 26]$. (B) $(26, 30]$. (C) $(30, 34]$. (D) $(34, \infty)$.

Aufgabe
Die Kundendatei einer Maßschneiderei erfasst die Merkmale Körpergröße (X_i) und Taillenumfang (Y_i) ihrer Kunden (in cm) und enthält folgende Daten:

Person i	1	2	3	4	5
Körperlänge	195	193	177	160	170
Taillenumfang	101	105	96	106	107

Der empirische Korrelationskoeffizient r_{XY} liegt in

A53: (A) $(-\infty, -0.38]$. (B) $(-0.38, -0.33]$. (C) $(-0.33, -0.28]$. (D) $(-0.28, \infty)$.

Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten (X_i, Y_i) aus. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ geprüft werden, ob Körpergröße und Taillenumfang korreliert sind.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, -0.50]$. (B) $(-0.50, -0.40]$. (C) $(-0.40, -0.30]$. (D) $(-0.30, \infty)$.

Der Betrag des kritischen Wertes liegt in

A55: (A) $[0, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.6]$. (C) $(2.6, 3.0]$. (D) $(3.0, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 0.078, \quad s_Y^2 = 0.49, \quad \hat{\alpha} = 2.8, \quad \hat{\beta} = 1.68, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.482, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.187.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A56: (A) $(-\infty, 2.10]$. (B) $(2.10, 2.20]$. (C) $(2.20, 2.30]$. (D) $(2.30, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A57: (A) $(-\infty, 0.40]$. (B) (0.40,0.43]. (C) (0.43,0.47]. (D) $(0.47, \infty)$.

Aufgabe
Eine amerikanische Supermarktkette interessiert sich für den Zusammenhang des Umsatzes (u_i, in Dollar) einer markeneigenen Tiefkühl-Gemüsesorte - in Abhängigkeit von dem Ausgaben für Werbung für das Gemüse in der lokalen Presse (w_i in Dollar) und dem Platz, der dem Gemüse in den Verkaufsregalen zur Verfügung gestellt wird (p_i in Fuß). Daten zu diesem Zusammenhang wurden gesammelt und mit einer multiplen linearen Regression

$$U_i = \beta_0 + \beta_1 w_i + \beta_2 p_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

modelliert. Die nachfolgende STATA-Ausgabe gibt das Ergebnis der Analyse an:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      25
-------------+------------------------------           F(  2,    22) =  100.04
       Model |  26773111.5     2  13386555.8           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  2943907.89    22  133813.995           R-squared     =  0.9009
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8919
       Total |  29717019.4    24  1238209.14           Root MSE      =  365.81

------------------------------------------------------------------------------
      Umsatz |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     Werbung |   2.476212    .222091    11.15   0.000     2.015623      2.9368
       Platz |   36.28491    3.92788     9.24   0.000     28.13898    44.43083
       _cons |  -642.4858   270.1141    -2.38   0.026    -1202.668   -82.30353
------------------------------------------------------------------------------
```

Der Wert des Bestimmtheitsmaßes zur linearen Regression liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.84]$. (B) $(0.84, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.92]$. (D) $(0.92, \infty)$.

Der Schätzwert für den im Mittel zu erwartende höheren Umsatz (in Dollar) pro zusätzlichen 150 Dollar, die in Werbung investiert werden, liegt in

A59: (A) $(-\infty, 355]$. (B) $(355, 365]$. (C) $(365, 375]$. (D) $(375, \infty)$.

Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für β_2 liegt in

A60: (A) $(-\infty, 45.0]$. (B) $(45.0, 46.0]$. (C) $(46.0, 47.0]$. (D) $(47.0, \infty)$.