Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2017, 1. Termin, 03. Juni 2017
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil. Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

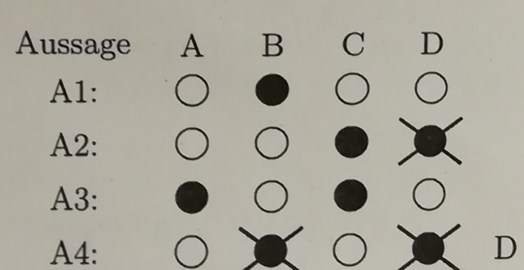
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

A und B seien zwei Ereignisse.
Das Ereignis „B tritt ein und A tritt nicht ein“ wird ausgedrückt durch

A1: (A) $A \cap B$. (B) $A \cup B$. (C) $B \setminus A$. (D) $A \setminus B$.

Aufgabe

Ein Student hat zwei Paar Schuhe des gleichen Modells, aber mit unterschiedlicher Farbe. Die Schuhe liegen ungeordnet in einer Kiste. Im Dunkeln entnimmt der Student aus der Kiste zwei Schuhe.
Die Wahrscheinlichkeit, dass er einen linken und einen rechten Schuh greift, ist

A2: (A) 1/3. (B) 2/3. (C) 1/6. (D) 1/2.

Aufgabe

Für zwei Ereignisse A und B sei $B \subseteq A$. Dann gilt stets

A3: (A) $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P(B)$. (B) $P(A \cap \bar{B}) = 0$. (C) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(B)$.

0

Aufgabe

Ein Zufallszahlengenerator erzeugt unabhängig voneinander die Ziffern 1, ..., 9 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/9.
Die Wahrscheinlichkeit, dass drei nacheinander erzeugte Zufallszahlen alle ungerade und voneinander verschieden sind, liegt in

A4: (A) $[0.05, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe

Zu den Ereignissen A, B und C sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$$P(A) = 0.3, \quad P(B) = 0.5, \quad P(C) = 0.3, \quad P(A \cap B) = 0.2,$$
$$P(A \cap C) = 0.1, \quad P(B \cap C) = 0.3, \quad P(A \cap B \cap C) = 0.1.$$

Folgende Ereignisse sind unabhängig:

A5: (A) A und B. (B) A und C. (C) B und C. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit $P((A \cup B) \setminus C)$ liegt in

A6: (A) $[0.05, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 0.45]$.

Aufgabe

A und B seien unabhängige Ereignisse mit $0 < P(A) < 1$ und $0 < P(B) < 1$.

?

(a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets falsch. (B) stets wahr. (C) weder stets wahr noch stets falsch.

(b) $P(A|B) = P(A|\bar{B})$. Die Aussage ist

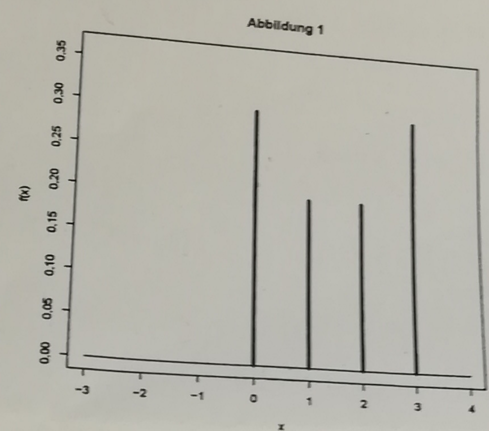
A8: (A) stets falsch. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets wahr.

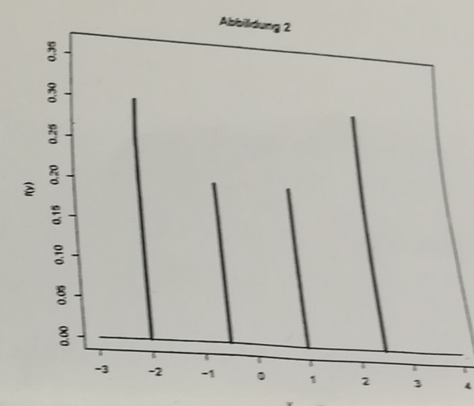
Aufgabe
In Fraufurt gebe es die Banken ABa, BeBa und CeBa. Dabei arbeiten 30% aller Banker in der ABa, 60% in der BeBa und die restlichen Banker in der CeBa. Der Frauenanteil bei den Beschäftigten der ABa, BeBa bzw. CeBa betrage 0.50, 0.60 bzw. 0.30. Der Frauenanteil unter allen Bankern liegt dann in

A9: (A) $[0.45, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.60]$. (D) $(0.60, 0.65]$.

Für eine zufällig ausgewählte weibliche Bankerin aus Fraufurt liegt die Wahrscheinlichkeit, in der BeBa zu arbeiten, im Intervall

A10: (A) $[0.53, 0.57]$. (B) $(0.57, 0.61]$. (C) $(0.61, 0.65]$. (D) $(0.65, 0.69]$.





Aufgabe
Abbildung 1 stellt die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen X und Abbildung 2 die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen Y dar. Es gelten:

A11: (A) $E(X) < E(Y)$. (B) $E(X) > E(Y)$. (C) $E(X) = E(Y)$.

A12: (A) $Var(X) < Var(Y)$. (B) $Var(X) = Var(Y)$. (C) $Var(X) > Var(Y)$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei diskret verteilt gemäß folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	0.3	0.2	0.4

$E(1/X)$ liegt in

A13: (A) $[0.40, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.49]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Träger $T_X = \{a_1, \dots, a_m\}$. F bezeichne ihre Verteilungsfunktion. Dann ist für alle reellen $a, b \in \mathbb{R}$: $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) + c$.
Hierbei ist

A14: (A) $c = P(X = a)$. (B) $c = 0$. (C) $c = -P(X = b)$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{10}x^2 I_{(0,2]}(x) + \frac{11}{15} I_{(3,4]}(x).$$

$P(0.5 \leq X \leq 3.5)$ liegt in

A15: (A) $[0.61, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Erwartungswert von X ist in

A16: (A) $[2.20, 2.40]$. (B) $(2.40, 2.60]$. (C) $(2.60, 2.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$Var(X)$ liegt in

A17: (A) $[0.75, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.95]$. (C) $(0.95, 1.05]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable mit $E(X) = -2$ und $Var(X) = 5$.
$E\big((X+3)^2\big)$ liegt in

A18: (A) $[3.5, 4.5]$. (B) $(4.5, 5.5]$. (C) $(5.5, 6.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die diskrete Zufallsvariable Y besitze folgende Verteilungstabelle:

y	0	1
$P(Y=y)$	0.3	0.7

Welche der nachstehenden Zufallsvariablen besitzt dann die gleiche Verteilung wie Y?

A19: (A) $1-Y$. (B) $Y(1-Y)$. (C) $Y/(1+Y)$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit gemeinsamer Wahrscheinlichkeitstabelle:

X\Y	0	1	2
0	0.1	0.2	0.0
1	0.2	0.3	0.2

$E(X \cdot Y)$ liegt im Intervall

A20: (A) $(-\infty, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, \infty)$.

$P(2X = Y)$ ist in

A21: (A) $[0.00, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

$Var(Y|X=1)$ liegt in

A22: (A) $[0.50, 0.53]$. (B) $(0.53, 0.56]$. (C) $(0.56, 0.59]$. (D) $(0.59, 0.62]$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird 12 mal unabhängig voneinander geworfen. X sei die Anzahl der Sechsen, die gewürfelt wurden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 Sechsen gewürfelt werden, liegt in

A23: (A) $[0.56, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.64]$. (C) $(0.64, 0.67]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Standardabweichung von X ist in

A24: (A) $[0, 1.35]$. (B) $(1.35, 1.45]$. (C) $(1.45, 1.55]$. (D) $(1.55, \infty)$.

Aufgabe
Die Anzahl der Autos, die ein Autohändler pro Tag verkauft, sei Poisson-verteilt. Im Mittel verkauft der Händler 5 Autos pro Tag. Die Anzahl der verkauften Autos sei für verschiedene Tage unabhängig voneinander.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Händler an einem Tag mindestens 3 Autos verkauft, ist in

A25: (A) $[0.76, 0.79]$. (B) $(0.79, 0.82]$. (C) $(0.82, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Händler an zwei aufeinanderfolgenden Tagen zusammen insgesamt höchstens ein Auto verkauft, ist im Intervall

A26: (A) $[0.0, 0.001]$. (B) $(0.001, 0.002]$. (C) $(0.002, 0.004]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X \sim Exp(4)$ und $Y = 2 \cdot X$. Dann ist

A27: (A) $Y \sim Exp(4)$. (B) $Y \sim Exp(2)$. (C) $Y \sim Exp(8)$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Lastkraftwagen soll mit 3 verschiedenen Kistentypen K1, K2 und K3 beladen werden. Das in kg gemessene Gewicht von K1 sei normalverteilt mit Erwartungswert 100 und Varianz 16, das Gewicht von K2 sei normalverteilt mit Erwartungswert 400 und Varianz 30 und das von K3 sei normalverteilt mit Erwartungswert 50 und Varianz 10. Eine Ladung besteht aus 50 Kisten K1, 50 Kisten K2 und 90 Kisten K3. Die Gewichte der einzelnen Kisten sind unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kiste vom Typ K1 weniger als 95 kg wiegt, ist in

A28: (A) $[0.100, 0.110]$. (B) $(0.110, 0.120]$. (C) $(0.120, 0.130]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht aller 190 Kisten größer als 29 450 kg ist, liegt im Intervall

A29: (A) $[0.74, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.83]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Von einem Artikel werden 100 000 Stück produziert; davon sind 20% fehlerhaft.
Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe vom Umfang 300 aus dieser Produktion höchstens 68 fehlerhafte Stücke sind, ist in

A30: (A) $[0.82, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.91]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über die beiden Zufallsvariablen X und Y hat man folgende Informationen:

$$Var(X) = 9, \quad Var(Y) = 20, \quad Var(X+Y) = 24.$$

Dann ist $Cov(X, Y)$ in

A31: (A) $[-4, -2]$. (B) $[-1, 1]$. (C) $[4, 6]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Es ist $E(X \cdot Y)$

A32: (A) $> E(X)E(Y)$. (B) $< E(X)E(Y)$. (C) $= E(X)E(Y)$.

Aufgabe
In einer Großstadt streue der als normalverteilt angenommene monatliche m^2-Mietpreis für einen bestimmten Wohnungstyp um den Wert 14.00 Euro mit der Standardabweichung 1.60 Euro. Aus den Wohnungen dieses Typs soll eine Zufallsstichprobe vom Umfang 400 entnommen und das Stichprobenmittel $\bar{X}_n$ gebildet werden. Für welches der nachstehend angegebenen Intervalle $[a, b]$ ist $P(a \leq \bar{X}_n \leq b)$ am größten?

A33: (A) $[13.92, 14.08]$ (B) $[13.84, 14.16]$. (C) $[14.00, 14.16]$ (D) $[13.92, 14.24]$.

0,16 0,32 0,32

Aufgabe
X_1, X_2, X_3, X_4 seien u.i.v. mit $\mu = E(X_i)$ und $\sigma^2 = Var(X_i)$. Gegeben seien die Schätzer

$$S_1 = \frac{1}{2}X_2, \qquad S_2 = X_1 - X_2 + \frac{1}{2}X_3 + \frac{1}{2}X_4.$$

$\mu - \mu$

Erwartungstreu für μ sind

A34: (A) S_2, nicht S_1. (B) S_1, nicht S_2. (C) S_1 und S_2. (D) weder S_1 noch S_2.

Gegeben seien die Schätzer

$$T_1 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\Big(X_i - \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)\Big)^2, \quad T_2 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\Big(X_i - \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)\Big)^2.$$

Erwartungstreu für σ^2 sind

A35: (A) T_1 und T_2. (B) weder T_1 noch T_2. (C) T_2, nicht T_1. (D) T_1, nicht T_2.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und $\theta = E(X_i^2)$. Gegeben seien die Schätzer

$$T_n = \frac{1}{n+2}\sum_{i=1}^{n} X_i^2, \qquad S_n = (\bar{X}_n)^2.$$

Eine konsistente Folge von Schätzern für θ ist gegeben durch

A36: (A) weder S_n noch T_n. (B) T_n, nicht S_n. (C) S_n, nicht T_n. (D) S_n und T_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $P(X_i = -2) = \theta$, $P(X_i = 1) = 1 - 2\theta$ und $P(X_i = 6) = \theta$, $i = 1, \ldots, n$, wobei $\theta \in [0, 0.5]$ ein unbekannter Parameter ist.
Der Momentenschätzer für θ ist dann

A37: (A) $-0.5 + 0.5\bar{X}_n$. (B) $0.5 + 0.5\bar{X}_n$. (C) $0.5 - 0.5\bar{X}_n$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Aus einer Lieferung von Apfelsinen wurden 140 zufällig ausgewählt und gewogen. Dabei wurden für das Stückgewicht aus der Stichprobe der Mittelwert 320 g und die unkorrigierte Stichprobenstandardabweichung $\tilde{s} = \sqrt{\tilde{s}^2} = 16$ g ermittelt. Die untere Grenze des 0.92-Konfidenzintervalls für das *im Mittel erwartete* Gewicht einer Apfelsine liegt in

A38: (A) $(-\infty, 316.7]$. (B) $(316.7, 317.3]$. (C) $(317.3, 317.9]$. (D) $(317.9, \infty)$.

Aufgabe
Anhand von Unterlagen verschiedener Krankenkassen soll der Anteil π der Pflegebedürftigen der Altersgruppe 65–79 Jahre ermittelt werden, die in Privathaushalten hauptsächlich vom eigenen Lebenspartner versorgt werden.
(a) Der Mindeststichprobenumfang, der notwendig ist, um zu π ein 0.9282-Konfidenzintervall mit Genauigkeit 0.02 zu konstruieren, liegt in

A39: (A) $[0, 750]$. (B) $(750, 1500]$. (C) $(1500, 3000]$. (D) $(3000, \infty)$.

(b) Eine Auswertung einer repräsentativen Umfrage ergab, dass von 1000 Pflegebedürftigen Personen 446 von ihrem Lebenspartner versorgt wurden. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π ist dann in

A40: (A) $[0, 0.41]$. (B) $(0.41, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.49]$. (D) $(0.49, 1]$.

Aufgabe
Für einen Parameter θ sei das Testproblem 1 (TP1): $H_0 : \theta = 0$ vs. $H_1 : \theta \neq 0$.
Die Aussage „Ein 0.04-Niveau-Test für das Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ vs. $H_1 : \theta < 0$ ist auch ein 0.05-Niveau-Test für TP1." ist

A41: (A) weder stets wahr noch stets falsch. (B) stets wahr. (C) stets falsch.

Aufgabe
Eine Maschine stelle Metallstifte her, deren Längen (in mm) als normalverteilt angenommen werden. Die Standardabweichung sei bekannt und betrage 0.9 mm. Eine Stichprobe von 50 Stiften ergab als Mittelwert der Stiftlängen 39.8 mm. Es werde ein Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ durchgeführt, um die Nullhypothese zu prüfen, dass die Stiftlänge im Mittel genau 40 mm beträgt. Der p-Wert des Tests liegt in

A42: (A) $[0.090, 0.100]$. (B) $(0.100, 0.110]$. (C) $(0.110, 0.120]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Nachfolgend finden Sie die unvollständige Ausgabe von *Stata* bei der Durchführung eines Gauß-Tests für Daten $x_1, \ldots, x_n$.

```
One-sample z test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      30    19.82367    .7302967           4    18.39232        ++++
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)
Ho: mean = 20
                                                                  z =   ****
```

Der Zahlenwert an der Stelle ++++ liegt in

A43: (A) $(-\infty, 20.75]$. (B) $(20.75, 21.05]$. (C) $(21.05, 21.35]$. (D) $(21.35, \infty)$.

Der Zahlenwert an der Stelle **** liegt in

A44: (A) $(-\infty, -0.32]$. (B) $(-0.32, -0.27]$. (C) $(-0.27, -0.22]$. (D) $(-0.22, \infty)$.

Aufgabe

Es wird davon ausgegangen, dass der Teergehalt einer zufällig gewählten Zigarette einer speziellen Marke normalverteilt ist. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass der mittlere Teergehalt kleiner als 6.2 mg pro Zigarette ist. Für eine Stichprobe von 16 Zigaretten wurde der Mittelwert $\bar{x} = 5.4$ und die Stichprobenstandardabweichung $s = 1.6$ ermittelt.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A45: (A) $(-\infty, -1.90]$. (B) $(-1.90, -1.70]$. (C) $(-1.70, -1.50]$. (D) $(-1.50, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests ist dann

A46: (A) $t_{15,0.95}$. (B) $-z_{0.95}$. (C) $-t_{16,0.95}$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe

Der Veranstalter eines Glücksspiels behauptet, die Gewinnwahrscheinlichkeit θ betrage mindestens 0.40. Um mit einem statistischen Test zu *zeigen*, dass diese Behauptung zum Niveau $\alpha = 0.05$ falsch ist, wird das Spiel 200 Mal wiederholt. Es wurde dabei 76 Mal gewonnen. Die Nullhypothese des Testproblems lautet H_0 :

A47: (A) $\theta < 0.4$. (B) $\theta \leq 0.4$. (C) $\theta \geq 0.4$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik zum entsprechenden Test liegt in

A48: (A) $[0, 0.62]$. (B) $(0.62, 0.72]$. (C) $(0.72, 0.82]$. (D) $(0.82, \infty)$.

Aufgabe

Es soll die Vermutung untersucht werden, dass Abiturienten mit „Leistungskurs Mathematik“ an der Uni im Fach „Statistik“ bessere Klausurergebnisse erzielen als Abiturienten mit „Grundkurs Mathematik“. Die Auswertung von zufällig ausgewählten Klausuren ergab:

Kurs	Anzahl	Durchfallquote	Mittelwert	Standardabw. $\tilde{S}$!
Grundkurs (Y)	120	0.15	18.8	6
Leistungskurs (X)	120	0.1	20.3	5

Es werden jeweils Tests zum Signifikanzniveau 0.05 durchgeführt. In der Tabelle ist der Mittelwert der erreichten Punktzahlen angegeben. In der Spalte „Standardabw." sind jeweils die unkorrigierten Stichprobenstandardabweichungen $\tilde{s} = \sqrt{\tilde{s}^2}$ der Punktzahlen angegeben.
(a) Es soll *gezeigt* werden, dass die Durchfallquote im Grundkurs höher ist als im Leistungskurs. Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.25]$. (B) $(1.25, 1.45]$. (C) $(1.45, 1.65]$. (D) $(1.65, \infty)$.

Die Nullhypothese wird

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

(b) Es soll *gezeigt* werden, dass die im Mittel erwartete Punktzahl μ_X im Leistungskurs höher ausfällt als diejenige im Grundkurs, μ_Y. Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A51: (A) $(-\infty, 1.80]$. (B) $(1.80, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.20]$. (D) $(2.20, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt in

A52: (A) $(-1.98, -1.92]$. (B) $(1.62, 1.68]$. (C) $(1.92, 1.98]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über einen Zeitraum von 28 Jahren wurden die jährlichen Prognosen für das Wirtschaftswachstum (x_i) des Forschungsinstitutes FI und das tatsächliche Wirtschaftswachstum (y_i) erfasst. Dabei ergaben sich folgende Werte:

$$\bar{x} = 2.3, \quad \bar{y} = 2.0, \quad s_X^2 = 2.90, \quad s_Y^2 = 4.42, \quad s_{XY} = 3.15.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Ein Mitarbeiter von FI möchte anhand der Daten *zeigen*, dass die Prognosen und tatsächlichen Werte positiv korreliert sind.
Der Wert der Teststatistik des entsprechenden Tests liegt in

A53: (A) $(-\infty, 9.0]$. (B) $(9.0, 9.3]$. (C) $(9.3, 9.7]$. (D) $(9.7, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests zum Niveau $\alpha = 0.05$ liegt im Intervall

A54: (A) $(1.635, 1.655]$. (B) $(1.700, 1.720]$. (C) $(2.040, 2.060]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Versandhandelsunternehmen unterstellt das einfache lineare Regressionsmodell

$$G_t = \alpha + \beta w_t + \varepsilon_t, \; t = 1, 2, \ldots$$

für den Zusammenhang zwischen dem Gewinn G_t (in Millionen Euro) und den Werbeausgaben w_t (in 1000 Euro) in der Periode t. Für 100 Perioden liegen folgende Daten vor:

$$\sum_{t=1}^{100} g_t = 500, \quad \sum_{t=1}^{100} g_t^2 = 5\,000,$$
$$\sum_{t=1}^{100} w_t = 5\,000, \quad \sum_{t=1}^{100} w_t^2 = 450\,000, \quad \sum_{t=1}^{100} g_t w_t = 45\,000.$$

Der Schätzwert für β liegt in

A55: (A) $(0.090, 0.110]$. (B) $(0.110, 0.130]$. (C) $(0.130, 0.150]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Das Unternehmen setzt für die nächste Periode 65 000 Euro an Werbeausgaben an. Der Schätzwert des erwarteten Gewinns (in Millionen Euro) in der nächsten Periode ist in

A56: (A) $(5.80, 6.10]$. (B) $(6.10, 6.40]$. (C) $(6.40, 6.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 17 Angestellten ergab folgendes Ergebnis:

Parameter	Schätzwert	Standardfehler
α	7.713	4.726
β	0.382	0.144

Der Wert der Teststatistik zu $H_0 : \beta = 0.25$ liegt in

A57: (A) $(-\infty, 0.68]$. (B) $(0.68, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.88]$. (D) $(0.88, \infty)$.

Die obere Grenze für ein 0.99-Konfidenzintervall für α liegt in

A58: (A) $(-\infty, 17.0]$. (B) $[17.0, 19.0]$. (C) $[19.0, 21.0]$. (D) $(21.0, \infty)$.

Der Prognosewert für die Produktivität liegt für einen Scorewert von 100 in

A59: (A) $(-\infty, 44.0]$. (B) $(44.0, 46.5]$ (C) $(46.5, 49.0]$. (D) $[49.0, \infty)$.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

$\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n$ u.i.v., und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \quad \text{und} \quad \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Dann gilt stets

A60: (A) $Y_1, \ldots, Y_n$ sind u.i.v. (B) $Var(\bar{Y}_n) = Var(\bar{\varepsilon}_n)$. (C) (A) und (B) sind falsch.