

## Lösungen zur Klausur vom 11.06.11

Disclaimer: Schreibfehler sind nicht auszuschließen.

**A1:** C: höchstens 1 'a':  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$ ; 2 'a':  $\binom{5}{2} \cdot 4!/2!$ . Zusammen:= 480.

**A2:** B:  $\binom{20}{5}/\binom{45}{5} = 0.0127$ .

**A3:** D:  $1/45=0.0222$ .

**A4:** B:  $0.4-0.25=0.15$ .

**A5:** C:  $0.6+0.4-0.25=0.75$ .

**A6:** C.

**A7:** C:  $4/9 = 0.44$ .

**A8:** B:  $0.95 \cdot 0.9 \cdot 0.9 + 0.05 \cdot 0.9 \cdot 0.9 + 0.95 \cdot 0.1 \cdot 0.9 + 0.95 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 0.981$ .

**A9:** A:  $B \subset C \implies A \cap B \subset A \cap C$ .

**A10:** C.  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B) \neq P(A)$ .

**A11:** C.

**A12:** A.  $X=3$ , wenn in ersten zwei Würfeln keine ,1' oder ,6' geworfen wird.

$$P(X = 3) = (2/3) \cdot (2/3) = 0.444.$$

**A13:** A.  $f_X(1.5) = 0$ .

**A14:** A.  $P(X = 1) = 0.1$ .

**A15:** C.  $E(X) = 0.6$ ,  $E(X^2) = 3.2$ ,  $Var(X) = 2.84$ .

**A16:** B.  $\int_1^{2.5} (1 - x/4) dx = 0.84375$ .

**A17:** B.  $F_X(2) = \int_1^2 (1 - x/4) dx = 0.625$ .

**A18:** C.  $E(X) = \int_1^3 x \cdot (1 - x/4) dx = 1.833$ .

**A19:** C.  $E(Y) = 3 \cdot 75 + 1 \cdot 34 + 4 \cdot 43 = 431$ .

**A20:** B.  $Var(Y) = 3 \cdot 16 + 1 \cdot 36 + 4 \cdot 25 = 184$ ,  $\sqrt{Var(Y)} = 13.56$ .

**A21:** D:  $EX^2 = 2+1 = 3$ . Unabhängigkeit von X und Y:  $Var(Z) = E(XY)^2 - (E(XY))^2 = (EX^2)(EY^2) - (EX \cdot EY)^2 = 3^2 - 1^4 = 8$ .

**A22:** C:  $X \sim B(10, 0.6)$ ,  $P(X = 8) = 0.1209$ .

**A23:** D:  $X \sim Po(5.5)$ ,  $P(X \geq 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) = 0.9116$ .

**A24:** D:  $Y \sim Po(11)$ .  $P(Y = 11) = 0.1194$ .

**A25:** B:  $P(1 \leq X \leq 4) = \Phi((4-3)/1.5) - \Phi((1-3)/1.5) \approx 0.6568$ .

**A26:** D:  $3 + 1.5 \cdot 1.28 = 4.92$ .

**A27:** B:  $E(X^2) = \text{Var}(X) + (E(X))^2 = 2^2/12 + 2^2 = 4.33$ .

**A28:** B:  $E(Y)E(1/X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \ln 3 = 0.2747$ . Unabhängigkeit und Transformationsregel.

**A29:** D:  $2 \cdot 0.36 + 3 \cdot 0.16 + 4 \cdot 0.23 + 6 \cdot 0.25 = 3.62$ .

**A30:** A:  $P(X = 0, Y = 0) = 0.36 \neq 0.59 \cdot 0.52 = P(Y = 0)P(X = 0)$ . Nicht unabhängig.

**A31:** C. Annahme:  $Z \sim B(2, \pi)$ . Dann ist  $P(Z = 2) = \pi^2 = 0.25$ , also  $\pi = 0.5$ , aber  $P(Z = 0) = 0.36 \neq 0.25 = (1 - \pi)^2$ . Widerspruch!

**A32:** B:  $X|Y = 0 \sim B(1, 0.3898)$ ,  $\text{Var}(X|Y = 0) = 0.3898 \cdot 0.6102 = 0.2378$ .

**A33:** D:  $\int_0^{0.8} \int_0^1 (\frac{4}{5} + \frac{4}{5}xy) dy dx = 0.768$ .

**A34:** B:  $\int_0^1 \int_0^1 xy(\frac{4}{5} + \frac{4}{5}xy) dy dx = 0.2889$ .

**A35:** A:  $X \sim B(180, 1/6)$ ,  $P(X \leq 32) \approx \Phi((32.5 - 180/6)/\sqrt{180/6 \cdot (5/6)}) = 0.6915$ .

**A36:** C:  $E(X_1 Y_1) = 0 + 0 + (-2) \cdot 0.3 \cdot (1 - \theta) + 2 \cdot 0.2 = -0.2 + 0.6 \cdot \theta$ .

**A37:** D:  $P(X_i = -1) = 0.5 - 0.3\theta$ ,  $P(X_i = 1) = 0.5 + 0.3\theta$ ,  $E(X_i) = 0.6 \cdot \theta$ .

**A38:** D:  $\mu = E(X_i) = e^\theta \implies \theta = \ln(\mu) \implies \hat{\Theta} = \ln(\bar{X}_n)$ .

**A39:** A:  $\bar{p} = 90$ ,  $s_p^2 = 122.22$ ,  $KI : \bar{p} \pm z_{0.975} \cdot s_p/\sqrt{100}$ ,  $KI = [87.833, 92.167]$ .

**A40:** C: Entscheidung für  $H_1 : \pi > \pi_0 = 0.08$ , wenn  $t > (x - n\pi_0)/\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)} > z_{0.95}$ , d.h.  $t > n\pi_0 + z_{0.95}\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)} \approx 21.91$ . Dann gilt für  $\pi = 1500/10\,000 = 0.15$ :  $P(X > 21.91) = 1 - P(X \leq 21.91) = 1 - P(X \leq 21) = 1 - \Phi((21.5 - 196 \cdot 0.15)/\sqrt{196 \cdot 0.15 \cdot 0.85}) \approx 0.9429$ .

**A41:** D:  $t = \sqrt{10} \cdot 0.34/0.5 = 2.15$ .

**A42:** C:  $1 - \Phi(2.15) = 0.0158$ .

**A43:** D.  $\lambda = 2$  gehört zur Alternativen.

**A44:** A.  $20/400 = 0.05$ .

**A45:** A. Definition des Signifikanztests.

**A46:** A:  $0.1909^2 = 0.0364$ .

**A47:** D:  $t_{19,0.95} = 1.7291$ .

**A48:** A: 0.1990.

**A49:** A:  $t = (25 - 20)/\sqrt{100 \cdot 0.2 \cdot 0.8} = 5/4 = 1.25$ .

**A50:** A:  $H_0 : \pi = 0.2$ .  $z_{0.975} = 1.96$ . Test entscheidet für  $H_0$ ; Annahme des Verbandes.

**A51:** C.

**A52:** C:  $t = (16 - 17)/\sqrt{16/200 + 25/200} = -2.209$ .

**A53:** B.  $-z_{0.95} = -1.64$ .  $t < \text{Quantil. } H_0 : \mu_X - \mu_Y \geq 0$  verwerfen, Verdacht bestätigt.

**A54:** B:  $s_y^2 = 12.7$ .

**A55:** A:  $s_x^2 = 2.5$ ,  $s_{xy} = 4.5$ ,  $r = 0.7986$ .

**A56:** B:  $\hat{\beta} = -6/4 = -1.5$ .

**A57:** B:  $\hat{\alpha} = 51$ ,  $\hat{y}(17) = 51 - 1.5 \cdot 17 = 25.5$ .

**A58:** C:  $KI : \hat{\beta} \pm t_{99,1-\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}}$ ,  $t_{99,1-\alpha/2} \approx 0.975 = 1.96$ ,  $KI = [-2.321, -1.639]$ .

**A59:** B:  $s_{xy} = -2.8512$ ,  $r = -0.7521$ ,  $R^2 = 0.5657$ .

**A60:** B.  $E(\hat{Y}_i) = \alpha + \beta x_i \neq Y_i$ .