Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2013, 1. Termin, 28. August 2013
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

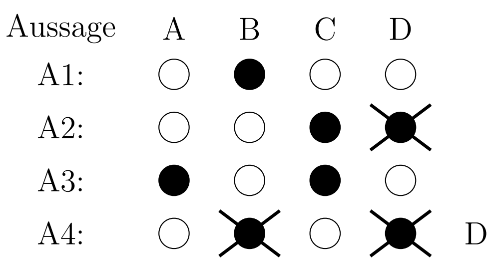
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Ein Skatspiel umfasst 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Es werden 6 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) gezogen. Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen genau zwei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) gezogen wurden, liegt in

A1: (A) $[0, 3\,000]$. (B) $(3\,000, 6\,000]$. (C) $(6\,000, 12\,000]$. (D) $(12\,000, \infty)$.

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 6 weiße und 6 schwarze Kugeln. Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine weiße Kugel zu ziehen, liegt in

A2: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Aufgabe

Eine ideale Münze wird 4 mal geworfen. A sei das Ereignis, dass mindestens zweimal ‚Wappen' (W) und mindestens einmal ‚Zahl' (Z) geworfen wurde. B sei das Ereignis, dass im ersten und vierten Wurf das gleiche Ergebnis geworfen wurde.
(a) Es wurde das Ergebnis (W,Z,W,Z) geworfen. Dann ist

A3: (A) A und B (B) A, aber nicht B (C) B, aber nicht A (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe

A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Dann ist $P(A \cup B) \geq P(A \cap B)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $A \cup \bar{B} = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = 0$. (B) $P(A \cap B) = P(A)$. (C) $P(A \cap B) = P(B)$.

Aufgabe

In drei Urnen, A,B und C, befinden sich jeweils 10 Kugeln. In Urne A sind 3 weiße Kugeln, in Urne B sind 4 weiße Kugeln und in Urne C sind 5 weiße Kugeln. Alle anderen Kugeln sind schwarz.
(a) Nacheinander wird aus den Urnen A,B und C eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass erst eine weiße, dann eine schwarze und dann erneut eine schwarze Kugel gezogen wird, liegt in

A8: (A) $(0.04, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.10]$. (D) $(0.10, 0.12]$.

(b) Es wird eine der drei Urnen zufällig ausgewählt und dann aus den verbleibenden beiden Urnen jeweils eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei weiße Kugeln gezogen werden, liegt in

A9: (A) $(0.15, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.21]$. (D) $(0.21, 0.23]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	0.5	1.5	2
$P(X = x)$	0.1	0.3	0.2	0.4

(a) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 1 liegt in

A10: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A12: (A) $(-\infty, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.90]$. (C) $(0.90, 1.00]$. (D) $(1.00, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x \cdot I_{[0,0.75]}(x) + 0.71875 \cdot I_{[2,3]}(x).$$

(a) $P(X = 0.25)$ liegt in

A13: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.30]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Erwartungswert zu X liegt in

A14: (A) $(1.60, 1.70]$. (B) $(1.70, 1.80]$. (C) $(1.80, 1.90]$. (D) $(1.90, 2.00)$.

(c) Ein 0.85-Quantil zu X ist im Intervall

A15: (A) $(2.45, 2.55]$. (B) $(2.55, 2.65]$. (C) $(2.65, 2.75]$. (D) $(2.75, 2.85]$.

Aufgabe
Der (zufällige monatliche) Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{2}{15}\,(x-5)\,I_{[5,8]}(x) + \frac{1}{5}\,(10-x)\,I_{(8,10]}(x).$$

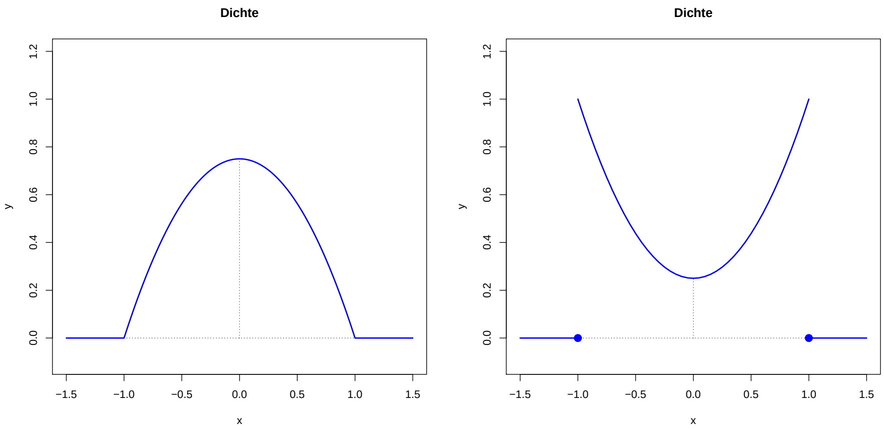
(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 6 000 Euro zu erzielen, liegt im Intervall

A16: (A) $[0, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

(b) Der im Mittel zu erwartende Umsatz (in Tausend Euro) liegt in

A17: (A) $(-\infty, 6.5]$. (B) $(6.5, 6.8]$. (C) $(6.8, 7.1]$. (D) $(7.1, \infty)$.

Aufgabe
Die folgenden Abbildungen stellen die Dichtefunktionen der stetigen Zufallsvariablen X (links) und Y (rechts) dar.



Es gilt

A18: (A) Var(X)<Var(Y). (B) Var(X)=Var(Y). (C) Var(X)>Var(Y).

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 2-mal oder genau 3-mal das Ereignis, eine ‚2' oder eine ‚3' zu werfen, eintritt, liegt in

A19: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.49]$. (C) $(0.49, 0.53]$. (D) $(0.53, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit E(X)=1 und Var(X)=0.8.
Der Wert von $P(X = 4)$ liegt in

A20: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.24]$. (D) $(0.24, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die in einer Stunde ein Geschäft betreten, sei Poisson-verteilt. Im Mittel erwartet der Ladenbesitzer 4 Kunden pro Stunde.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann höchstens ein Kunde den Laden in einer Stunde betritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A22: (A) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (B) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$. (C) $P(X \leq \mu + z_\alpha \sigma) = \alpha$.

Aufgabe
Der monatliche Umsatz eines Unternehmens lasse sich beschreiben mit einer Normalverteilung mit Erwartungswert 10 und Standardabweichung 1.5 (Angaben in Millionen Euro). Gehen Sie davon aus, dass die Umsätze verschiedener Monate unabhängig voneinander sind.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der monatliche Umsatz kleiner als 11.5 Millionen Euro ist, liegt in

A23: (A) $[0, 0.83]$. (B) $(0.83, 0.86]$. (C) $(0.86, 0.89]$. (D) $(0.89, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Jahresumsatz größer als 110 Millionen Euro ausfällt, liegt in

A24: (A) $[0, 0.93]$. (B) $(0.93, 0.96]$. (C) $(0.96, 0.98]$. (D) $(0.98, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim \text{Exp}(2)$ und $Y \sim \text{U}(1{,}4)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X + 3Y)$ in

A25: (A) $(-\infty, 10.0]$. (B) $(10.0, 12.0]$. (C) $(12.0, 14.0]$. (D) $(14.0, \infty)$.

(b) $P(X + Y > 1)$ ist in

A26: (A) $[0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.7]$. (D) $(0.7{,}1]$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	0.5	1
0	0.12	0.15	0.03
1	0.28	0.35	0.07

(a) $P(Y = 0.5)$ liegt in

A27: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A28: (A) $[0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.29]$. (D) $(0.29, 1]$.

(c) Es gilt

A29: (A) $X \sim B(1, 0.7)$. (B) $X \sim B(1, 0.3)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A30: (A) X und Y sind nicht unabhängig. (B) X und Y sind unabhängig.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 60 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 9 und höchstens 12 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A31: (A) $[0, 0.46]$. (B) $(0.46, 0.49]$. (C) $(0.49, 0.52]$. (D) $(0.52, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim \text{Exp}(0.6)$.
(a) Dann liegt $\text{plim}(\bar{X}_n)$ in

A32: (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

(b) Dann liegt $\text{plim}(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2)$ in

A33: (A) $[0, 5.5]$. (B) $(5.5, 5.8]$. (C) $(5.8, 6.1]$. (D) $(6.1, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (3X_2 - X_1)/2\ , \quad S_2 = X_{n-1} \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^{n} X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A34: (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für μ:

A35: (A) S_2 und S_3. (B) S_2, aber nicht S_3. (C) S_3, aber nicht S_2. (D) Weder S_2 noch S_3.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = (\theta + 1)x^\theta\, I_{[0,1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A36: (A) $2/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (B) $1/(1 - \bar{X}_n) - 2$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Eine Stichprobe vom Umfang 20 ergab $\bar{x} = 0.775$. Der Schätzwert für θ liegt in

A37: (A) $[0, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.4]$. (C) $(2.4, 2.6]$. (D) $(2.6, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 100$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 80$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A38: (A) $(-\infty, 103.32]$. (B) $(103.32, 103.42]$. (C) $(103.42, 103.52]$. (D) $(103.52, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 400 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A39: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, \infty)$.

Aufgabe
Für eine $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable X soll anhand des Stichprobenmittelwertes $\bar{X}_n$ aus einer Stichprobe vom Umfang n ein Konfidenzintervall für μ zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha$ bestimmt werden. Wenn die Sicherheitswahrscheinlichkeit vergrößert und alle anderen Größen festgehalten werden, dann wird die Länge des Konfidenzintervalls für μ

A40: (A) kleiner. (B) nicht verändert. (C) größer.

Aufgabe
Bei einer repräsentativen Umfrage der Arbeitsgruppe Wahlen haben 536 von 1340 zufällig ausgewählten Wahlberechtigten angegeben, sie würden für die CDU stimmen. Es bezeichne π den Anteil an der Wähler, die zum Zeitpunkt der Umfrage die CDU wählen würden.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.39]$. (B) $(0.39, 0.41]$. (C) $(0.41, 0.43]$. (D) $(0.43, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.424]$. (B) $(0.424, 0.429]$. (C) $(0.429, 0.434]$. (D) $(0.434, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle wurde im Abschlussbericht vermerkt, dass der Anteil der defekten Teile in der Stichprobe 20% beträgt und sich für das 0.9544-Konfidenzintervall für den Anteil der defekten Teile der gesamten Produktion (gerundet auf drei Nachkommastellen) $[0.160, 0.240]$ ergibt.
Der Stichprobenumfang der Qualitätskontrolle liegt in

A43: (A) $[0, 330]$. (B) $(330, 360]$. (C) $(360, 390]$. (D) $(390, \infty)$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 8 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.92 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A44: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art.
(C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu = 100$ gegen $H_1 : \mu \neq 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 2.07$. Der p-Wert des Tests liegt in

A45: (A) $[0, 0.035]$. (B) $(0.035, 0.040]$. (C) $(0.040, 0.045]$. (D) $(0.045, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 64 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 10 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 15% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A46: (A) $[0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.31]$. (D) $(0.31, 1]$.

Aufgabe
Ein Benzinhersteller möchte mit einem Zusatzstoff die Effizienz seines Kraftstoffs steigern. Dazu bestimmt er für verschiedene Fahrzeuge eines Modells deren pro Liter zurückgelegte Kilometer. Ohne Zusatzstoff konnte ein Fahrzeug im Mittel 12.5 km pro Liter zurücklegen.
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass sich die Effizienz des Kraftstoffes mit dem Zusatzstoff steigern lässt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in km/Liter). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      12    13.11052     .414251    1.435007    12.19876    14.02228
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   1.4738
Ho: mean = 12.5                                  degrees of freedom =       11

   Ha: mean < 12.5             Ha: mean != 12.5               Ha: mean > 12.5
 Pr(T < t) = 0.9157        Pr(|T| > |t|) = 0.1686          Pr(T > t) = 0.0843
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A47: (A) $[0, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $(-\infty, 1.790]$. (B) $(1.790, 1.890]$. (C) $(1.890, 1.990]$. (D) $(1.990, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A49: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Damen heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 20% der Damen benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 55 von 140 befragten Damen angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Damen, die das Produkt nutzen, auf über 30% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test zum Signifikanzniveau 0.02 durch, der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A50: (A) $(-\infty, 1.9)$. (B) $[1.9, 2.2)$. (C) $[2.2, 2.5)$. (D) $[2.5, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.9)$. (B) $[1.9, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.1)$. (D) $[2.1, \infty)$.

Aufgabe
In einer Stadt erscheinen die beiden Zeitungen „Morgenpost" (MP) und "Abendblatt" (AB). Um zum Signifikanzniveau 10% die Vermutung zu prüfen, dass das „Abonnieren von Morgenpost" und das „Abonnieren von Abendblatt" unabhängige Merkmale sind, werden in einer Stadt 100 Haushalte zufällig ausgewählt. Dabei ergab sich folgende Häufigkeitstabelle

Abonieren von MP/AB	Ja	Nein
Ja	14	26
Nein	36	24

Der Wert der Prüfgröße liegt in

A52: (A) [0,5.3]. (B) (5.3,5.7]. (C) (5.7,6.1]. (D) (6.1,∞).

Der kritische Wert für den Test liegt in

A53: (A) (0,2.9]. (B) (2.9,3.2]. (C) (3.2,3.4]. (D) (3.4,∞).

Die Testentscheidung lautet: Die beiden Merkmale sind

A54: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
Aus einer Gruppe von Ehepaaren, bei denen beide Partner berufstätig sind, wird ein Paar zufällig ausgewählt. X bezeichne das Einkommen des Mannes und Y das Einkommen der Frau des ausgewählten Paares (Angaben in Euro). Folgende Werte seien bekannt: E(X)=2600, σ_X=120, E(Y)=1850, σ_Y=100 und ρ_{XY}=0.5. S sei die Summe der Einkommen des Ehepaares. Die Kovarianz zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $(-\infty, 5500]$. (B) $(5500, 6500]$. (C) $(6500, 7500]$. (D) $(7500, \infty)$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 4500 ist, liegt in

A56: (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.41]$. (D) $(0.41, 1]$.

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 16 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	8.7	3.7	0.034
β	0.45	0.18	0.025

(a) Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \alpha = 0$ liegt in

A57: (A) [0,0.02]. (B) (0.02,0.03]. (C) (0.03,0.04]. (D) (0.04,1].

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls zu β liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.75)$. (B) $[0.75, 0.78)$. (C) $[0.78, 0.81)$. (D) $[0.81, \infty)$.

(c) Für einen Begabungsscorewert von 20 kann man als Produktivitätswert im Mittel einen Wert aus dem Intervall

A59: (A) $(-\infty, 18.0]$ (B) (18.0,18.5] (C) (18.5,19.0] (D) $(19.0, \infty)$

prognostizieren.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $\bar{Y}_n = \alpha + \beta\bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2013, 1. Termin, 28. August 2013
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Ein Skatspiel umfasst 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Es werden 8 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) gezogen. Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen genau drei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) gezogen wurden, liegt in

A1: (A) $[0, 30\,000]$. (B) $(30\,000, 60\,000]$. (C) $(60\,000, 90\,000]$. (D) $(90\,000, \infty)$.

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 7 weiße und 7 schwarze Kugeln. Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine weiße Kugel zu ziehen, liegt in

A2: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe

Eine ideale Münze wird 4 mal geworfen. A sei das Ereignis, dass mindestens zweimal ‚Zahl' (Z) und mindestens einmal ‚Wappen' (Z) geworfen wurde. B sei das Ereignis, dass im zweiten und vierten Wurf das gleiche Ergebnis geworfen wurde.

(a) Es wurde das Ergebnis (W,W,W,Z) geworfen. Dann ist

A3: (A) A und B (B) A, aber nicht B (C) B, aber nicht A (D) weder A noch B

eingetreten.

(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe

A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.

(a) Dann ist $P(A \cup B) < P(A \cap B)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $\bar{A} \cup \bar{B} = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = 0$. (B) $P(A \cap B) = P(A)$. (C) $P(A \cap B) = P(B)$.

Aufgabe

In drei Urnen, A,B und C, befinden sich jeweils 10 Kugeln. In Urne A sind 2 weiße Kugeln, in Urne B sind 5 weiße Kugeln und in Urne C sind 6 weiße Kugeln. Alle anderen Kugeln sind schwarz.

(a) Nacheinander wird aus den Urnen A,B und C eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass erst eine weiße, dann eine schwarze und dann erneut eine schwarze Kugel gezogen wird, liegt in

A8: (A) $(0.02, 0.04]$. (B) $(0.04, 0.06]$. (C) $(0.06, 0.08]$. (D) $(0.08, 0.10]$.

(b) Es wird eine der drei Urnen zufällig ausgewählt und dann aus den verbleibenden beiden Urnen jeweils eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei weiße Kugeln gezogen werden, liegt in

A9: (A) $(0.14, 0.16]$. (B) $(0.16, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.20]$. (D) $(0.20, 0.22]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	0.5	2	2.5
$P(X = x)$	0.3	0.4	0.1	0.2

(a) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 1 liegt in

A10: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.7]$. (D) $(0.7, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A12: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.6]$. (D) $(1.6, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x \cdot I_{[0,0.5]}(x) + 0.875 \cdot I_{[2,3]}(x).$$

(a) $P(X = 0.25)$ liegt in

A13: (A) $(0.10, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Erwartungswert zu X liegt in

A14: (A) $(2.20, 2.30]$. (B) $(2.30, 2.40]$. (C) $(2.40, 2.50]$. (D) $(2.50, 2.60)$.

(c) Ein 0.85-Quantil zu X ist im Intervall

A15: (A) $(2.6, 2.7]$. (B) $(2.7, 2.8]$. (C) $(2.8, 2.9]$. (D) $(2.9, 3.0]$.

Aufgabe
Der (zufällige monatliche) Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{5}(x - 5)\, I_{[5,7]}(x) + \frac{2}{15}(10 - x)\, I_{(7,10]}(x).$$

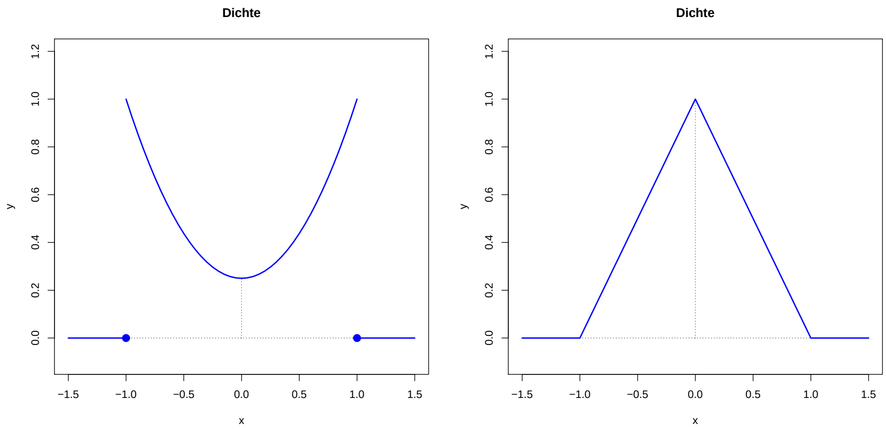
(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 6 500 Euro zu erzielen, liegt im Intervall

A16: (A) $[0, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

(b) Der im Mittel zu erwartende Umsatz (in Tausend Euro) liegt in

A17: (A) $(-\infty, 6.9]$. (B) $(6.9, 7.2]$. (C) $(7.2, 7.5]$. (D) $(7.5, \infty)$.

Aufgabe
Die folgenden Abbildungen stellen die Dichtefunktionen der stetigen Zufallsvariablen X (links) und Y (rechts) dar.



Es gilt

A18: (A) Var(X)<Var(Y). (B) Var(X)=Var(Y). (C) Var(X)>Var(Y).

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 3-mal oder genau 4-mal das Ereignis, eine ‚3' oder eine ‚4' zu werfen, eintritt, liegt in

A19: (A) $[0, 0.32]$. (B) $(0.32, 0.36]$. (C) $(0.36, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit E(X)=2 und Var(X)=1.5.
Der Wert von $P(X = 2)$ liegt in

A20: (A) $[0, 0.32]$. (B) $(0.32, 0.36]$. (C) $(0.36, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die in einer Stunde ein Geschäft betreten, sei Poisson-verteilt. Im Mittel erwartet der Ladenbesitzer 5 Kunden pro Stunde.
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Kunden den Laden in einer Stunde betreten, liegt in

A21: (A) $[0, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.90]$. (C) $(0.90, 0.95]$. (D) $(0.95, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A22: (A) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (B) $P(X \leq \mu + z_\alpha \sigma) = \alpha$. (C) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Der monatliche Umsatz eines Unternehmens lasse sich beschreiben mit einer Normalverteilung mit Erwartungswert 12 und Standardabweichung 2 (Angaben in Millionen Euro). Gehen Sie davon aus, dass die Umsätze verschiedener Monate unabhängig voneinander sind.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der monatliche Umsatz kleiner als 12.5 Millionen Euro ist, liegt in

A23: (A) $[0, 0.54]$. (B) $(0.54, 0.58]$. (C) $(0.58, 0.62]$. (D) $(0.62, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Jahresumsatz größer als 135 Millionen Euro ausfällt, liegt in

A24: (A) $[0, 0.86]$. (B) $(0.86, 0.89]$. (C) $(0.89, 0.92]$. (D) $(0.92, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim$ Exp(1) und $Y \sim$ U(2,4) unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X + 3Y)$ in

A25: (A) $(-\infty, 11.0]$. (B) $(11.0, 13.0]$. (C) $(13.0, 15.0]$. (D) $(15.0, \infty)$.

(b) $P(X + Y \leq 2)$ ist in

A26: (A) $[0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.7]$. (D) (0.7,1].

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	0.5	1
0	0.22	0.15	0.03
1	0.18	0.15	0.27

(a) $P(Y = 0)$ liegt in

A27: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A28: (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.41]$. (D) $(0.41, 1]$.

(c) Es gilt

A29: (A) $X \sim B(1, 0.7)$. (B) $X \sim B(1, 0.4)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A30: (A) X und Y sind nicht unabhängig. (B) X und Y sind unabhängig.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 90 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 12 und höchstens 18 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A31: (A) $[0, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.69]$. (D) $(0.69, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim$ Exp(1.5).
(a) Dann liegt $\text{plim}(\bar{X}_n)$ in

A32: (A) $(-\infty, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.6]$. (C) $(0.6, 0.7]$. (D) $(0.7, \infty)$.

(b) Dann liegt $\text{plim}(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2)$ in

A33: (A) $[0, 0.9]$. (B) $(0.9, 1.1]$. (C) $(1.1, 1.3]$. (D) $(1.3, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (2X_n - X_1)\ , \quad S_2 = X_2 \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^{n} X_i)/n.$$

(a) Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A34: (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für μ:

A35: (A) S_1 und S_3. (B) S_1, aber nicht S_3. (C) S_3, aber nicht S_1. (D) Weder S_1 noch S_3.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = (\theta + 1)x^\theta\, I_{[0,1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A36: (A) $0.5/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (B) $1/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Eine Stichprobe vom Umfang 20 ergab $\bar{x} = 0.875$. Der Schätzwert für θ liegt in

A37: (A) $[0, 5.5]$. (B) $(5.5, 6.5]$. (C) $(6.5, 7.5]$. (D) $(7.5, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 15 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 100$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für μ liegt in

A38: (A) $(-\infty, 105.35]$. (B) $(105.35, 105.65]$. (C) $(105.65, 105.95]$. (D) $(105.95, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 100 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A39: (A) $[0, 0.11]$. (B) $(0.11, 0.13]$. (C) $(0.13, 0.15]$. (D) $(0.15, \infty)$.

Aufgabe
Für eine $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable X soll anhand des Stichprobenmittelwertes $\bar{X}_n$ aus einer Stichprobe vom Umfang n ein Konfidenzintervall für μ zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha$ bestimmt werden. Wenn die Sicherheitswahrscheinlichkeit vergrößert und alle anderen Größen festgehalten werden, dann wird die Länge des Konfidenzintervalls für μ

A40: (A) größer. (B) nicht verändert. (C) kleiner.

Aufgabe
Bei einer repräsentativen Umfrage der Arbeitsgruppe Wahlen haben 362 von 1340 zufällig ausgewählten Wahlberechtigten angegeben, sie würden für die SPD stimmen. Es bezeichne π den Anteil an der Wähler, die zum Zeitpunkt der Umfrage die SPD wählen würden.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.26]$. (B) $(0.26, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.28]$. (B) $(0.28, 0.29]$. (C) $(0.29, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle wurde im Abschlussbericht vermerkt, dass der Anteil der defekten Teile in der Stichprobe 20% beträgt und sich für das 0.9544-Konfidenzintervall für den Anteil der defekten Teile der gesamten Produktion (gerundet auf drei Nachkommastellen) $[0.154, 0.246]$ ergibt.
Der Stichprobenumfang der Qualitätskontrolle liegt in

A43: (A) $[0, 230]$. (B) $(230, 260]$. (C) $(260, 290]$. (D) $(290, \infty)$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = -1.0$ haben ergeben, dass in 8 von 100 Fällen die Nullhypothese angenommen wurde. Dann ist 0.08 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A44: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art.
(C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu \geq 100$ gegen $H_1 : \mu < 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = -1.65$. Der p-Wert des Tests liegt in

A45: (A) $[0, 0.048]$. (B) $(0.048, 0.053]$. (C) $(0.053, 0.058]$. (D) $(0.058, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 81 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 7 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 15% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A46: (A) $[0, 0.63]$. (B) $(0.63, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.71]$. (D) $(0.71, 1]$.

Aufgabe
Ein Benzinhersteller möchte mit einem Zusatzstoff die Effizienz seines Kraftstoffs steigern. Dazu bestimmt er für verschiedene Fahrzeuge eines Modells deren pro Liter zurückgelegte Kilometer. Ohne Zusatzstoff konnte ein Fahrzeug im Mittel 13.5 km pro Liter zurücklegen.
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ *gezeigt* werden, dass sich die Effizienz des Kraftstoffes mit dem Zusatzstoff steigern lässt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in km/Liter). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      16    14.47831    .3088314    1.235326    13.82005    15.13657
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   3.1678
Ho: mean = 13.5                                  degrees of freedom =       15

   Ha: mean < 13.5             Ha: mean != 13.5               Ha: mean > 13.5
 Pr(T < t) = 0.9968        Pr(|T| > |t|) = 0.0064          Pr(T > t) = 0.0032
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A47: (A) $[0, 1.1]$. (B) $(1.1, 1.3]$. (C) $(1.3, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $(-\infty, 2.590]$. (B) $(2.590, 2.690]$. (C) $(2.690, 2.790]$. (D) $(2.790, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A49: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Damen heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 10% der Damen benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 35 von 140 befragten Damen angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Damen, die das Produkt nutzen, auf über 20% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test zum Signifikanzniveau 0.04 durch, der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A50: (A) [0,1.2]. (B) (1.2,1.3]. (C) (1.3,1.4]. (D) $(1.4,\infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.6)$. (B) $[1.6, 1.7)$. (C) $[1.7, 1.8)$. (D) $[1.8, \infty)$.

Aufgabe
In einer Stadt erscheinen die beiden Zeitungen „Morgenpost" (MP) und "Abendblatt" (AB). Um zum Signifikanzniveau 5% die Vermutung zu prüfen, dass das „Abonnieren von Morgenpost" und das „Abonnieren von Abendblatt" unabhängige Merkmale sind, werden in einer Stadt 100 Haushalte zufällig ausgewählt. Dabei ergab sich folgende Häufigkeitstabelle

Abonieren von MP/AB	Ja	Nein
Ja	24	21
Nein	36	19

Der Wert der Prüfgröße liegt in

A52: (A) [0,1.46]. (B) (1.46,1.56]. (C) (1.56,1.66]. (D) (1.66,∞).

Der kritische Wert für den Test liegt in

A53: (A) (0,3.0]. (B) (3.0,3.4]. (C) (3.4,3.8]. (D) (3.8,∞).

Die Testentscheidung lautet: Die beiden Merkmale sind

A54: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
Aus einer Gruppe von Ehepaaren, bei denen beide Partner berufstätig sind, wird ein Paar zufällig ausgewählt. X bezeichne das Einkommen des Mannes und Y das Einkommen der Frau des ausgewählten Paares (Angaben in Euro). Folgende Werte seien bekannt: E(X)=2800, σ_X=120, E(Y)=2400, σ_Y=100 und ρ_{XY}=0.4. S sei die Summe der Einkommen des Ehepaares. Die Kovarianz zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $(-\infty, 3900]$. (B) $(3900, 4400]$. (C) $(4400, 4900]$. (D) $(4900, \infty)$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 5500 ist, liegt in

A56: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 24 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	7.4	3.7	0.058
β	0.25	0.18	0.179

(a) Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \alpha = 0$ liegt in

A57: (A) [0,0.035]. (B) (0.035,0.045]. (C) (0.045,0.055]. (D) (0.055,1].

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls zu β liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.61)$. (B) $[0.61, 0.64)$. (C) $[0.64, 0.67)$. (D) $[0.67, \infty)$.

(c) Für einen Begabungsscorewert von 20 kann man als Produktivitätswert im Mittel einen Wert aus dem Intervall

A59: (A) $(-\infty, 11.7]$ (B) (11.7,12.2] (C) (12.2,12.7] (D) $(12.7, \infty)$

prognostizieren.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $E(\bar{Y}_n) = \alpha + \beta \bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2013, 1. Termin, 28. August 2013
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

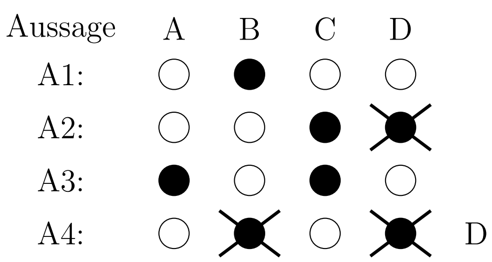
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Ein Skatspiel umfasst 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Es werden 7 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) gezogen. Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen genau zwei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) gezogen wurden, liegt in

A1: (A) $[0, 50\,000]$. (B) $(50\,000, 80\,000]$. (C) $(80\,000, 150\,000]$. (D) $(150\,000, \infty)$.

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 8 weiße und 8 schwarze Kugeln. Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine weiße Kugel zu ziehen, liegt in

A2: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe

Eine ideale Münze wird 4 mal geworfen. A sei das Ereignis, dass mindestens zweimal ‚Wappen’ (W) und mindestens einmal ‚Zahl’ (Z) geworfen wurde. B sei das Ereignis, dass im ersten und vierten Wurf das gleiche Ergebnis geworfen wurde.
(a) Es wurde das Ergebnis (W,Z,W,W) geworfen. Dann ist

A3: (A) A und B (B) A, aber nicht B (C) B, aber nicht A (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe

A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Dann ist $P(A \cup B) < P(A \cap B)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $A \cup \bar{B} = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = P(B)$. (B) $P(A \cap B) = 0$. (C) $P(A \cap B) = P(A)$.

Aufgabe

In drei Urnen, A,B und C, befinden sich jeweils 10 Kugeln. In Urne A sind 5 weiße Kugeln, in Urne B sind 4 weiße Kugeln und in Urne C sind 3 weiße Kugeln. Alle anderen Kugeln sind schwarz.
(a) Nacheinander wird aus den Urnen A,B und C eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass erst eine weiße, dann eine schwarze und dann erneut eine schwarze Kugel gezogen wird, liegt in

A8: (A) $(0.16, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.22]$. (D) $(0.22, 0.24]$.

(b) Es wird eine der drei Urnen zufällig ausgewählt und dann aus den verbleibenden beiden Urnen jeweils eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei weiße Kugeln gezogen werden, liegt in

A9: (A) $(0.15, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.21]$. (D) $(0.21, 0.23]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	0.5	1	2
$P(X = x)$	0.4	0.3	0.2	0.1

(a) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 1 liegt in

A10: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 0.2]$. (B) $(0.2, 0.4]$. (C) $(0.4, 0.6]$. (D) $(0.6, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A12: (A) $(-\infty, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.30]$. (D) $(1.30, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x \cdot I_{[0,1.25]}(x) + 0.21875 \cdot I_{[2,3]}(x).$$

(a) $P(X = 0.25)$ liegt in

A13: (A) $(0.10, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Erwartungswert zu X liegt in

A14: (A) $(0.85, 0.95]$. (B) $(0.95, 1.05]$. (C) $(1.05, 1.15]$. (D) $(1.15, 1.25)$.

(c) Ein 0.85-Quantil zu X ist im Intervall

A15: (A) $(2.25, 2.35]$. (B) $(2.35, 2.45]$. (C) $(2.45, 2.55]$. (D) $(2.55, 2.65]$.

Aufgabe
Der (zufällige monatliche) Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{10}(x-5)\, I_{[5,9]}(x) + \frac{2}{5}(10-x)\, I_{(9,10]}(x).$$

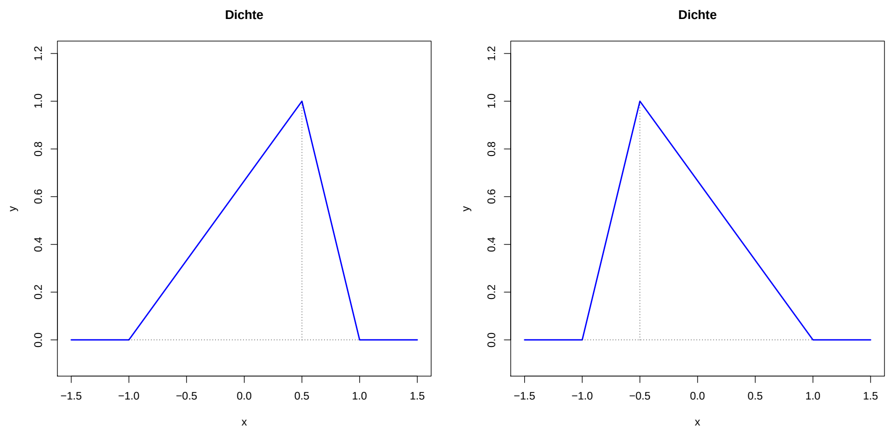
(a) Die Wahrscheinlichkeit, kleinere Umsätze als 7 000 Euro zu erzielen, liegt im Intervall

A16: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) Der im Mittel zu erwartende Umsatz (in Tausend Euro) liegt in

A17: (A) $(-\infty, 7.2]$. (B) $(7.2, 7.5]$. (C) $(7.5, 7.8]$. (D) $(7.8, \infty)$.

Aufgabe
Die folgenden Abbildungen stellen die Dichtefunktionen der stetigen Zufallsvariablen X (links) und Y (rechts) dar.



Es gilt

A18: (A) Var(X)<Var(Y). (B) Var(X)=Var(Y). (C) Var(X)>Var(Y).

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 4-mal oder genau 5-mal das Ereignis, eine ‚4' oder eine ‚5' zu werfen, eintritt, liegt in

A19: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit E(X)=1 und Var(X)=0.8.
Der Wert von $P(X = 3)$ liegt in

A20: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.05]$. (C) $(0.05, 0.07]$. (D) $(0.07, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die in einer Stunde ein Geschäft betreten, sei Poisson-verteilt. Im Mittel erwartet der Ladenbesitzer 3 Kunden pro Stunde.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann höchstens ein Kunde den Laden in einer Stunde betritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A22: (A) $P(X \leq \mu + z_\alpha\sigma) = \alpha$. (B) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (C) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Der monatliche Umsatz eines Unternehmens lasse sich beschreiben mit einer Normalverteilung mit Erwartungswert 10 und Standardabweichung 2 (Angaben in Millionen Euro). Gehen Sie davon aus, dass die Umsätze verschiedener Monate unabhängig voneinander sind.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der monatliche Umsatz kleiner als 12 Millionen Euro ist, liegt in

A23: (A) $[0, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.83]$. (C) $(0.83, 0.86]$. (D) $(0.86, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Jahresumsatz größer als 125 Millionen Euro ausfällt, liegt in

A24: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.31]$. (D) $(0.31, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim \text{Exp}(0.5)$ und $Y \sim \text{U}(2,5)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X + 3Y)$ in

A25: (A) $(-\infty, 15.0]$. (B) $(15.0, 16.0]$. (C) $(16.0, 17.0]$. (D) $(17.0, \infty)$.

(b) $P(X + Y > 2)$ ist in

A26: (A) $[0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.7]$. (D) $(0.7,1]$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	0.5	1
0	0.12	0.15	0.13
1	0.28	0.25	0.07

(a) $P(Y = 0.5)$ liegt in

A27: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A28: (A) $[0, 0.21]$. (B) $(0.21, 0.24]$. (C) $(0.24, 0.27]$. (D) $(0.27, 1]$.

(c) Es gilt

A29: (A) $X \sim B(1, 0.6)$. (B) $X \sim B(1, 0.4)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A30: (A) X und Y sind unabhängig. (B) X und Y sind nicht unabhängig.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 72 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 9 und höchstens 12 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A31: (A) $[0, 0.42]$. (B) $(0.42, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.48]$. (D) $(0.48, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim \text{Exp}(0.8)$.
(a) Dann liegt $\text{plim}(\bar{X}_n)$ in

A32: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

(b) Dann liegt $\text{plim}(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2)$ in

A33: (A) $[0, 2.4]$. (B) $(2.4, 2.7]$. (C) $(2.7, 3.0]$. (D) $(3.0, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (2X_2 - X_1)/2\ , \quad S_2 = n \cdot X_n/(n+1) \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^{n} X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A34: (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für μ:

A35: (A) S_2 und S_3. (B) S_3, aber nicht S_2. (C) S_2, aber nicht S_3. (D) Weder S_2 noch S_3.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = (\theta + 1)x^\theta\, I_{[0,1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A36: (A) $2/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (B) $1/(1 - \bar{X}_n) - 2$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Eine Stichprobe vom Umfang 20 ergab $\bar{x} = 0.675$. Der Schätzwert für θ liegt in

A37: (A) $[0, 1.0]$. (B) $(1.0, 1.1]$. (C) $(1.1, 1.2]$. (D) $(1.2, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 150$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 80$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A38: (A) $(-\infty, 153.15]$. (B) $(153.15, 153.25]$. (C) $(153.25, 153.35]$. (D) $(153.35, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 200 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A39: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.12]$. (C) $(0.12, 0.14]$. (D) $(0.14, \infty)$.

Aufgabe
Für eine $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable X soll anhand des Stichprobenmittelwertes $\bar{X}_n$ aus einer Stichprobe vom Umfang n ein Konfidenzintervall für μ zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha$ bestimmt werden. Wenn die Sicherheitswahrscheinlichkeit vergrößert und alle anderen Größen festgehalten werden, dann wird die Länge des Konfidenzintervalls für μ

A40: (A) größer. (B) nicht verändert. (C) kleiner.

Aufgabe
Bei einer repräsentativen Umfrage der Arbeitsgruppe Wahlen haben 188 von 1340 zufällig ausgewählten Wahlberechtigten angegeben, sie würden für die Grünen stimmen. Es bezeichne π den Anteil an der Wähler, die zum Zeitpunkt der Umfrage die Grünen wählen würden.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.09]$. (B) $(0.09, 0.11]$. (C) $(0.11, 0.13]$. (D) $(0.13, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.155]$. (B) $(0.155, 0.160]$. (C) $(0.160, 0.165]$. (D) $(0.165, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle wurde im Abschlussbericht vermerkt, dass der Anteil der defekten Teile in der Stichprobe 20% beträgt und sich für das 0.9544-Konfidenzintervall für den Anteil der defekten Teile der gesamten Produktion (gerundet auf drei Nachkommastellen) $[0.149, 0.251]$ ergibt.
Der Stichprobenumfang der Qualitätskontrolle liegt in

A43: (A) $[0, 230]$. (B) $(230, 260]$. (C) $(260, 290]$. (D) $(290, \infty)$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 8 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.08 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A44: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art.
(C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu \leq 100$ gegen $H_1 : \mu > 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 1.87$. Der p-Wert des Tests liegt in

A45: (A) $[0, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.030]$. (C) $(0.030, 0.035]$. (D) $(0.035, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 100 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 10 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 15% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A46: (A) $[0, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Aufgabe
Ein Benzinhersteller möchte mit einem Zusatzstoff die Effizienz seines Kraftstoffs steigern. Dazu bestimmt er für verschiedene Fahrzeuge eines Modells deren pro Liter zurückgelegte Kilometer. Ohne Zusatzstoff konnte ein Fahrzeug im Mittel 12.5 km pro Liter zurücklegen.
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass sich die Effizienz des Kraftstoffes mit dem Zusatzstoff steigern lässt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in km/Liter). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      12    13.11052     .414251    1.435007    12.19876    14.02228
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   1.4738
Ho: mean = 12.5                                  degrees of freedom =       11

   Ha: mean < 12.5             Ha: mean != 12.5              Ha: mean > 12.5
 Pr(T < t) = 0.9157        Pr(|T| > |t|) = 0.1686          Pr(T > t) = 0.0843
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A47: (A) $[0, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.7]$. (C) $(1.7, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $(-\infty, 1.690]$. (B) $(1.690, 1.790]$. (C) $(1.790, 1.890]$. (D) $(1.890, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A49: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Damen heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 20% der Damen benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 65 von 180 befragten Damen angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Damen, die das Produkt nutzen, auf über 30% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test zum Signifikanzniveau 0.02 durch, der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A50: (A) $(-\infty, 1.7)$. (B) $[1.7, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.3)$. (D) $[2.3, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.9)$. (B) $[1.9, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.1)$. (D) $[2.1, \infty)$.

Aufgabe
In einer Stadt erscheinen die beiden Zeitungen „Morgenpost“ (MP) und “Abendblatt“ (AB). Um zum Signifikanzniveau 2.5% die Vermutung zu prüfen, dass das „Abonnieren von Morgenpost“ und das „Abonnieren von Abendblatt“ unabhängige Merkmale sind, werden in einer Stadt 100 Haushalte zufällig ausgewählt. Dabei ergab sich folgende Häufigkeitstabelle

Abonieren von MP/AB	Ja	Nein
Ja	14	26
Nein	31	29

Der Wert der Prüfgröße liegt in

A52: (A) [0,2.2]. (B) (2.2,2.5]. (C) (2.5,2.8]. (D) (2.8,∞).

Der kritische Wert für den Test liegt in

A53: (A) (0,4.2]. (B) (4.2,4.5]. (C) (4.5,4.8]. (D) (4.8,∞).

Die Testentscheidung lautet: Die beiden Merkmale sind

A54: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
Aus einer Gruppe von Ehepaaren, bei denen beide Partner berufstätig sind, wird ein Paar zufällig ausgewählt. X bezeichne das Einkommen des Mannes und Y das Einkommen der Frau des ausgewählten Paares (Angaben in Euro). Folgende Werte seien bekannt: E(X)=2600, σ_X=120, E(Y)=2150, σ_Y=80 und ρ_{XY}=0.5. S sei die Summe der Einkommen des Ehepaares. Die Kovarianz zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $(-\infty, 4000]$. (B) $(4000, 4500]$. (C) $(4500, 5000]$. (D) $(5000, \infty)$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 4500 ist, liegt in

A56: (A) $[0, 0.91]$. (B) $(0.91, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.97]$. (D) $(0.97, 1]$.

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 18 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	8.2	3.7	0.042
β	0.42	0.18	0.033

(a) Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \alpha = 0$ liegt in

A57: (A) [0,0.02]. (B) (0.02,0.03]. (C) (0.03,0.04]. (D) (0.04,1].

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls zu β liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.78)$. (B) $[0.78, 0.81)$. (C) $[0.81, 0.84)$. (D) $[0.84, \infty)$.

(c) Für einen Begabungsscorewert von 20 kann man als Produktivitätswert im Mittel einen Wert aus dem Intervall

A59: (A) $(-\infty, 15.0]$ (B) (15.0,15.5] (C) (15.5,16.0] (D) $(16.0, \infty)$

prognostizieren.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $\bar{Y}_n = \alpha + \beta \bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2013, 1. Termin, 28. August 2013
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

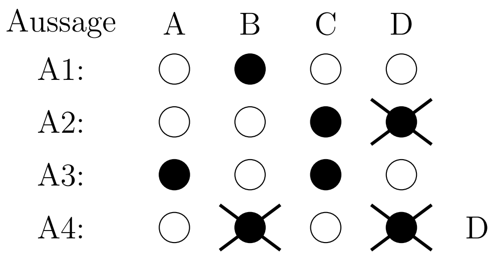
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Skatspiel umfasst 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Es werden 7 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) gezogen. Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen genau drei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) gezogen wurden, liegt in

A1: (A) $[0, 2\,500]$. (B) $(2\,500, 5\,000]$. (C) $(5\,000, 10\,000]$. (D) $(10\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 8 weiße und 6 schwarze Kugeln. Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine weiße Kugel zu ziehen, liegt in

A2: (A) $[0, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.19]$. (D) $(0.19, 1]$.

Aufgabe
Eine ideale Münze wird 4 mal geworfen. A sei das Ereignis, dass mindestens zweimal ‚Zahl' (Z) und mindestens einmal ‚Wappen' (Z) geworfen wurde. B sei das Ereignis, dass im zweiten und vierten Wurf das gleiche Ergebnis geworfen wurde.
(a) Es wurde das Ergebnis (W,W,Z,W) geworfen. Dann ist

A3: (A) A und B (B) A, aber nicht B (C) B, aber nicht A (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Dann ist $P(A \cup B) = P(A \cap B)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $\bar{A} \cup B = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = P(B)$. (B) $P(A \cap B) = 0$. (C) $P(A \cap B) = P(A)$.

Aufgabe
In drei Urnen, A,B und C, befinden sich jeweils 10 Kugeln. In Urne A sind 6 weiße Kugeln, in Urne B sind 5 weiße Kugeln und in Urne C sind 2 weiße Kugeln. Alle anderen Kugeln sind schwarz.
(a) Nacheinander wird aus den Urnen A,B und C eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass erst eine weiße, dann eine schwarze und dann erneut eine schwarze Kugel gezogen wird, liegt in

A8: (A) $(0.17, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.21]$. (C) $(0.21, 0.23]$. (D) $(0.23, 0.25]$.

(b) Es wird eine der drei Urnen zufällig ausgewählt und dann aus den verbleibenden beiden Urnen jeweils eine Kugel gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei weiße Kugeln gezogen werden, liegt in

A9: (A) $(0.14, 0.16]$. (B) $(0.16, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.20]$. (D) $(0.20, 0.22]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1.5	1	2.5	3
$P(X = x)$	0.3	0.1	0.4	0.2

(a) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 0 liegt in

A10: (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A12: (A) $(-\infty, 2.8]$. (B) $(2.8, 3.1]$. (C) $(3.1, 3.4]$. (D) $(3.4, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x \cdot I_{[0,0.8]}(x) + 0.68 \cdot I_{[2,3]}(x).$$

(a) $P(X = 0.25)$ liegt in

A13: (A) $(0.10, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Erwartungswert zu X liegt in

A14: (A) $(1.70, 1.80]$. (B) $(1.80, 1.90]$. (C) $(1.90, 2.00]$. (D) $(2.00, 2.10)$.

(c) Ein 0.85-Quantil zu X ist im Intervall

A15: (A) $(2.62, 2.72]$. (B) $(2.72, 2.82]$. (C) $(2.82, 2.92]$. (D) $(2.92, 3.02]$.

Aufgabe
Der (zufällige monatliche) Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{2}{5}(x-5)\, I_{[5,6]}(x) + \frac{1}{10}(10-x)\, I_{(6,10]}(x).$$

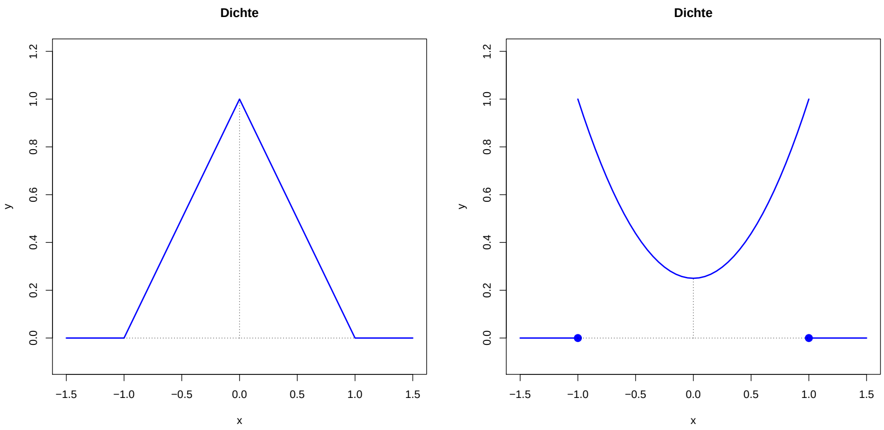
(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 6 500 Euro zu erzielen, liegt im Intervall

A16: (A) $[0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

(b) Der im Mittel zu erwartende Umsatz (in Tausend Euro) liegt in

A17: (A) $(-\infty, 7.2]$. (B) $(7.2, 7.5]$. (C) $(7.5, 7.8]$. (D) $(7.8, \infty)$.

Aufgabe
Die folgenden Abbildungen stellen die Dichtefunktionen der stetigen Zufallsvariablen X (links) und Y (rechts) dar.



Es gilt

A18: (A) Var(X)<Var(Y). (B) Var(X)=Var(Y). (C) Var(X)>Var(Y).

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 5-mal oder genau 6-mal das Ereignis, eine ,5' oder eine ,6' zu werfen, eintritt, liegt in

A19: (A) $[0, 0.010]$. (B) $(0.010, 0.015]$. (C) $(0.015, 0.020]$. (D) $(0.020, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit E(X)=2 und Var(X)=1.5.
Der Wert von $P(X = 3)$ liegt in

A20: (A) $[0, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.23]$. (D) $(0.23, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die in einer Stunde ein Geschäft betreten, sei Poisson-verteilt. Im Mittel erwartet der Ladenbesitzer 6 Kunden pro Stunde.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens zwei Kunde den Laden in einer Stunde betreten, liegt in

A21: (A) $[0, 0.90]$. (B) $(0.90, 0.93]$. (C) $(0.93, 0.96]$. (D) $(0.96, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A22: (A) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (B) $P(X \leq \mu + z_\alpha \sigma) = \alpha$. (C) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Der monatliche Umsatz eines Unternehmens lasse sich beschreiben mit einer Normalverteilung mit Erwartungswert 12 und Standardabweichung 1.5 (Angaben in Millionen Euro). Gehen Sie davon aus, dass die Umsätze verschiedener Monate unabhängig voneinander sind.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der monatliche Umsatz kleiner als 11.5 Millionen Euro ist, liegt in

A23: (A) $[0, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Jahresumsatz größer als 140 Millionen Euro ausfällt, liegt in

A24: (A) $[0, 0.73]$. (B) $(0.73, 0.76]$. (C) $(0.76, 0.79]$. (D) $(0.79, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim \text{Exp}(1.5)$ und $Y \sim \text{U}(3{,}5)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X + 3Y)$ in

A25: (A) $(-\infty, 14.0]$. (B) $(14.0, 15.0]$. (C) $(15.0, 17.0]$. (D) $(17.0, \infty)$.

(b) $P(X + Y < 3)$ ist in

A26: (A) $[0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.5]$. (C) $(0.5, 0.7]$. (D) $(0.7{,}1]$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	0.5	1
0	0.16	0.16	0.08
1	0.24	0.24	0.12

(a) $P(Y = 1)$ liegt in

A27: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A28: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.27]$. (D) $(0.27, 1]$.

(c) Es gilt

A29: (A) $X \sim B(1, 0.4)$. (B) $X \sim B(1, 0.6)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A30: (A) X und Y sind unabhängig. (B) X und Y sind nicht unabhängig.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 108 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 12 und höchstens 18 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A31: (A) $[0, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.49]$. (D) $(0.49, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim \text{Exp}(2.5)$.
(a) Dann liegt $\text{plim}(\bar{X}_n)$ in

A32: (A) $(-\infty, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, \infty)$.

(b) Dann liegt $\text{plim}(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2)$ in

A33: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (2X_n - X_1)\ , \quad S_2 = X_2 \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^{n} X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der für μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A34: (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für μ:

A35: (A) Weder S_1 noch S_2. (B) S_1, aber nicht S_2. (C) S_2, aber nicht S_1. (D) S_1 und S_2.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = (\theta + 1)x^\theta\, I_{[0,1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A36: (A) $0.5/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (B) $1/(1 - \bar{X}_n) - 1$. (C) (A) und (B) sind falsch.

Eine Stichprobe vom Umfang 20 ergab $\bar{x} = 0.725$. Der Schätzwert für θ liegt in

A37: (A) $[0, 1.1]$. (B) $(1.1, 1.3]$. (C) $(1.3, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 15 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 150$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall für μ liegt in

A38: (A) $(-\infty, 155.35]$. (B) $(155.35, 155.65]$. (C) $(155.65, 155.95]$. (D) $(155.95, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 300 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A39: (A) $[0, 0.065]$. (B) $(0.065, 0.075]$. (C) $(0.075, 0.085]$. (D) $(0.085, \infty)$.

Aufgabe
Für eine $N(\mu, \sigma^2)$-verteilte Zufallsvariable X soll anhand des Stichprobenmittelwertes $\bar{X}_n$ aus einer Stichprobe vom Umfang n ein Konfidenzintervall für μ zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha$ bestimmt werden. Wenn die Sicherheitswahrscheinlichkeit vergrößert und alle anderen Größen festgehalten werden, dann wird die Länge des Konfidenzintervalls für μ

A40: (A) größer. (B) nicht verändert. (C) kleiner.

Aufgabe
Bei einer repräsentativen Umfrage der Arbeitsgruppe Wahlen haben 67 von 1340 zufällig ausgewählten Wahlberechtigten angegeben, sie würden für die FDP stimmen. Es bezeichne π den Anteil an der Wähler, die zum Zeitpunkt der Umfrage die FDP wählen würden.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.052]$. (B) $(0.052, 0.057]$. (C) $(0.057, 0.062]$. (D) $(0.062, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.063]$. (B) $(0.063, 0.067]$. (C) $(0.067, 0.071]$. (D) $(0.071, 1]$.

Aufgabe
Im Rahmen einer Qualitätskontrolle wurde im Abschlussbericht vermerkt, dass der Anteil der defekten Teile in der Stichprobe 20% beträgt und sich für das 0.9544-Konfidenzintervall für den Anteil der defekten Teile der gesamten Produktion (gerundet auf drei Nachkommastellen) $[0.157, 0.243]$ ergibt.
Der Stichprobenumfang der Qualitätskontrolle liegt in

A43: (A) $[0, 270]$. (B) $(270, 300]$. (C) $(300, 330]$. (D) $(330, \infty)$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = -1.0$ haben ergeben, dass in 8 von 100 Fällen die Nullhypothese angenommen wurde. Dann ist 0.92 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A44: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 2.Art.
(C) des Fehlers 1.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu \leq 100$ gegen $H_1 : \mu > 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 1.74$. Der p-Wert des Tests liegt in

A45: (A) $[0, 0.043]$. (B) $(0.043, 0.048]$. (C) $(0.048, 0.053]$. (D) $(0.053, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 121 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 7 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 15% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A46: (A) $[0, 0.76]$. (B) $(0.76, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.84]$. (D) $(0.84, 1]$.

Aufgabe
Ein Benzinhersteller möchte mit einem Zusatzstoff die Effizienz seines Kraftstoffs steigern. Dazu bestimmt er für verschiedene Fahrzeuge eines Modells deren pro Liter zurückgelegte Kilometer. Ohne Zusatzstoff konnte ein Fahrzeug im Mittel 13.5 km pro Liter zurücklegen.
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$ *gezeigt* werden, dass sich die Effizienz des Kraftstoffes mit dem Zusatzstoff steigern lässt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in km/Liter). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      16    14.47831    .3088314    1.235326    13.82005    15.13657
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   3.1678
Ho: mean = 13.5                                  degrees of freedom =       15

   Ha: mean < 13.5             Ha: mean != 13.5              Ha: mean > 13.5
 Pr(T < t) = 0.9968        Pr(|T| > |t|) = 0.0064          Pr(T > t) = 0.0032
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A47: (A) $[0, 1.15]$. (B) $(1.15, 1.30]$. (C) $(1.30, 1.45]$. (D) $(1.45, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A48: (A) $(-\infty, 1.240]$. (B) $(1.240, 1.340]$. (C) $(1.340, 1.440]$. (D) $(1.440, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A49: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Damen heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 10% der Damen benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 45 von 180 befragten Damen angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Damen, die das Produkt nutzen, auf über 20% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test zum Signifikanzniveau 0.04 durch, der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A50: (A) $[0{,}1.72]$. (B) $(1.72{,}1.82]$. (C) $(1.82{,}1.92]$. (D) $(1.92{,}\infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.6)$. (B) $[1.6, 1.7)$. (C) $[1.7, 1.8)$. (D) $[1.8, \infty)$.

Aufgabe
In einer Stadt erscheinen die beiden Zeitungen „Morgenpost“ (MP) und “Abendblatt“ (AB). Um zum Signifikanzniveau 5% die Vermutung zu prüfen, dass das „Abonnieren von Morgenpost“ und das „Abonnieren von Abendblatt“ unabhängige Merkmale sind, werden in einer Stadt 100 Haushalte zufällig ausgewählt. Dabei ergab sich folgende Häufigkeitstabelle

Abonieren von MP/AB	Ja	Nein
Ja	24	21
Nein	31	24

Der Wert der Prüfgröße liegt in

A52: (A) [0,0.5]. (B) (0.5,1.5]. (C) (1.5,2.5]. (D) (2.5,∞).

Der kritische Wert für den Test liegt in

A53: (A) (0,2.5]. (B) (2.5,3.0]. (C) (3.0,3.5]. (D) (3.5,∞).

Die Testentscheidung lautet: Die beiden Merkmale sind

A54: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
Aus einer Gruppe von Ehepaaren, bei denen beide Partner berufstätig sind, wird ein Paar zufällig ausgewählt. X bezeichne das Einkommen des Mannes und Y das Einkommen der Frau des ausgewählten Paares (Angaben in Euro). Folgende Werte seien bekannt: E(X)=2600, σ_X=120, E(Y)=2400, σ_Y=80 und ρ_{XY}=0.35. S sei die Summe der Einkommen des Ehepaares. Die Kovarianz zwischen X und Y liegt in

A55: (A) $(-\infty, 2500]$. (B) $(2500, 3000]$. (C) $(3000, 3500]$. (D) $(3500, \infty)$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 4800 ist, liegt in

A56: (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.86]$. (C) $(0.86, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 20 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	8.0	3.7	0.044
β	0.31	0.18	0.102

(a) Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \alpha = 0$ liegt in

A57: (A) [0,0.038]. (B) (0.038,0.048]. (C) (0.048,0.058]. (D) (0.058,1].

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls zu β liegt in

A58: (A) $(-\infty, 0.68)$. (B) $[0.68, 0.71)$. (C) $[0.71, 0.74)$. (D) $[0.74, \infty)$.

(c) Für einen Begabungsscorewert von 25 kann man als Produktivitätswert im Mittel einen Wert aus dem Intervall

A59: (A) $(-\infty, 14.2]$ (B) (14.2,14.7] (C) (14.7,15.2] (D) $(15.2, \infty)$

prognostizieren.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $E(\bar{Y}_n) = \alpha + \beta\bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.