Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2014, 2. Termin, 30. August 2014
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

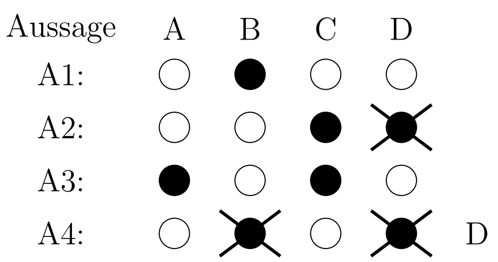
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 16 Mannschaften teil. 4 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in vier *unterschiedlichen* Gruppen, A bis D, gespielt; jede Gruppe besteht aus 4 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 4 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der vier stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A) $(0, 3 \cdot 10^6]$. (B) $(3 \cdot 10^6, 6 \cdot 10^6]$. (C) $(6 \cdot 10^6, 12 \cdot 10^6]$. (D) $(12 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe
In einem berühmten botanischen Garten auf Mauritius werden Führungen normalerweise nur in englischer Sprache angeboten. Von den insgesamt 20 Parkführern sind 10 Führer jedoch auch in der Lage, Führungen in Deutsch abzuhalten. Eine deutsche Reisegruppe von 40 Personen werde nun in 4 Kleingruppen zu je 10 Personen eingeteilt. Es werde angenommen, dass die Führer den einzelnen Gruppen zufällig zugeteilt werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens 3 der 4 Gruppen eine deutsche Führung erhalten, liegt in

A2: (A) $[0, 0.25)$. (B) $[0.25, 0.28)$. (C) $[0.28, 0.31)$. (D) $[0.31, 1]$.

Aufgabe
Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \cup B) = 0.7$.
(a) $P(A \setminus B)$ liegt im Intervall

A3: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.40]. (C) (0.40,0.45]. (D) (0.45,1].

(b) $P(A|B)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.45]. (C) (0.45,0.55]. (D) (0.55,1].

Aufgabe
Beim zweimaligen Würfeln sei A das Ereignis, beim ersten Wurf eine ‚6' zu werfen und B das Ereignis, beim zweiten Wurf eine Zahl kleiner als 4 zu werfen.
$P(A \cup B)$ ist dann in

A5: (A) [0,0.55]. (B) (0.55,0.60]. (C) (0.60,0.65]. (D) (0.65,1].

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
Die Gleichung $P(A|B)P(A) = P(B|A)P(B)$ ist dann

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen, T_1 und T_2, zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.

Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.02 aus. 60% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.035.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A7: (A) [0,0.015]. (B) (0.015,0.020]. (C) (0.020,0.025]. (D) (0.025,1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A8: (A) [0,0.0447]. (B) (0.0447,0.0457]. (C) (0.0457,0.0467]. (D) (0.0467,1].

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsgröße mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.1	0.2	0.0	0.3	0.1	0.3

(a) $P(X \leq 1.5) \in$

A9: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.5]. (C) (0.5,0.6]. (D) (0.6,1].

(b) Var(X) liegt im Intervall

A10: (A) $(-\infty$,2.2]. (B) (2.2,2.7]. (C) (2.7,3.2]. (D) (3.2,∞).

(c) Das 0.35-Quantil zu X liegt in

A11: (A) $(-\infty, -1.5]$. (B) $(-1.5, -0.5]$. (C) $(-0.5, 0.5]$. (D) $(0.5, \infty)$.

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{1}{3} I_{(1,3)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.
(a) F(1.5) liegt in

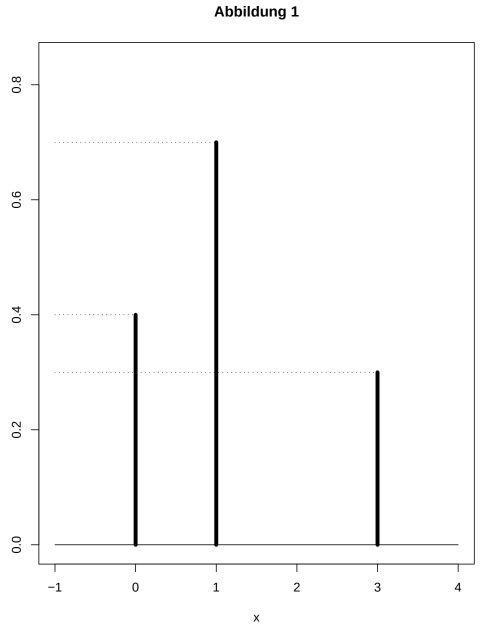
A12: (A) [0,0.25]. (B) (0.25,0.35]. (C) (0.35,0.45]. (D) (0.45,1].

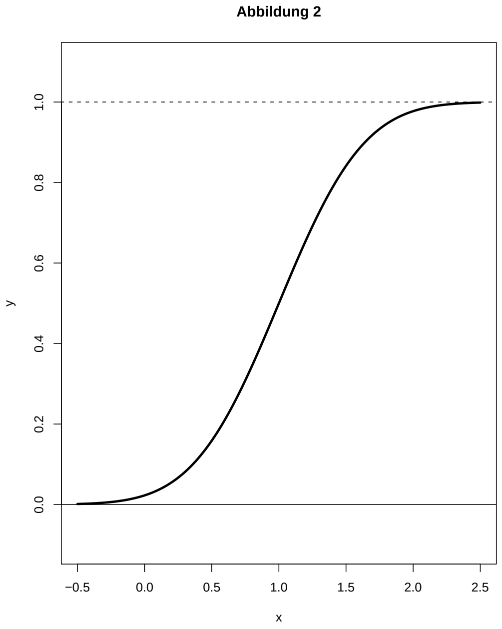
(b) $E(X)$ ist in

A13: (A) $(-\infty$,1.40]. (B) (1.40,1.50]. (C) (1.50,1.60]. (D) (1.60,∞).

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $(-\infty$,2.1]. (B) (2.1,2.3]. (C) (2.3,2.5]. (D) (2.5,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A15: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A16: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Aussage „Die Verteilungsfunktion zu X ist stetig.“ ist dann

A17: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Tore, die in einem Fussballspiel im Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.5$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A18: (A) (0,0.20]. (B) (0.20,0.25]. (C) (0.25,0.30]. (D) (0.30,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel mehr als zwei Tore geschossen werden, liegt in

A19: (A) (0,0.21]. (B) (0.21,0.24]. (C) (0.24,0.27]. (D) (0.27,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A20: (A) (0,0.79]. (B) (0.79,0.82]. (C) (0.82,0.85]. (D) (0.85,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2500 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 15 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2490 und kleiner als 2520 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A21: (A) [0,0.64]. (B) (0.64,0.67]. (C) (0.67,0.71]. (D) (0.71,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1380 Grad Celsius ist, liegt in

A22: (A) (0,0.84]. (B) (0.84,0.87]. (C) (0.87,0.90]. (D) (0.90,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y.

$X\backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	c
2	0.0	0.3	0.2

(a) c ist gleich

A23: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y \leq 1) \in$

A24: (A) [0,0.4]. (B) (0.4,0.5]. (C) (0.5,0.6]. (D) (0.6,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A25: (A) $(-\infty$,1.80]. (B) (1.80,1.85]. (C) (1.85,1.90]. (D) (1.90,∞).

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, die beschriftet sind mit den Zahlen von 1 bis 10. Es werden zufällig 5 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Sei X die Anzahl der gezogenen geraden und Y die Anzahl der gezogenen ungeraden Zahlen.
(a) $P(X = 2, Y = 3)$ liegt in

A26: (A) $[0, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.33]$. (D) $(0.33, 1]$.

(b) $Var(X + Y)$ liegt im Intervall

A27: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.4 \cdot U + 0.6 \cdot V$.
(a) Der Erwartungswert von X liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty$,0.85]. (B) (0.85,0.95]. (C) (0.95,1.05]. (D) (1.05,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A29: (A) $[-1, 0.24]$. (B) (0.24,0.27]. (C) (0.27,0.30]. (D) (0.30,1].

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-2,3]}(x)$ stetig verteilt.
(a) $\mathrm{plim}(\bar{X}_n)^2$ liegt in

A30: (A) $(-\infty$,0.18]. (B) (0.18,0.23]. (C) (0.23,0.28]. (D) $(0.28,\infty)$.

(b) $\mathrm{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ liegt in

A31: (A) $(-\infty, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.2]$. (C) $(2.2, 2.4]$. (D) $(2.4, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängig $B(1, \pi)$-verteilt mit $n \geq 3$. Zur Schätzung von π betrachten wir die beiden Schätzer

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 - 2X_2 + 4X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{3}(X_1^2 + 2X_2^2).$$

Folgende Schätzer sind erwartungstreu für π:

A32: (A) T_1 und T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Die Vektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n), \ldots$ seien u.i.v. und $\theta = E(X_i Y_i)$. Welche der Schätzer

$$T_n = \Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\Big) \cdot \Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\Big) \qquad \text{und} \qquad S_n = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$$

sind konsistent für θ?

A33: (A) Weder T_n noch S_n. (B) T_n und S_n. (C) T_n,aber nicht S_n. (D) S_n,aber nicht T_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{3}{4} I_{[-1,0]}(x) + \frac{1}{4} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A34: (A) $\bar{X}_n$. (B) $2\bar{X}_n$. (C) $4\bar{X}_n + 1$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 13 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.448 \quad , \quad \sum_{i=1}^{13} x_i^2 = 156.436.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A35: (A) (0,0.17]. (B) (0.17,0.20]. (C) (0.20,0.23]. (D) (0.23,∞).

Die obere Grenze für das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit liegt in

A36: (A) ($-\infty$,3.72]. (B) (3.72,3.80]. (C) (3.80,3.88]. (D) (3.88,∞).

Aufgabe

Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 42 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil aller Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für π liegt in

A37: (A) (0,0.06]. (B) (0.06,0.07]. (C) (0.07,0.08]. (D) (0.08,∞).

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem benötigten Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A38: (A) (0,2 000] (B) (2 000,4 000] (C) (4 000,8 000] (D) (8 000,∞)

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.03 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A39: (A) ($-\infty$,1.9]. (B) (1.9,2.1]. (C) (2.1,2.3]. (D) (2.3,∞).

Aufgabe

Eine Maschine produziere normalerweise im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 17 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.42. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.16$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant verringert hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A40: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \geq 15.5$. (C) $\mu \leq 15.5$. (D) $\mu \neq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, -2.7]$. (B) $(-2.7, -2.5]$. (C) $(-2.5, -2.3]$. (D) $(-2.3, \infty)$.

(c) Der p-Wert ist in

A42: (A) [0,0.015]. (B) (0.015,0.025]. (C) (0.025,0.035]. (D) (0.035,1].

Aufgabe

Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ konstruiert.
Die Aussage „Wenn die Nullhypothese vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Entscheidung zu treffen, stets größer oder gleich $1 - \alpha$.“ ist dann

A43: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 20 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1403.74 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 129.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel eingehalten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A44: (A) $(-\infty,1.0]$. (B) $(1.0,1.2]$. (C) $(1.2,1.4]$. (D) $(1.4,\infty)$.

(b) Der Betrag der kritischen Werte liegt in

A45: (A) $(-\infty,1.91]$. (B) $(1.91,1.98]$. (C) $(1.98,2.05]$. (D) $(2.05,\infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A46: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
In der Backabteilung eines Supermarktes werden 200 g Packungen mit gemahlenen Haselnüssen von zwei verschiedenen Herstellern angeboten. Für 10 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller A ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 204 g bei einer Stichprobenvarianz von 25 g^2. Für 8 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller B ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 200 g bei einer Stichprobenvarianz von 9 g^2. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Füllmengen normalverteilt sind und bei beiden Herstellern mit der gleichen Varianz, σ^2, schwanken. Man teste zum Niveau 5%, ob sich die mittleren Füllmengen der beiden Hersteller unterscheiden.
Der gemeinsame Schätzwert zu σ^2 liegt in

A47: (A) $[0, 17.5]$. (B) $(17.5, 18.5]$. (C) $(18.5, 19.5]$. (D) $(19.5, \infty)$.

Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.9]$. (B) $(1.9, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.3]$. (D) $(2.3, \infty)$.

Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt in

A49: (A) $(-\infty, 2.08]$. (B) $(2.08, 2.13]$. (C) $(2.13, 2.18]$. (D) $(2.18, \infty)$.

Aufgabe
In einer mehrjährigen Studie wurde die Entwicklung der jährlichen Bruttoeinkommen von 100 zufällig ausgewählten Angestellten (u.i.v.) einer bestimmten Branche untersucht. Für das Jahr 2010 ergab sich ein durchschnittliches Jahreseinkommen $\bar{x}$ von 40 500 Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_x = 500$ Euro. Im Jahr 2011 verdienten dieselben Angestellten im Mittel $\bar{y} = 40700$ Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_y = 600$ Euro. Drückt man mittels $z_i = y_i - x_i$ die Einkommensveränderung von Person i aus, so betrug die geschätzte Standardabweichung der z-Werte $s_z = 200$ Euro.
Es soll zum Niveau 5% geprüft werden, ob die Einkommen von 2010 zu 2011 im Mittel signifikant gestiegen sind.
Es ist eine Version eines

A50: (A) t-Tests (B) approximativen Gauß-Tests (C) Gauß-Tests

durchzuführen. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) [0,7.0]. (B) (7.0,8.0]. (C) (8.0,9.0]. (D) $(9.0,\infty)$.

Aus den angegebenen Angaben lässt sich der Schätzwert für den Korrelationskoeffizienten für die Einkommen der Jahre 2010 und 2011 bestimmen. Er liegt in

A52: (A) $[-1, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.8]$. (C) $(0.8, 0.9]$. (D) $(0.9, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie sollten sich Personen ein längeres TV-Programm ansehen. Anschließend wurden Sie gefragt, ob sie eine bestimmte Marke, die in einem ihnen gezeigten Werbespot beworben wurde, identifizieren konnten. Von den männlichen Teilnehmern der Studie konnten 95 die Marke identifizieren, 55 konnten das nicht. Von den weiblichen Teilnehmern konnten 41 die Marke identifizieren, während 109 nicht dazu in der Lage waren. Mit einem χ^2-Test soll die Abhängigkeit der Merkmale X=Geschlecht des TV-Zuschauers und Y=Fähigkeit, die Marke zu identifizieren, zum Signifikanzniveau 0.05 untersucht werden.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A53: (A) $(-\infty, 38]$. (B) $(38, 41]$. (C) $(41, 44]$. (D) $(44, \infty)$.

Die Testentscheidung lautet, dass X und Y

A54: (A) nicht unabhängig (B) unabhängig

sind.

Aufgabe
Sei $X \sim N(0, 1)$ und $Y \sim N(3, 9)$. X und Y seien gemeinsam normalverteilt mit $Cov(X, Y) = 1$.
(a) Der Korrelationskoeffizienten zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $[-1, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.32]$. (D) $(0.32, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X - Y > 0)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Aufgabe
Ein Mediziner untersucht mittels eines sogenannten Belastungs-EKG (EKG = Elektrokardiogramm) den Zusammenhang zwischen Rauchverhalten R (0 = Nichtraucher, 1 = Raucher) und der von den Patienten jeweils erzielten Leistung W (in Watt). Unter den insgesamt 120 Patienten waren insgesamt 30 Raucher. Zur Analyse wird ein lineares Regressionsmodell verwendet,

$$W_i = \alpha + \beta R_i + \varepsilon_i,$$

ε_i u.i.v., $E(\varepsilon_i) = 0$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Als Schätzwerte ergaben sich

$$\hat{\alpha} = 152.8, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 1.05, \quad \hat{\beta} = -10.5, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 1.39.$$

Der Schätzwert für die im Mittel zu erwartende Leistung eines Rauchers liegt in

A57: (A) $(-\infty, 147]$. (B) $(147, 150]$. (C) $(150, 153]$. (D) $(153, \infty)$.

Es soll zum Signifikanzniveau 0.05 gezeigt werden, dass Raucher im Mittel weniger leistungsfähig sind als Nichtraucher.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -6.5]$. (B) $(-6.5, -5.5]$. (C) $(-5.5, -4.5]$. (D) $(-4.5, \infty)$.

Die Nullhypothese des Tests wird

A59: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Die Aussage „Aus $\hat{\beta} = 0$ folgt $\beta = 0$." ist dann

A60: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2014, 2. Termin, 30. August 2014
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

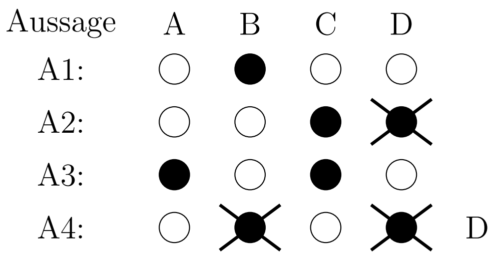
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

An einem Turnier nehmen 12 Mannschaften teil. 4 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in vier *unterschiedlichen* Gruppen, A bis D, gespielt; jede Gruppe besteht aus 3 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 4 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der vier stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A)$(0, 80 \cdot 10^3]$. (B)$(80 \cdot 10^3, 160 \cdot 10^3]$. (C)$(160 \cdot 10^3, 320 \cdot 10^3]$. (D)$(320 \cdot 10^3, \infty)$.

Aufgabe

In einem berühmten botanischen Garten auf Mauritius werden Führungen normalerweise nur in englischer Sprache angeboten. Von den insgesamt 20 Parkführern sind 12 Führer jedoch auch in der Lage, Führungen in Deutsch abzuhalten. Eine deutsche Reisegruppe von 40 Personen werde nun in 4 Kleingruppen zu je 10 Personen eingeteilt. Es werde angenommen, dass die Führer den einzelnen Gruppen zufällig zugeteilt werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens 3 der 4 Gruppen eine deutsche Führung erhalten, liegt in

A2: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.48]$. (C) $(0.48, 0.51]$. (D) $(0.51, 1]$.

Aufgabe

Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ und $P(A \cup B) = 0.7$.
(a) $P(A \setminus B)$ liegt im Intervall

A3: (A) [0,0.15] (B) (0.15,0.25] (C) (0.25,0.35] (D) (0.35,1]

(b) $P(A|B)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.45]. (C) (0.45,0.55]. (D) (0.55,1].

Aufgabe

Beim zweimaligen Würfeln sei A das Ereignis, beim ersten Wurf eine ‚6' zu werfen und B das Ereignis, beim zweiten Wurf eine Zahl größer als 4 zu werfen.
$P(A \cup B)$ ist dann in

A5: (A) [0,0.37]. (B) (0.37,0.42]. (C) (0.42,0.47]. (D) (0.47,1].

Aufgabe

A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
Die Gleichung $P(A|B)P(A) = P(B|A)P(B)$ ist dann

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen, T_1 und T_2, zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.

Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.03 aus. 50% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.05.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A7: (A) [0,0.036]. (B) (0.036,0.041]. (C) (0.041,0.046]. (D) (0.046,1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A8: (A) [0,0.0694]. (B) (0.0694,0.0704]. (C) (0.0704,0.0714]. (D) (0.0714,1].

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsgröße mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.15	0.2	0.1	0.15	0.1	0.3

(a) $P(X \leq 0.5) \in$

A9: (A) [0,0.42]. (B) (0.42,0.47]. (C) (0.47,0.52]. (D) (0.52,1].

(b) Var(X) liegt im Intervall

A10: (A) $(-\infty$,2.4]. (B) (2.4,2.8]. (C) (2.8,3.2]. (D) (3.2,∞).

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt in

A11: (A) $(-\infty$,0.5]. (B) (0.5,1.5]. (C) (1.5,2.5]. (D) (2.5,∞).

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{2}{3} I_{(2,3)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.
(a) F(2.3) liegt in

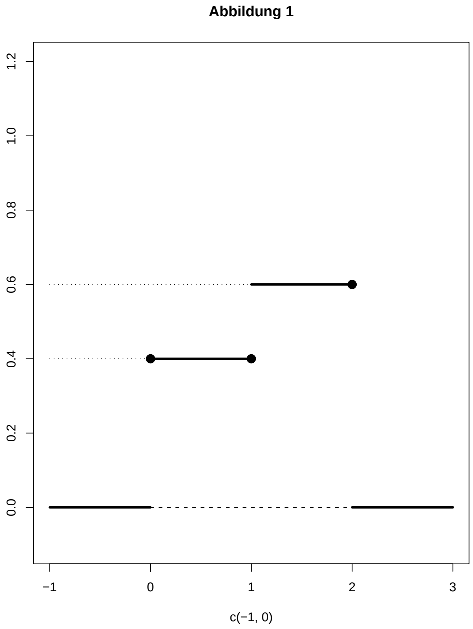
A12: (A) [0,0.43]. (B) (0.43,0.47]. (C) (0.47,0.51]. (D) (0.51,1].

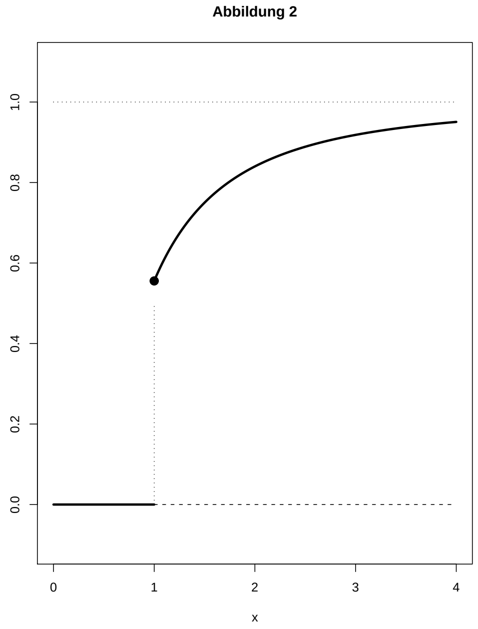
(b) $E(X)$ ist in

A13: (A) $(-\infty$,1.8]. (B) (1.8,2.0]. (C) (2.0,2.2]. (D) (2.2,∞).

(c) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $(-\infty$,2.4]. (B) (2.4,2.6]. (C) (2.6,2.8]. (D) (2.8,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A15: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A16: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Aussage „Die Dichtefunktion zu X ist stetig." ist dann

A17: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Tore, die in einem Fussballspiel im Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.8$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A18: (A) (0,0.24]. (B) (0.24,0.26]. (C) (0.26,0.28]. (D) (0.28,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel höchstens zwei Tore geschossen werden, liegt in

A19: (A) (0,0.71]. (B) (0.71,0.74]. (C) (0.74,0.77]. (D) (0.77,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A20: (A) (0,0.85]. (B) (0.85,0.88]. (C) (0.88,0.91]. (D) (0.91,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2600 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 15 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2580 und kleiner als 2610 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A21: (A) [0,0.64]. (B) (0.64,0.67]. (C) (0.67,0.70]. (D) (0.70,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1430 Grad Celsius ist, liegt in

A22: (A) [0,0.58]. (B) (0.58,0.61]. (C) (0.61,0.64]. (D) (0.64,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y.

$X\backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	c
2	0.2	0.3	0.2

(a) c ist gleich

A23: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y \leq 1) \in$

A24: (A) [0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) (0.8,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A25: (A) $(-\infty$,1.80]. (B) (1.80,1.85]. (C) (1.85,1.90]. (D) (1.90,∞).

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 12 Kugeln, die beschriftet sind mit den Zahlen von 1 bis 12. Es werden zufällig 5 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Sei X die Anzahl der gezogenen geraden und Y die Anzahl der gezogenen ungeraden Zahlen.
(a) $P(X = 2, Y = 3)$ liegt in

A26: (A) $[0, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.33]$. (D) $(0.33, 1]$.

(b) $Var(X + Y)$ liegt im Intervall

A27: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(2, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(2)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.4 \cdot U + 0.6 \cdot V$.
(a) Der Erwartungswert von X liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty$,0.75]. (B) (0.75,0.85]. (C) (0.85,0.95]. (D) (0.95,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A29: (A) $[-1{,}0.61]$. (B) $(0.61{,}0.64]$. (C) $(0.64{,}0.67]$. (D) $(0.67{,}1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-1,4]}(x)$ stetig verteilt.
(a) $\text{plim}(\bar{X}_n)^2$ liegt in

A30: (A) $(-\infty{,}2.35]$. (B) $(2.35{,}2.55]$. (C) $(2.55{,}2.75]$. (D) $(2.75{,}\infty)$.

(b) $\text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ liegt in

A31: (A) $(-\infty, 4.2]$. (B) $(4.2, 4.5]$. (C) $(4.5, 4.8]$. (D) $(4.8, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängig $B(1, \pi)$-verteilt mit $n \geq 3$. Zur Schätzung von π betrachten wir die beiden Schätzer

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 - 2X_2 + 3X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{3}(X_1^2 + 2X_2^2).$$

Folgende Schätzer sind erwartungstreu für π:

A32: (A) T_1 und T_2. (B) T_2, aber nicht T_1. (C) T_1, aber nicht T_2. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Die Vektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n), \ldots$ seien u.i.v. und $\theta = E(X_i Y_i)$. Welche der Schätzer

$$T_n = \left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) \cdot \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) \qquad \text{und} \qquad S_n = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$$

sind konsistent für θ?

A33: (A) T_n und S_n. (B) T_n,aber nicht S_n. (C) S_n,aber nicht T_n. (D) Weder S_n noch T_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2} I_{[-1,0]}(x) + \frac{1}{2} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A34: (A) $\bar{X}_n$. (B) $4\bar{X}_n - 1$. (C) $2\bar{X}_n$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 15 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.648 \quad , \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 204.14.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A35: (A) (0,0.29]. (B) (0.29,0.31]. (C) (0.31,0.33]. (D) (0.33,∞).

Die obere Grenze für das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit liegt in

A36: (A) ($-\infty$,4.00]. (B) (4.00,4.15]. (C) (4.15,4.30]. (D) (4.30,∞).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 62 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil aller Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für π liegt in

A37: (A) (0,0.080]. (B) (0.080,0.085]. (C) (0.085,0.090]. (D) (0.090,∞).

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem notwendigen Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A38: (A) (0,2 500] (B) (2 500,5 000) (C) (5 000,10 000) (D) (10 000,∞)

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.05 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A39: (A) ($-\infty$,1.6]. (B) (1.6,1.8]. (C) (1.8,2.0]. (D) (2.0,∞).

Aufgabe
Eine Maschine produziere normalerweise im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 16 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.44. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.16$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant verändert hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A40: (A) $\mu \geq 15.5$. (B) $\mu \leq 15.5$. (C) $\mu \neq 15.5$. (D) $\mu = 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, -1.4]$. (B) $(-1.4, -1.2]$. (C) $(-1.2, -1.0]$. (D) $(-1.0, \infty)$.

(c) Der p-Wert ist in

A42: (A) [0,0.09]. (B) (0.09,0.12]. (C) (0.12,0.15]. (D) (0.15,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0,1)$ konstruiert.
Die Aussage „Wenn die Alternative vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Entscheidung zu treffen, stets größer oder gleich $1-\alpha$." ist dann

A43: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 20 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1405.24 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel signifikant überschrittten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A44: (A) $(-\infty,1.6]$. (B) $(1.6,1.7]$. (C) $(1.7,1.8]$. (D) $(1.8,\infty)$.

(b) Der kritische Wert liegt in

A45: (A) $(-\infty,1.70]$. (B) $(1.70,1.80]$. (C) $(1.80,1.90]$. (D) $(1.90,\infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A46: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
In der Backabteilung eines Supermarktes werden 200 g Packungen mit gemahlenen Haselnüssen von zwei verschiedenen Herstellern angeboten. Für 10 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller A ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 204 g bei einer Stichprobenvarianz von 25 g^2. Für 8 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller B ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 200 g bei einer Stichprobenvarianz von 16 g^2. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Füllmengen normalverteilt sind und bei beiden Herstellern mit der gleichen Varianz, σ^2, schwanken. Man teste zum Niveau 5%, ob sich die mittleren Füllmengen der beiden Hersteller unterscheiden.
Der gemeinsame Schätzwert zu σ^2 liegt in

A47: (A) $[0, 20.5]$. (B) $(20.5, 21.5]$. (C) $(21.5, 22.5]$. (D) $(22.5, \infty)$.

Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.7]$. (C) $(1.7, 1.9]$. (D) $(1.9, \infty)$.

Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt in

A49: (A) $(-\infty, 2.05]$. (B) $(2.05, 2.10]$. (C) $(2.10, 2.15]$. (D) $(2.15, \infty)$.

Aufgabe
In einer mehrjährigen Studie wurde die Entwicklung der jährlichen Bruttoeinkommen von 100 zufällig ausgewählten Angestellten (u.i.v.) einer bestimmten Branche untersucht. Für das Jahr 2010 ergab sich ein durchschnittliches Jahreseinkommen $\bar{x}$ von 40 500 Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_x = 500$ Euro. Im Jahr 2011 verdienten dieselben Angestellten im Mittel $\bar{y} = 40800$ Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_y = 600$ Euro. Drückt man mittels $z_i = y_i - x_i$ die Einkommensveränderung von Person i aus, so betrug die geschätzte Standardabweichung der z-Werte $s_z = 150$ Euro.
Es soll zum Niveau 5% geprüft werden, ob die Einkommen von 2010 zu 2011 im Mittel signifikant gestiegen sind.
Es ist eine Version eines

A50: (A) t-Tests (B) Gauß-Tests (C) approximativen Gauß-Tests

durchzuführen. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty,14]$. (B) $(14,16]$. (C) $(16,18]$. (D) $(18,\infty)$.

Aus den angegebenen Angaben lässt sich der Schätzwert für den Korrelationskoeffizienten für die Einkommen der Jahre 2010 und 2011 bestimmen. Er liegt in

A52: (A) $[-1, 0.955]$. (B) $(0.955, 0.970]$. (C) $(0.970, 0.985]$. (D) $(0.985, 1]$.

Aufgabe

Im Rahmen einer Studie sollten sich Personen ein längeres TV-Programm ansehen. Anschließend wurden Sie gefragt, ob sie eine bestimmte Marke, die in einem ihnen gezeigten Werbespot beworben wurde, identifizieren konnten. Von den männlichen Teilnehmern der Studie konnten 75 die Marke identifizieren, 75 konnten das nicht. Von den weiblichen Teilnehmern konnten 41 die Marke identifizieren, während 109 nicht dazu in der Lage waren. Mit einem χ^2-Test soll die Abhängigkeit der Merkmale X=Geschlecht des TV-Zuschauers und Y=Fähigkeit, die Marke zu identifizieren, zum Signifikanzniveau 0.05 untersucht werden.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A53: (A) $[0, 13]$. (B) $(13, 15]$. (C) $(15, 17]$. (D) $(17, \infty)$.

Die Testentscheidung lautet, dass X und Y

A54: (A) nicht unabhängig (B) unabhängig

sind.

Aufgabe

Sei $X \sim N(0, 1)$ und $Y \sim N(3, 9)$. X und Y seien gemeinsam normalverteilt mit $Cov(X, Y) = 2$.
(a) Der Korrelationskoeffizienten zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $[-1, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.68]$. (C) $(0.68, 0.71]$. (D) $(0.71, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X - Y > 0)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.13]$. (D) $(0.13, 1]$.

Aufgabe

Ein Mediziner untersucht mittels eines sogenannten Belastungs-EKG (EKG = Elektrokardiogramm) den Zusammenhang zwischen Rauchverhalten R (0 = Nichtraucher, 1 = Raucher) und der von den Patienten jeweils erzielten Leistung W (in Watt). Unter den insgesamt 120 Patienten waren insgesamt 30 Raucher. Zur Analyse wird ein lineares Regressionsmodell verwendet,

$$W_i = \alpha + \beta R_i + \varepsilon_i,$$

ε_i u.i.v., $E(\varepsilon_i) = 0$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Als Schätzwerte ergaben sich

$$\hat{\alpha} = 152.8, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 1.05, \quad \hat{\beta} = -8.5, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 1.69.$$

Der Schätzwert für die im Mittel zu erwartende Leistung eines Rauchers liegt in

A57: (A) $[0, 139]$. (B) $(139, 141]$. (C) $(141, 143]$. (D) $(143, \infty)$.

Es soll zum Signifikanzniveau 0.05 gezeigt werden, dass Raucher im Mittel weniger leistungsfähig sind als Nichtraucher.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -6.5]$. (B) $(-6.5, -5.5]$. (C) $(-5.5, -4.5]$. (D) $(-4.5, \infty)$.

Die Nullhypothese des Tests wird

A59: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n, mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Die Aussage „Wenn $\sigma^2 = 0$, dann ist $P(\hat{\beta} = 0) = 1$.“ ist dann

A60: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2014, 2. Termin, 30. August 2014
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

An einem Turnier nehmen 15 Mannschaften teil. 3 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in drei *unterschiedlichen* Gruppen, A bis C, gespielt; jede Gruppe besteht aus 5 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 3 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der 3 stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A) $(0, 70 \cdot 10^3]$. (B) $(70 \cdot 10^3, 140 \cdot 10^3]$. (C) $(140 \cdot 10^3, 280 \cdot 10^3]$. (D) $(280 \cdot 10^3, \infty)$.

Aufgabe

In einem berühmten botanischen Garten auf Mauritius werden Führungen normalerweise nur in englischer Sprache angeboten. Von den insgesamt 16 Parkführern sind 10 Führer jedoch auch in der Lage Führungen, in Deutsch abzuhalten. Eine deutsche Reisegruppe von 40 Personen werde nun in 4 Kleingruppen zu je 10 Personen eingeteilt. Es werde angenommen, dass die Führer den einzelnen Gruppen zufällig zugeteilt werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens 3 der 4 Gruppen eine deutsche Führung erhalten, liegt in

A2: (A) $[0, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.53]$. (D) $(0.53, 1]$.

Aufgabe

Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \cup B) = 0.8$.
(a) $P(A \setminus B)$ liegt im Intervall

A3: (A) [0,0.30]. (B) (0.30,0.40]. (C) (0.40,0.50]. (D) (0.50,1].

(b) $P(A|B)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.30]. (B) (0.30,0.35]. (C) (0.35,0.40]. (D) (0.40,1].

Aufgabe

Beim zweimaligen Würfeln sei A das Ereignis, beim ersten Wurf eine ‚6' zu werfen und B das Ereignis, beim zweiten Wurf keine ‚6' zu werfen.
$P(A \cup B)$ ist dann in

A5: (A) [0,0.78]. (B) (0.78,0.84]. (C) (0.84,0.90]. (D) (0.90,1].

Aufgabe

A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
Die Gleichung $P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$ ist dann

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen, T_1 und T_2, zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.

Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.04 aus. 40% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.05.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A7: (A) [0,0.047]. (B) (0.047,0.049]. (C) (0.049,0.051]. (D) (0.051,1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A8: (A) [0,0.0848]. (B) (0.0848,0.0858]. (C) (0.0858,0.0868]. (D) (0.0868,1].

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsgröße mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.15	0.0	0.2	0.3	0.2	0.15

(a) $P(X \leq 2) \in$

A9: (A) [0,0.7]. (B) (0.7,0.8]. (C) (0.8,0.9]. (D) (0.9,1].

(b) Var(X) liegt im Intervall

A10: (A) $(-\infty$,2.2]. (B) (2.2,2.5]. (C) (2.5,2.8]. (D) (2.8,∞).

(c) Das 0.5-Quantil zu X liegt in

A11: (A) $(-\infty, -0.5]$. (B) $(-0.5, 0.5]$. (C) $(0.5, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2 \, I_{(0,1]}(x) + \frac{2}{9} I_{(1,4)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.
(a) F(1.5) liegt in

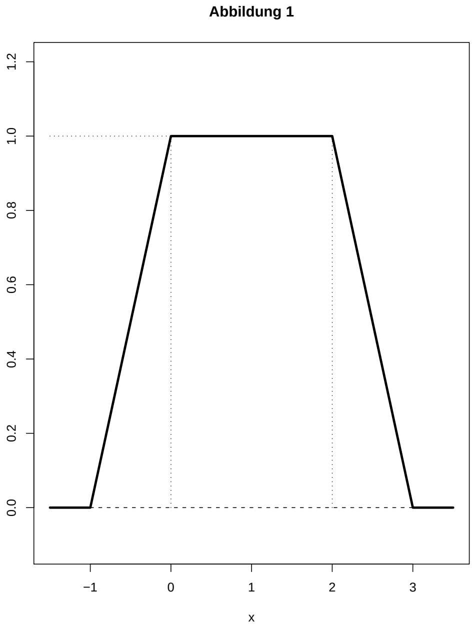
A12: (A) [0,0.32]. (B) (0.32,0.40]. (C) (0.40,0.48]. (D) (0.48,1].

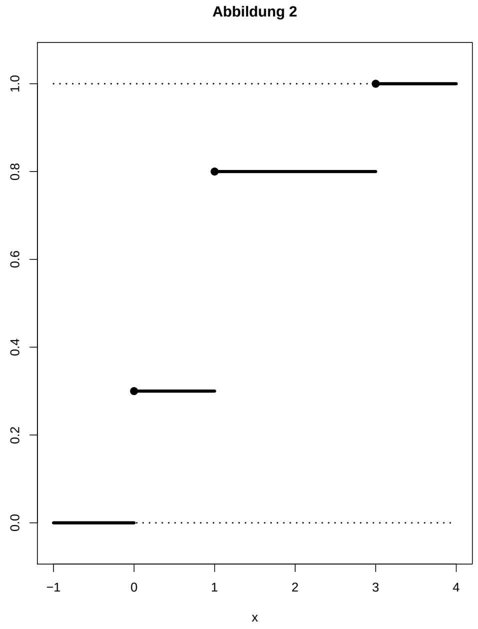
(b) $E(X)$ ist in

A13: (A) $(-\infty$,1.95]. (B) (1.95,2.02]. (C) (2.02,2.09]. (D) (2.09,∞).

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $(-\infty$,3.2]. (B) (3.2,3.4]. (C) (3.4,3.6]. (D) (3.6,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A15: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A16: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Aussage „Für alle reellen Zahlen x ist $f(x) > 0$." ist dann

A17: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Tore, die in einem Fussballspiel im Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.2$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A18: (A) (0,0.34]. (B) (0.34,0.38]. (C) (0.38,0.42]. (D) (0.42,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel mehr als zwei Tore geschossen werden, liegt in

A19: (A) (0,0.10]. (B) (0.10,0.13]. (C) (0.13,0.16]. (D) (0.16,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A20: (A) (0,0.74]. (B) (0.74,0.77]. (C) (0.77,0.80]. (D) (0.80,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2500 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 25 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2490 und kleiner als 2520 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A21: (A) [0,0.40]. (B) (0.40,0.43]. (C) (0.43,0.47]. (D) (0.47,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1380 Grad Celsius ist, liegt in

A22: (A) [0,0.69]. (B) (0.69,0.72]. (C) (0.72,0.75]. (D) (0.75,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y.

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.15	c
2	0.2	0.15	0.1

(a) c ist gleich

A23: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y \leq 1) \in$

A24: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.45]. (C) (0.45,0.55]. (D) (0.55,1].

(c) $E(X|Y = 1) \in$

A25: (A) $(-\infty$,1.2]. (B) (1.2,1.3]. (C) (1.3,1.4]. (D) (1.4,∞).

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, die beschriftet sind mit den Zahlen von 1 bis 10. Es werden zufällig 6 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Sei X die Anzahl der gezogenen geraden und Y die Anzahl der gezogenen ungeraden Zahlen.
(a) $P(X = 2, Y = 4)$ liegt in

A26: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

(b) $Var(X + Y)$ liegt im Intervall

A27: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(2, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.4 \cdot U + 0.4 \cdot V$.
(a) Der Erwartungswert von X liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty$,0.85]. (B) (0.85,0.95]. (C) (0.95,1.05]. (D) (1.05,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A29: (A) $[-1, 0.59]$. (B) (0.59,0.62]. (C) (0.62,0.65]. (D) (0.65,1].

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-3,2]}(x)$ stetig verteilt.
(a) $\operatorname{plim}(\bar{X}_n)^2$ liegt in

A30: (A) $(-\infty$,0.10]. (B) (0.10,0.20]. (C) (0.20,0.30]. (D) $(0.30,\infty)$.

(b) $\operatorname{plim} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ liegt in

A31: (A) $(-\infty, 1.9]$. (B) $(1.9, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.3]$. (D) $(2.3, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängig $B(1, \pi)$-verteilt mit $n \geq 3$. Zur Schätzung von π betrachten wir die beiden Schätzer

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1 + 2X_2 + X_3) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{3}(X_1^2 + 2X_2^2).$$

Folgende Schätzer sind erwartungstreu für π:

A32: (A) T_1 und T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) Weder T_1 noch T_2.

Aufgabe
Die Vektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n), \ldots$ seien u.i.v. und $\theta = E(X_i Y_i)$. Welche der Schätzer

$$T_n = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n X_i Y_i \qquad \text{und} \qquad S_n = \Big(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\Big) \cdot \Big(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i\Big)$$

sind konsistent für θ?

A33: (A) T_n und S_n. (B) T_n,aber nicht S_n. (C) S_n,aber nicht T_n. (D) Weder S_n noch T_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{4} I_{[-1,0]}(x) + \frac{3}{4} I_{[\theta, \theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A34: (A) $\frac{4}{3}\bar{X}_n - \frac{1}{3}$. (B) $\frac{5}{3}\bar{X}_n + \frac{1}{6}$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 13 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.448 \quad , \quad \sum_{i=1}^{13} x_i^2 = 157.59.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A35: (A) (0,0.26]. (B) (0.26,0.27]. (C) (0.27,0.28]. (D) $(0.28,\infty)$.

Die obere Grenze für das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit liegt in

A36: (A) $(-\infty,3.60]$. (B) (3.60,3.70]. (C) (3.70,3.80]. (D) $(3.80,\infty)$.

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 52 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil aller Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für π liegt in

A37: (A) $(-\infty,0.063]$. (B) (0.063,0.068]. (C) (0.068,0.073]. (D) $(0.073,\infty)$.

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem benötigten Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A38: (A) (0,5 000] (B) (5 000,10 000] (C) (10 000,20 000] (D) $(20\,000,\infty)$

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.04 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A39: (A) $(-\infty,2.0]$. (B) (2.0,2.1]. (C) (2.1,2.2]. (D) $(2.2,\infty)$.

Aufgabe
Eine Maschine produziere normalerweise im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 17 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.58. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.25$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant erhöht hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A40: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \neq 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty,1.0]$. (B) (1.0,1.2]. (C) (1.2,1.4]. (D) $(1.4,\infty)$.

(c) Der p-Wert ist in

A42: (A) [0,0.09]. (B) (0.09,0.10]. (C) (0.10,0.11]. (D) (0.11,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0,1)$ konstruiert.
Die Aussage „Wenn die Nullhypothese vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine falsche Entscheidung zu treffen, stets kleiner oder gleich α.“ ist dann

A43: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 15 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1406.74 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel eingehalten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A44: (A) $(-\infty,1.6]$. (B) $(1.6,1.8]$. (C) $(1.8,2.0]$. (D) $(2.0,\infty)$.

(b) Der Betrag der kritischen Werte liegt in

A45: (A) $(-\infty,1.8]$. (B) $(1.8,1.9]$. (C) $(1.9,2.1]$. (D) $(2.1,\infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird nicht abgelehnt. Die Aussage ist

A46: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe
In der Backabteilung eines Supermarktes werden 200 g Packungen mit gemahlenen Haselnüssen von zwei verschiedenen Herstellern angeboten. Für 10 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller A ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 204 g bei einer Stichprobenvarianz von 25 g^2. Für 12 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller B ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 200 g bei einer Stichprobenvarianz von 16 g^2. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Füllmengen normalverteilt sind und bei beiden Herstellern mit der gleichen Varianz, σ^2, schwanken. Man teste zum Niveau 5%, ob sich die mittleren Füllmengen der beiden Hersteller unterscheiden.
Der gemeinsame Schätzwert zu σ^2 liegt in

A47: (A) $[0, 17.5]$. (B) $(17.5, 18.5]$. (C) $(18.5, 19.5]$. (D) $(19.5, \infty)$.

Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.75]$. (B) $(1.75, 1.90]$. (C) $(1.90, 2.05]$. (D) $(2.05, \infty)$.

Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt in

A49: (A) $(-\infty, 2.01]$. (B) $(2.01, 2.06]$. (C) $(2.06, 2.11]$. (D) $(2.11, \infty)$.

Aufgabe
In einer mehrjährigen Studie wurde die Entwicklung der jährlichen Bruttoeinkommen von 100 zufällig ausgewählten Angestellten (u.i.v.) einer bestimmten Branche untersucht. Für das Jahr 2010 ergab sich ein durchschnittliches Jahreseinkommen $\bar{x}$ von 40 500 Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_x = 500$ Euro. Im Jahr 2011 verdienten dieselben Angestellten im Mittel $\bar{y} = 40700$ Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_y = 600$ Euro. Drückt man mittels $z_i = y_i - x_i$ die Einkommensveränderung von Person i aus, so betrug die geschätzte Standardabweichung der z-Werte $s_z = 250$ Euro.
Es soll zum Niveau 5% geprüft werden, ob die Einkommen von 2010 zu 2011 im Mittel signifikant gestiegen sind.
Es ist eine Version eines

A50: (A) Gauß-Tests (B) approximativen Gauß-Tests (C) t-Tests

durchzuführen. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty,5.5]$. (B) $(5.5,6.5]$. (C) $(6.5,7.5]$. (D) $(7.5,\infty)$.

Aus den angegebenen Angaben lässt sich der Schätzwert für den Korrelationskoeffizienten für die Einkommen der Jahre 2010 und 2011 bestimmen. Er liegt in

A52: (A) $[-1, 0.90]$. (B) $(0.90, 0.93]$. (C) $(0.93, 0.96]$. (D) $(0.96, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie sollten sich Personen ein längeres TV-Programm ansehen. Anschließend wurden Sie gefragt, ob sie eine bestimmte Marke, die in einem ihnen gezeigten Werbespot beworben wurde, identifizieren konnten. Von den männlichen Teilnehmern der Studie konnten 55 die Marke identifizieren, 95 konnten das nicht. Von den weiblichen Teilnehmern konnten 41 die Marke identifizieren, während 109 nicht dazu in der Lage waren. Mit einem χ^2-Test soll die Abhängigkeit der Merkmale X=Geschlecht des TV-Zuschauers und Y=Fähigkeit, die Marke zu identifizieren, zum Signifikanzniveau 0.05 untersucht werden.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A53: (A) $[0, 2.5]$. (B) $(2.5, 3.5]$. (C) $(3.5, 4.5]$. (D) $(4.5, \infty)$.

Die Testentscheidung lautet, dass X und Y

A54: (A) unabhängig (B) nicht unabhängig

sind.

Aufgabe
Sei $X \sim N(0, 1)$ und $Y \sim N(3, 4)$. X und Y seien gemeinsam normalverteilt mit $Cov(X, Y) = 1$.
(a) Der Korrelationskoeffizienten zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $[-1, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X - Y > 0)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.05]$. (C) $(0.05, 0.07]$. (D) $(0.07, 1]$.

Aufgabe
Ein Mediziner untersucht mittels eines sogenannten Belastungs-EKG (EKG = Elektrokardiogramm) den Zusammenhang zwischen Rauchverhalten R (0 = Nichtraucher, 1 = Raucher) und der von den Patienten jeweils erzielten Leistung W (in Watt). Unter den insgesamt 120 Patienten waren insgesamt 30 Raucher. Zur Analyse wird ein lineares Regressionsmodell verwendet,

$$W_i = \alpha + \beta R_i + \varepsilon_i,$$

ε_i u.i.v., $E(\varepsilon_i) = 0$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Als Schätzwerte ergaben sich

$$\hat{\alpha} = 152.8, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 1.05, \quad \hat{\beta} = -6.5, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 1.69.$$

Der Schätzwert für die im Mittel zu erwartende Leistung eines Rauchers liegt in

A57: (A) $(-\infty, 145.8]$. (B) $(145.8, 146.8]$. (C) $(146.8, 147.8]$. (D) $(147.8, \infty)$.

Es soll zum Signifikanzniveau 0.05 gezeigt werden, dass Raucher im Mittel weniger leistungsfähig sind als Nichtraucher.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -3.7]$. (B) $(-3.7, -3.2]$. (C) $(-3.2, -2.7]$. (D) $(-2.7, \infty)$.

Die Nullhypothese des Tests wird

A59: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Die Aussage „Aus $\hat{\alpha} = 0$ folgt $\alpha = 0$.“ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2014, 2. Termin, 30. August 2014
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 15 Mannschaften teil. 5 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in fünf *unterschiedlichen* Gruppen, A bis E, gespielt; jede Gruppe besteht aus 3 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 5 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der fünf stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A)$(0, 10 \cdot 10^6]$. (B)$(10 \cdot 10^6, 20 \cdot 10^6]$. (C)$(20 \cdot 10^6, 40 \cdot 10^6]$. (D)$(40 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe
In einem berühmten botanischen Garten auf Mauritius werden Führungen normalerweise nur in englischer Sprache angeboten. Von den insgesamt 18 Parkführern sind 10 Führer jedoch auch in der Lage, Führungen in Deutsch abzuhalten. Eine deutsche Reisegruppe von 40 Personen werde nun in 4 Kleingruppen zu je 10 Personen eingeteilt. Es werde angenommen, dass die Führer den einzelnen Gruppen zufällig zugeteilt werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens 3 der 4 Gruppen eine deutsche Führung erhalten, liegt in

A2: (A) $[0, 0.37]$. (B) $(0.37, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.43]$. (D) $(0.43, 1]$.

Aufgabe
Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ und $P(A \cup B) = 0.8$.
(a) $P(A \setminus B)$ liegt im Intervall

A3: (A) [0,0.1] (B) (0.1,0.2] (C) (0.2,0.3] (D) (0.3,1]

(b) $P(A|B)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.65]. (B) (0.65,0.75]. (C) (0.75,0.85]. (D) (0.85,1].

Aufgabe
Beim zweimaligen Würfeln sei A das Ereignis, beim ersten Wurf eine ‚6' zu werfen und B das Ereignis, beim zweiten Wurf eine Zahl kleiner als 5 zu werfen.
$P(A \cup B)$ ist dann in

A5: (A) [0,0.5]. (B) (0.5,0.6]. (C) (0.6,0.7]. (D) (0.7,1].

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A \cap B) > 0$ und $P(A) \neq P(B)$.
Die Gleichung $P(A|B)P(A) = P(B|A)P(B)$ ist dann

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen, T_1 und T_2, zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.

Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.01 aus. 60% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.04.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A7: (A) [0,0.014]. (B) (0.014,0.017]. (C) (0.017,0.021]. (D) (0.021,1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A8: (A) [0,0.0299]. (B) (0.0299,0.0309]. (C) (0.0309,0.0319]. (D) (0.0319,1].

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsgröße mit folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.1	0.2	0.1	0.3	0	0.3

(a) $P(X \leq 2.5) \in$

A9: (A) [0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) Var(X) liegt im Intervall

A10: (A) $(-\infty$,3.1]. (B) (3.1,3.3]. (C) (3.3,3.5]. (D) (3.5,∞).

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt in

A11: (A) $(-\infty$,0.5]. (B) (0.5,1.5]. (C) (1.5,2.5]. (D) (2.5,∞).

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{1}{3} I_{(2,4)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.
(a) F(2.3) liegt in

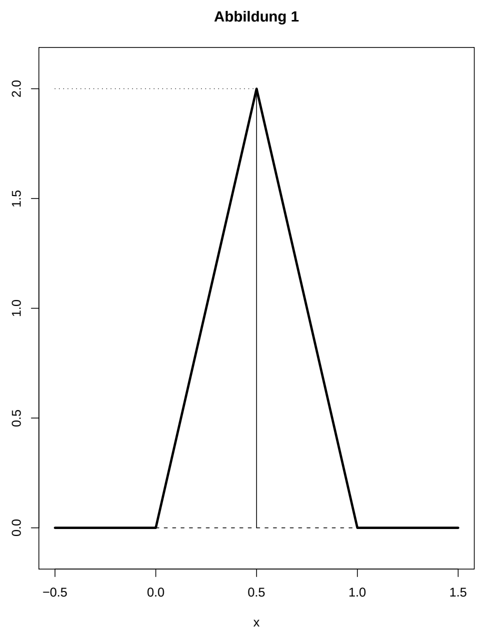
A12: (A) [0,0.20]. (B) (0.20,0.30]. (C) (0.30,0.40]. (D) (0.40,1].

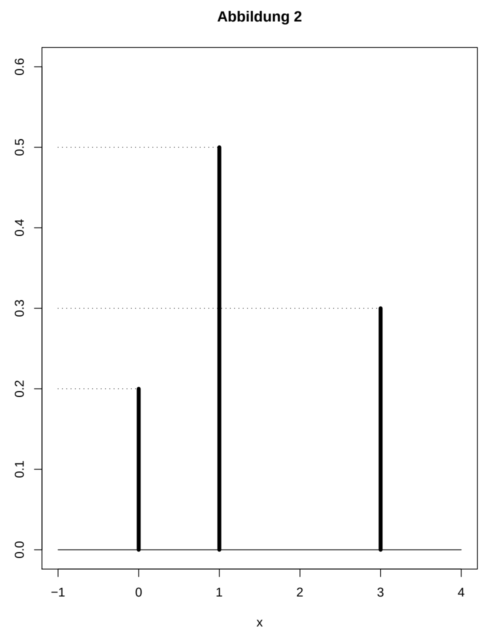
(b) $E(X)$ ist in

A13: (A) $(-\infty$,2.2]. (B) (2.2,2.4]. (C) (2.4,2.6]. (D) (2.6,∞).

(c) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $(-\infty$,3.4]. (B) (3.4,3.5]. (C) (3.5,3.6]. (D) (3.6,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A15: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A16: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion.
(C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Aussage „Es gibt reelle Zahlen x, y mit $x < y$, so dass $F(x) = F(y)$." ist dann

A17: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der Tore, die in einem Fussballspiel im Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.6$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A18: (A) (0,0.27]. (B) (0.27,0.29]. (C) (0.29,0.31]. (D) (0.31,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel höchstens zwei Tore geschossen werden, liegt in

A19: (A) (0,0.73]. (B) (0.73,0.76]. (C) (0.76,0.79]. (D) (0.79,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A20: (A) (0,0.86]. (B) (0.86,0.88]. (C) (0.88,0.91]. (D) (0.91,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2600 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 25 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2580 und kleiner als 2610 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A21: (A) [0,0.46]. (B) (0.46,0.49]. (C) (0.49,0.52]. (D) (0.52,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1430 Grad Celsius ist, liegt in

A22: (A) [0,0.58]. (B) (0.58,0.61]. (C) (0.61,0.64]. (D) (0.64,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y.

$X\backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	c
2	0.2	0.3	0.1

(a) c ist gleich

A23: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y < 1) \in$

A24: (A) [0,0.3]. (B) (0.3,0.4]. (C) (0.4,0.5]. (D) (0.5,1].

(c) $E(X|Y = 1) \in$

A25: (A) $(-\infty$,1.60]. (B) (1.60,1.70]. (C) (1.70,1.80]. (D) (1.80,∞).

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, die beschriftet sind mit den Zahlen von 1 bis 10. Es werden zufällig 7 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Sei X die Anzahl der gezogenen geraden und Y die Anzahl der gezogenen ungeraden Zahlen.
(a) $P(X = 2, Y = 5)$ liegt in

A26: (A) $[0, 0.12]$. (B) $(0.12, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.18]$. (D) $(0.18, 1]$.

(b) $Var(X + Y)$ liegt im Intervall

A27: (A) $[0, 0.5]$. (B) $(0.5, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(0.5)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.5 \cdot U + 0.3 \cdot V$.
(a) Der Erwartungswert von X liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty$,0.70]. (B) (0.70,0.80]. (C) (0.80,0.90]. (D) (0.90,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A29: (A) $[-1{,}0.34]$. (B) $(0.34{,}0.37]$. (C) $(0.37{,}0.40]$. (D) $(0.40{,}1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-4,1]}(x)$ stetig verteilt.
(a) $\text{plim}(\bar{X}_n)^2$ liegt in

A30: (A) $(-\infty{,}2.30]$. (B) $(2.30{,}2.45]$. (C) $(2.45{,}2.60]$. (D) $(2.60{,}\infty)$.

(b) $\text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ liegt in

A31: (A) $(-\infty, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.2]$. (C) $(4.2, 4.4]$. (D) $(4.4, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängig $B(1,\pi)$-verteilt mit $n \geq 3$. Zur Schätzung von π betrachten wir die beiden Schätzer

$$T_1 = \frac{1}{3}(X_1^2 + 2X_2^2) \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3).$$

Folgende Schätzer sind erwartungstreu für π:

A32: (A) Weder T_1 noch T_2. (B) T_1, aber nicht T_2. (C) T_2, aber nicht T_1. (D) T_1 und T_2.

Aufgabe
Die Vektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n), \ldots$ seien u.i.v. und $\theta = E(X_i Y_i)$. Welche der Schätzer

$$T_n = \Big(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i\Big) \cdot \Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i\Big) \qquad \text{und} \qquad S_n = \frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$$

sind konsistent für θ?

A33: (A) S_n,aber nicht T_n. (B) T_n,aber nicht S_n. (C) T_n und S_n. (D) Weder S_n noch T_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{3} I_{[-1,0]}(x) + \frac{2}{3} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A34: (A) $\frac{2}{3}\bar{X}_n + \frac{1}{6}$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $\frac{3}{2}\bar{X}_n - \frac{1}{4}$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 15 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.648 \quad , \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 205.54.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A35: (A) (0,0.39]. (B) (0.39,0.40]. (C) (0.40,0.41]. (D) (0.41,∞).

Die obere Grenze für das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit liegt in

A36: (A) ($-\infty$,3.85]. (B) (3.85,3.95]. (C) (3.95,4.05]. (D) (4.05,∞).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 72 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil aller Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für π liegt in

A37: (A) (0,0.090]. (B) (0.090,0.095]. (C) (0.095,0.100]. (D) (0.100,∞).

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem notwendigen Mindeststichprobenumfang ausgehen der in

A38: (A) (0,12 000] (B) (12 000,18 000] (C) (18 000,24 000] (D) (24 000,∞)

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.06 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A39: (A) ($-\infty$,1.25]. (B) (1.25,1.40]. (C) (1.40,1.55]. (D) (1.55,∞).

Aufgabe
Eine Maschine produziere normalerweise im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 16 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.56. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.25$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant verändert hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A40: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \neq 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) ($-\infty$,1.0]. (B) (1.0,1.1]. (C) (1.1,1.2]. (D) (1.2,∞).

(c) Der p-Wert ist in

A42: (A) [0,0.25]. (B) (0.25,0.28]. (C) (0.28,0.31]. (D) (0.31,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0,1)$ konstruiert.
Die Aussage „Die Wahrscheinlichkeit, eine Fehlentscheidung zu treffen, ist stets kleiner oder gleich α.“ ist dann

A43: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 25 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1404.44 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel signifikant überschrittten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A44: (A) $(-\infty,1.60]$. (B) $(1.60,1.70]$. (C) $(1.70,1.80]$. (D) $(1.80,\infty)$.

(b) Der kritische Wert liegt in

A45: (A) $(-\infty,1.7]$. (B) $(1.7,1.8]$. (C) $(1.8,1.9]$. (D) $(1.9,\infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird nicht abgelehnt. Die Aussage ist

A46: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
In der Backabteilung eines Supermarktes werden 200 g Packungen mit gemahlenen Haselnüssen von zwei verschiedenen Herstellern angeboten. Für 10 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller A ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 203 g bei einer Stichprobenvarianz von 16 g^2. Für 8 zufällig ausgewählte Packungen von Hersteller B ergab sich eine durchschnittliche Füllmenge von 200 g bei einer Stichprobenvarianz von 9 g^2. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Füllmengen normalverteilt sind und bei beiden Herstellern mit der gleichen Varianz, σ^2, schwanken. Man teste zum Niveau 5%, ob sich die mittleren Füllmengen der beiden Hersteller unterscheiden.
Der gemeinsame Schätzwert zu σ^2 liegt in

A47: (A) $[0, 13.2]$. (B) $(13.2, 14.2]$. (C) $(14.2, 15.2]$. (D) $(15.2, \infty)$.

Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A48: (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt in

A49: (A) $(-\infty, 2.08]$. (B) $(2.08, 2.13]$. (C) $(2.13, 2.18]$. (D) $(2.18, \infty)$.

Aufgabe
In einer mehrjährigen Studie wurde die Entwicklung der jährlichen Bruttoeinkommen von 100 zufällig ausgewählten Angestellten (u.i.v.) einer bestimmten Branche untersucht. Für das Jahr 2010 ergab sich ein durchschnittliches Jahreseinkommen $\bar{x}$ von 40 500 Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_x = 500$ Euro. Im Jahr 2011 verdienten dieselben Angestellten im Mittel $\bar{y} = 40800$ Euro bei einer geschätzten Standardabweichung von $s_y = 600$ Euro. Drückt man mittels $z_i = y_i - x_i$ die Einkommensveränderung von Person i aus, so betrug die geschätzte Standardabweichung der z-Werte $s_z = 200$ Euro.
Es soll zum Niveau 5% geprüft werden, ob die Einkommen von 2010 zu 2011 im Mittel signifikant gestiegen sind.
Es ist eine Version eines

A50: (A) approximativen Gauß-Tests (B) t-Tests (C) Gauß-Tests

durchzuführen. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty,9]$. (B) $(9,11]$. (C) $(11,13]$. (D) $(13,\infty)$.

Aus den angegebenen Angaben lässt sich der Schätzwert für den Korrelationskoeffizienten für die Einkommen der Jahre 2010 und 2011 bestimmen. Er liegt in

A52: (A) $[-1, 0.94]$. (B) $(0.94, 0.96]$. (C) $(0.96, 0.98]$. (D) $(0.98, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Studie sollten sich Personen ein längeres TV-Programm ansehen. Anschließend wurden Sie gefragt, ob sie eine bestimmte Marke, die in einem ihnen gezeigten Werbespot beworben wurde, identifizieren konnten. Von den männlichen Teilnehmern der Studie konnten 85 die Marke identifizieren, 65 konnten das nicht. Von den weiblichen Teilnehmern konnten 41 die Marke identifizieren, während 109 nicht dazu in der Lage waren. Mit einem χ^2-Test soll die Abhängigkeit der Merkmale X=Geschlecht des TV-Zuschauers und Y=Fähigkeit, die Marke zu identifizieren, zum Signifikanzniveau 0.05 untersucht werden.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A53: (A) $(-\infty, 19]$. (B) $(19, 22]$. (C) $(22, 25]$. (D) $(25, \infty)$.

Die Testentscheidung lautet, dass X und Y

A54: (A) nicht unabhängig (B) unabhängig

sind.

Aufgabe
Sei $X \sim N(0, 4)$ und $Y \sim N(3, 4)$. X und Y seien gemeinsam normalverteilt mit $Cov(X, Y) = 3$.
(a) Der Korrelationskoeffizienten zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $[-1, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit $P(X - Y > 0)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.04]$. (B) $(0.04, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.12]$. (D) $(0.12, 1]$.

Aufgabe
Ein Mediziner untersucht mittels eines sogenannten Belastungs-EKG (EKG = Elektrokardiogramm) den Zusammenhang zwischen Rauchverhalten R (0 = Nichtraucher, 1 = Raucher) und der von den Patienten jeweils erzielten Leistung W (in Watt). Unter den insgesamt 120 Patienten waren insgesamt 30 Raucher. Zur Analyse wird ein lineares Regressionsmodell verwendet,

$$W_i = \alpha + \beta R_i + \varepsilon_i,$$

ε_i u.i.v., $E(\varepsilon_i) = 0$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Als Schätzwerte ergaben sich

$$\hat{\alpha} = 152.8, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 1.05, \quad \hat{\beta} = -9.5, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 2.39.$$

Der Schätzwert für die im Mittel zu erwartende Leistung eines Rauchers liegt in

A57: (A) $(-\infty, 137]$. (B) $(137, 139]$. (C) $(139, 141]$. (D) $(141, \infty)$.

Es soll zum Signifikanzniveau 0.05 gezeigt werden, dass Raucher im Mittel weniger leistungsfähig sind als Nichtraucher.
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -4.3]$. (B) $(-4.3, -4.1]$. (C) $(-4.1, -3.9]$. (D) $(-3.9, \infty)$.

Die Nullhypothese des Tests wird

A59: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n, mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Die Aussage „Für beliebiges reelles x ist $E(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot x) = \alpha + \beta \cdot x$." ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.