Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 2. Termin, 2. September 2015
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Peter Lustig hat seine 5-stellige PIN vergessen, die sich aus den Ziffern $0, 1, \ldots, 9$ zusammensetzt und von der er nur noch weiß, dass sie mit einer geraden Ziffer, die nicht 0 ist, anfängt und dass in ihr genau eine 7 vorkommt. Die Anzahl der verschiedenen PINs, die sich dann noch bilden lassen, liegt in

A1: (A) $[0, 14\,000]$. (B) $(14\,000, 21\,000]$. (C) $(21\,000, 28\,000]$. (D) $(28\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 3 rote, 5 blaue und 2 grüne Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen zufällig aus der Urne entnommen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine rote, im zweiten eine blaue und im dritten eine grüne Kugel zu ziehen, ist dann im Intervall

A2: (A) $[0, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.050]$. (C) $(0.050, 0.055]$. (D) $(0.055, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte Kugel, die gezogen wird, rot ist, liegt in

A3: (A) $[0, 0.26]$. (B) $(0.26, 0.29]$. (C) $(0.29, 0.32]$. (D) $(0.32, 1]$.

Aufgabe
Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Dann ist $A \setminus (B \setminus C)$ stets gleich

A4: (A) $(A \setminus B) \setminus C$. (B) $(C \setminus B) \setminus A$. (C) $(A \setminus C) \cup (A \cap B)$. (D) $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

Aufgabe
Von einer Gemeinde sei folgendes bekannt: 60% der Einwohner sind weiblich, 40% kaufen im örtlichen Bioladen ein und der Anteil der Personen, die weiblich sind und im Bioladen einkaufen, betrage 25%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Gemeinde zufällig ausgewählter Einwohner
(a) im Bioladen einkauft und nicht weiblich ist, liegt in

A5: (A) $[0, 0.12]$. (B) $(0.12, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.22]$. (D) $(0.22, 1]$.

(b) weiblich ist oder im Bioladen einkauft, liegt in

A6: (A) $(0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
Die Aussage „Wenn A und B disjunkt sind, dann sie auch unabhängig.“ ist dann

A7: (A) stets wahr (B) weder stets wahr noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.1 bzw. 0.1 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.975]$. (B) $(0.975, 0.985]$. (C) $(0.985, 0.995]$. (D) $(0.995, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = 0.5 \cdot I_{[2,5)}(x) + 0.7 \cdot I_{[5,10)}(x) + I_{[10,\infty)}(x)$$

(a) $P(X = 5)$ ist gleich

A9: (A) 0.1. (B) 0.4. (C) 0.7. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) $E(X)$ liegt im Intervall

A10: (A) $(4.9, 5.1]$. (B) $(5.1, 5.3]$. (C) $(5.3, 5.5]$. (D) $(5.5, 5.7]$.

(c) $Var(X)$ ist in

A11: (A) $(11.5, 12.5]$. (B) $(12.5, 13.5]$. (C) $(13.5, 14.5]$. (D) $(14.5, 15.5]$.

(d) Das 0.4-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 2. (B) 5. (C) 10. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine stetige Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{18} \cdot x^2\right) I_{[0,3]}(x).$$

(a) $P(0.5 \leq X < 3.5)$ liegt in

A13: (A) $[0, 0.71]$. (B) $(0.71, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.77]$. (D) $(0.77, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X liegt in

A14: (A) $(-\infty, 1.0]$. (B) $(1.0, 1.2]$. (C) $(1.2, 1.4]$. (D) $(1.4, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A15: (A) $[0, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.55]$. (D) $(0.55, \infty)$.

Aufgabe
Eine Münze mit den Seiten ‚Zahl' und ‚Wappen' werde 3 Mal geworfen. X gebe an, wie oft ‚Zahl' geworfen wurde und Y, wie oft ‚Wappen' geworfen wurde. Dann ist

A16: (A) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 1\}$. (B) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 2\}$. (C) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 2\}$. (D) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 1\}$.

X und Y sind dann

A17: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und Träger $[2, 3]$.
(a) Die Verteilungsfunktion von X ist dann stets

A18: (A) stetig. (B) stückweise konstant. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) Die Aussage $P(X \geq 3) > 0$ ist dann

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Y sei das Gewicht eines Briefumschlages und X_i das Gewicht eines Blattes Papier (alle Angaben in g). Die Gewichte mögen unabhängig voneinander variieren und werden als Zufallsvariablen aufgefasst:

$$E(X_i) = 8, \qquad E(Y) = 5, \qquad \sigma_{X_i} = 0.5, \qquad \sigma_Y = 0.2.$$

Ein Brief bestehe aus einem Briefumschlag und 3 Blättern Papier. Das Gesamtgewicht des Briefes sei B.
(a) Der Erwartungswert von B liegt in

A20: (A) $(-\infty, 29.5]$. (B) $(29.5, 31.5]$. (C) $(31.5, 33.5]$. (D) $(33.5, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von B liegt in

A21: (A) $(0, 0.84]$. (B) $(0.84, 0.87]$. (C) $(0.87, 0.90]$. (D) $(0.90, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable und $E(X^2) < \infty$ sowie $E(X^4) < \infty$.
Die Ungleichung $E(X^4) \geq (E(X^2))^2$ ist dann

A22: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Erfahrungsgemäß kaufen 60% der Kunden, die ein bestimmtes Geschäft betreten, dort auch ein. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Kunden, die dieses Geschäft betreten, genau 8 etwas einkaufen, ist in

A23: (A) $[0, 0.095]$. (B) $(0.095, 0.105]$. (C) $(0.105, 0.115]$. (D) $(0.115, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Lotterie gebe es 1000 Tippmöglichkeiten. Bei der Ziehung wird ein Tipp zufällig ausgewählt und mit einem Gewinn belohnt. Gehen Sie davon aus, dass 2000 Spielscheine mit einem zufälligen Tipp und unabhängig voneinander ausgefüllt werden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Spielschein richtig tippt, liegt in

A24: (A) $(0.85, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) $(0.94, 0.97]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 3 und Varianz 2.25.
(a) $P(1 \leq X \leq 4)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.67]$. (B) $(0.67, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.73]$. (D) $(0.73, 1]$.

(b) Das 0.90-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 3.8]$. (B) $(3.8, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.8]$. (D) $(4.8, \infty)$.

Aufgabe
X sei standardnormalverteilt. Das 0.95-Quantil von $Y = |X|$ ist dann in

A27: (A) $(1.25, 1.30]$. (B) $(1.62, 1.67]$. (C) $(1.73, 1.78]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.36	0.16
1	0.23	0.25

(a) $E((X+1)\cdot(Y+2))$ liegt in

A28: (A) $(-\infty, 3.70]$. (B) $(3.70, 3.80]$. (C) $(3.80, 3.90]$. (D) $(3.90, \infty)$.

(b) X und Y sind unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A30: (A) $Z \sim B(2, 0.5)$. (B) $Z \sim B(2, 0.6)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $E(X|Y=0)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.36]$. (B) $(0.36, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-2,3]}(x)$.
(a) $P(|\bar{X}_n| > 0.001)$ konvergiert für $n \to \infty$ gegen einen Wert aus

A32: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(b) plim $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right)$ für $n \to \infty$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 2.30]$. (B) $(2.30, 2.40]$. (C) $(2.40, 2.50]$. (D) $(2.50, \infty)$.

Aufgabe
Für die Nachfragemenge X_i (in Stück) nach einem Artikel an einem Tag i gilt bei einem Unternehmen folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	3	6
P(X=x)	1/3	2/3

$X_1, \ldots, X_{50}$ seien unabhängig und S bezeichne die Gesamtmenge, die an den Tagen 1 bis 50 nachgefragt wurde. Die (approximative) Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 263 Stück ist, liegt in

A34: (A) $[0, 0.065]$. (B) $(0.065, 0.090]$. (C) $(0.090, 0.115]$. (D) $(0.115, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien Po(λ)-verteilt und

$$\hat{\Lambda}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \Lambda_n^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$$

seien Schätzer für λ.
(a) Folgende Schätzer sind erwartungstreu für λ:

A35: (A) Nur Λ_n^*. (B) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (C) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für λ:

A36: (A) Nur Λ_n^*. (B) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (C) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. seien verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle

x	0	1	3
$P(X_i = x)$	0.4	$0.6 - \theta$	θ

für einen Parameter $\theta \in [0, 0.6]$. Der Momentenschätzer für θ ist dann

A37: (A) $\bar{X}_n$. (B) $0.5\bar{X}_n - 0.3$. (C) $0.3\bar{X}_n - 0.5$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Gegeben seien folgende Realisierungen von u.i.v. normalverteilten Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$:

$$2.78, \quad 3.46, \quad 2.35, \quad 2.87, \quad 2.64.$$

(a) Die Stichprobenvarianz liegt im Intervall

A38: (A) $[0, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.16]$. (D) $(0.16, \infty)$.

(b) Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für den Parameter μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 3.40]$. (B) $(3.40, 3.50]$. (C) $(3.50, 3.60]$. (D) $(3.60, \infty)$.

Aufgabe
In einer repräsentativen Stichprobenerhebung sei festgestellt worden, dass von 200 befragten Personen 110 ein Smartphone besitzen. π sei der Anteil der Smartphonebesitzer an der Gesamtbevölkerung. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A40: (A) $[0, 0.63]$. (B) $(0.63, 0.66]$. (C) $(0.66, 0.69]$. (D) $(0.69, 1]$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable zur Beschreibung eines zufälligen Merkmals mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 25$. Auf der Basis einer Stichprobe vom Umfang $n = 144$ wurde für μ das approximative $(1 - \alpha)$-Konfidenzintervall $[247.0, 249.0]$ berechnet.
α liegt dann im Intervall

A41: (A) $[0, 0.010]$. (B) $(0.010, 0.020]$. (C) $(0.020, 0.030]$. (D) $(0.030, 1]$.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner oder gleich 0.05.“ ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 400 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 20 Mal bzw. 120 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.03]$. (B) in $(0.03, 0.06]$. (C) in $(0.06, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.35]$. (B) in $(0.35, 0.65]$. (C) in $(0.65, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      25    2.113121    .0532023    .2660113    2.003317    2.222925
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.1262
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       24

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.9780         Pr(|T| > |t|) = 0.0440          Pr(T > t) = 0.0220
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A45: (A) $[0, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.055]$. (C) $(0.055, 0.065]$. (D) $(0.065, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A46: (A) $(-\infty, 1.74]$. (B) $(1.74, 1.78]$. (C) $(1.78, 1.82]$. (D) $(1.82, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 0.020]$. (B) $(0.020, 0.035]$. (C) $(0.035, 0.050]$. (D) $(0.050, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parametern μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 20 Beobachtungswerten wurden die folgenden drei Konfidenzintervalle (KI) für μ bestimmt:

Niveau	0.90	0.95	0.975
KI	[5.030,5.344]	[4.997,5.377]	[4.966,5.408]

Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \mu = 5$ liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.025)$. (B) $[0.025, 0.050)$. (C) $[0.050, 0.100)$. (D) $[0.100, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Autobahnkontrolle wurden 200 Pkw hinsichtlich der Winterbereifung kontrolliert. Dabei ergaben sich 59 Beanstandungen. Es soll die Aussage „Der Anteil an Beanstandungen ist damit bei einem Niveau von 5% signifikant höher als 25%.“ geprüft werden
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.40]$. (B) $(1.40, 1.60]$. (C) $(1.60, 1.80]$. (D) $(1.80, \infty)$.

Die Aussage ist

A50: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Anteil der Läden in Berlin bzw. München, die noch nach 18.30 Uhr geöffnet sind, werde mit π_1 bzw. π_2 bezeichnet. Mit einem geeigneten Test soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass $\pi_1 > \pi_2$ ist. Dazu wurden in beiden Städten Stichproben von je 100 Läden zufällig ausgewählt. In der Berliner Stichprobe sind 20% der Läden nach 18.30 Uhr geöffnet, in der Münchener Stichprobe 10%.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Approx. Binomial-Test. (B) Approx. Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Gauß-Test.

(b) Der *Betrag* des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 1.97]$. (B) $(1.97, 2.02]$. (C) $(2.02, 2.07]$. (D) $(2.07, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A53: (A) beibehalten. (B) abgelehnt.

Aufgabe
An einem Seminar des Bundesinstituts für Berufsbildung nahmen 100 Männer und 50 Frauen teil. 22% der Männer und 76% der Frauen waren nicht erwerbstätig. Führen Sie einen χ^2-Unabhängigkeitstest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch, um zu prüfen, ob die Merkmale Geschlecht und Erwerbstätigkeit bezogen auf den Teilnehmerkreis der Seminars unabhängig sind. Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[0, 30]$. (B) $(30, 34]$. (C) $(34, 38]$. (D) $(38, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.6]$. (D) $(4.6, \infty)$.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	197	198	196	200	205

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
r liegt in

A56: (A) $[-1, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.91]$. (D) $(0.91, 1]$.

Aufgabe
Ein Analyst interessiert sich für die Entwicklung des Handymarktes. Für die letzten $n = 5$ Jahre setzt er das Jahr x_i in Beziehung zur Anzahl der Smartphone-Nutzer y_i in dem entsprechenden Jahr (in Millionen). Vereinfachend sei hierbei $x_1 = 1$ anstelle von 2011, $x_2 = 2$ anstelle von 2012 usw. bis $x_5 = 5$ anstelle von 2015. Es wird von einem linearen Modell

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

für $i = 1, \ldots, 5$ ausgegangen. Als Ergebnisse der Regression erhält der Analyst insbesondere

$$\hat{\alpha} = 8.60, \qquad \hat{\beta} = 7.60, \qquad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.5033.$$

(a) Es soll zum Niveau $\alpha^* = 0.05$ geprüft werden, ob pro Jahr von einem signifikanten Zuwachs an Smartphone-Nutzern von mehr als 5 Millionen Personen auszugehen ist. Der Wert der Teststatistik liegt dann in

A57: (A) $(-\infty, 4.4]$. (B) $(4.4, 4.7]$. (C) $(4.7, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

Der kritische Wert zum Testproblem liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, 1.9]$. (B) $(1.9, 2.2]$. (C) $(2.2, 2.5]$. (D) $(2.5, \infty)$.

(b) Wir gehen vom Ergebnis des linearen Regressionsmodells aus. Dann liegt die prognostizierte Anzahl von Smartphone-Nutzern im Jahr 2016 im Intervall (Angaben in Millionen)

A59: (A) $(-\infty, 53.5]$. (B) $(53.5, 54.0]$. (C) $(54.0, 54.5]$. (D) $(54.5, \infty)$.

(c) Der Schätzwert für σ liegt in

A60: (A) $(-\infty, 1.45]$. (B) $(1.45, 1.55]$. (C) $(1.55, 1.65]$. (D) $(1.65, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 2. Termin, 2. September 2015
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Peter Lustig hat seine 4-stellige PIN vergessen, die sich aus den Ziffern $0, 1, \ldots, 9$ zusammensetzt und von der er nur noch weiß, dass sie mit einer geraden Ziffer, die nicht 0 ist, anfängt und dass in ihr genau eine 3 vorkommt. Die Anzahl der verschiedenen PINs, die sich dann noch bilden lassen, liegt in

A1: (A) $[0, 1\,000]$. (B) $(1\,000, 2\,000]$. (C) $(2\,000, 3\,000]$. (D) $(3\,000, \infty)$.

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 4 rote, 5 blaue und 3 grüne Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen zufällig aus der Urne entnommen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine rote, im zweiten eine blaue und im dritten eine grüne Kugel zu ziehen, ist dann im Intervall

A2: (A) $[0, 0.037]$. (B) $(0.037, 0.042]$. (C) $(0.042, 0.047]$. (D) $(0.047, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte Kugel, die gezogen wird, rot ist, liegt in

A3: (A) $[0, 0.31]$. (B) $(0.31, 0.34]$. (C) $(0.34, 0.37]$. (D) $(0.37, 1]$.

Aufgabe

Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Dann ist $A \setminus (B \setminus C)$ stets gleich

A4: (A) $(A \setminus B) \setminus C$. (B) $(C \setminus B) \setminus A$. (C) $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$. (D) $(A \setminus C) \cup (A \cap B)$.

Aufgabe

Von einer Gemeinde sei folgendes bekannt: 55% der Einwohner sind weiblich, 45% kaufen im örtlichen Bioladen ein und der Anteil der Personen, die weiblich sind und im Bioladen einkaufen, betrage 20%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Gemeinde zufällig ausgewählter Einwohner
(a) im Bioladen einkauft und nicht weiblich ist, liegt in

A5: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.32]$. (D) $(0.32, 1]$.

(b) weiblich ist oder im Bioladen einkauft, liegt in

A6: (A) $(0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

Aufgabe

A und B seien beliebige Ereignisse.
Die Aussage „Wenn A und B disjunkt sind, dann sie auch unabhängig." ist dann

A7: (A) stets wahr (B) weder stets wahr noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.2 bzw. 0.2 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.955]$. (B) $(0.955, 0.965]$. (C) $(0.965, 0.975]$. (D) $(0.975, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = 0.3 \cdot I_{[2,5)}(x) + 0.8 \cdot I_{[5,10)}(x) + I_{[10,\infty)}(x)$$

(a) $P(X = 5)$ ist gleich

A9: (A) 0.5. (B) 0.3. (C) 0.8. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) $E(X)$ liegt im Intervall

A10: (A) $(5.0, 5.2]$. (B) $(5.2, 5.4]$. (C) $(5.4, 5.6]$. (D) $(5.6, 5.8]$.

(c) $Var(X)$ ist in

A11: (A) $(5.8, 6.3]$. (B) $(6.3, 6.8]$. (C) $(6.8, 7.3]$. (D) $(7.3, 7.8]$.

(d) Das 0.5-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 2. (B) 7.5. (C) 10. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine stetige Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{128} \cdot x^2\right) I_{[0,4]}(x).$$

(a) $P(1.5 \leq X < 4.5)$ liegt in

A13: (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.48]$. (C) $(0.48, 0.51]$. (D) $(0.51, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X liegt in

A14: (A) $(-\infty, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A15: (A) $[0, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.86]$. (C) $(0.86, 0.92]$. (D) $(0.92, \infty)$.

Aufgabe
Eine Münze mit den Seiten ‚Zahl' und ‚Wappen' werde 3 Mal geworfen. X gebe an, wie oft ‚Zahl' geworfen wurde und Y, wie oft ‚Wappen' geworfen wurde. Dann ist

A16: (A) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 1\}$. (B) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 1\}$. (C) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 2\}$. (D) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 2\}$.

X und Y sind dann

A17: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und Träger $\{1, 2, 3, 4\}$.
(a) Die Verteilungsfunktion von X ist dann stets

A18: (A) stückweise konstant. (B) stetig. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) Die Aussage $P(1 < X < 2) > 0$ ist dann

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Y sei das Gewicht eines Briefumschlages und X_i das Gewicht eines Blattes Papier (alle Angaben in g). Die Gewichte mögen unabhängig voneinander variieren und werden als Zufallsvariablen aufgefasst:

$$E(X_i) = 7, \qquad E(Y) = 5, \qquad \sigma_{X_i} = 0.4, \qquad \sigma_Y = 0.3.$$

Ein Brief bestehe aus einem Briefumschlag und 4 Blättern Papier. Das Gesamtgewicht des Briefes sei B.
(a) Der Erwartungswert von B liegt in

A20: (A) $(-\infty, 28.5]$. (B) $(28.5, 30.5]$. (C) $(30.5, 32.5]$. (D) $(32.5, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von B liegt in

A21: (A) $(0, 0.81]$. (B) $(0.81, 0.84]$. (C) $(0.84, 0.87]$. (D) $(0.87, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable und $E(X^2) < \infty$ sowie $E(X^4) < \infty$.
Die Ungleichung $E(X^4) \geq (E(X^2))^2$ ist dann

A22: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Erfahrungsgemäß kaufen 40% der Kunden, die ein bestimmtes Geschäft betreten, dort auch ein. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 8 Kunden, die dieses Geschäft betreten, genau 6 etwas einkaufen, ist in

A23: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.045]$. (C) $(0.045, 0.050]$. (D) $(0.050, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Lotterie gebe es 2000 Tippmöglichkeiten. Bei der Ziehung wird ein Tipp zufällig ausgewählt und mit einem Gewinn belohnt. Gehen Sie davon aus, dass 3500 Spielscheine mit einem zufälligen Tipp und unabhängig voneinander ausgefüllt werden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Spielschein richtig tippt, liegt in

A24: (A) $(0.75, 0.78]$. (B) $(0.78, 0.81]$. (C) $(0.81, 0.84]$. (D) $(0.84, 0.87]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 4 und Varianz 6.25.
(a) $P(1 \leq X \leq 6)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.63]$. (C) $(0.63, 0.66]$. (D) $(0.66, 1]$.

(b) Das 0.95-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 7.3]$. (B) $(7.3, 7.8]$. (C) $(7.8, 8.3]$. (D) $(8.3, \infty)$.

Aufgabe
X sei standardnormalverteilt. Das 0.8-Quantil von $Y = |X|$ ist dann in

A27: (A) $(1.25, 1.30]$. (B) $(1.62, 1.67]$. (C) $(1.73, 1.78]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.16	0.24
1	0.24	0.36

(a) $E((X+1)\cdot(Y+3))$ liegt in

A28: (A) $(-\infty, 5.70]$. (B) $(5.70, 5.90]$. (C) $(5.90, 6.10]$. (D) $(6.10, \infty)$.

(b) X und Y sind unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A30: (A) $Z \sim B(2, 0.6)$. (B) $Z \sim B(2, 0.5)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $E(X|Y=0)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.25 I_{[-2,2]}(x)$.
(a) $P(|\bar{X}_n| > 0.01)$ konvergiert für $n \to \infty$ gegen einen Wert aus

A32: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(b) plim $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right)$ für $n \to \infty$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.30]$. (D) $(1.30, \infty)$.

Aufgabe
Für die Nachfragemenge X_i (in Stück) nach einem Artikel an einem Tag i gilt bei einem Unternehmen folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	3	6
P(X=x)	2/3	1/3

$X_1, \ldots, X_{100}$ seien unabhängig und S bezeichne die Gesamtmenge, die an den Tagen 1 bis 100 nachgefragt wurde. Die (approximative) Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 383 Stück ist, liegt in

A34: (A) $[0, 0.83]$. (B) $(0.83, 0.87]$. (C) $(0.87, 0.91]$. (D) $(0.91, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien Po(λ)-verteilt und

$$\hat{\Lambda}_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \Lambda_n^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2$$

seien Schätzer für λ.
(a) Folgende Schätzer sind erwartungstreu für λ:

A35: (A) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (B) Nur Λ_n^*. (C) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für λ:

A36: (A) Nur Λ_n^*. (B) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (C) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*. (D) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. seien verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle

x	0	1	4
$P(X_i = x)$	0.5	$0.5 - \theta$	θ

für einen Parameter $\theta \in [0, 0.5]$. Der Momentenschätzer für θ ist dann

A37: (A) $\bar{X}_n$. (B) $0.5\bar{X}_n$. (C) $0.5\bar{X}_n - 0.5$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Gegeben seien folgende Realisierungen von u.i.v. normalverteilten Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$:

$$2.88, \quad 3.76, \quad 2.05, \quad 2.97, \quad 2.44.$$

(a) Die Stichprobenvarianz liegt im Intervall

A38: (A) $[0, 0.36]$. (B) $(0.36, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.40]$. (D) $(0.40, \infty)$.

(b) Die obere Grenze des 0.98-Konfidenzintervalls für den Parameter μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 3.85]$. (B) $(3.85, 3.95]$. (C) $(3.95, 4.05]$. (D) $(4.05, \infty)$.

Aufgabe
In einer repräsentativen Stichprobenerhebung sei festgestellt worden, dass von 400 befragten Personen 220 ein Smartphone besitzen. π sei der Anteil der Smartphonebesitzer an der Gesamtbevölkerung. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A40: (A) $[0, 0.58]$. (B) $(0.58, 0.61]$. (C) $(0.61, 0.64]$. (D) $(0.64, 1]$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable zur Beschreibung eines zufälligen Merkmals mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 36$. Auf der Basis einer Stichprobe vom Umfang $n = 81$ wurde für μ das approximative $(1 - \alpha)$-Konfidenzintervall $[247.0, 249.8]$ berechnet.
α liegt dann im Intervall

A41: (A) $[0, 0.030]$. (B) $(0.030, 0.040]$. (C) $(0.040, 0.050]$. (D) $(0.050, 1]$.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner oder gleich 0.05." ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 500 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 20 Mal bzw. 150 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.05]$. (B) in $(0.05, 0.35]$. (C) in $(0.35, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.35]$. (B) in $(0.35, 0.65]$. (C) in $(0.65, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.025$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst" größer als 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      15    2.012101     .091063    .3526855    1.816791    2.207412
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   0.1329
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       14

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.5519         Pr(|T| > |t|) = 0.8962          Pr(T > t) = 0.4481
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A45: (A) $[0, 0.110]$. (B) $(0.110, 0.120]$. (C) $(0.120, 0.130]$. (D) $(0.130, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A46: (A) $(-\infty, 1.92]$. (B) $(1.92, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.08]$. (D) $(2.08, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parametern μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 20 Beobachtungswerten wurden die folgenden drei Konfidenzintervalle (KI) für μ bestimmt:

Niveau	0.90	0.95	0.975
KI	[5.030,5.344]	[4.997,5.377]	[4.966,5.408]

Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \mu = 5$ liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.025)$. (B) $[0.025, 0.050)$. (C) $[0.050, 0.100)$. (D) $[0.100, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Autobahnkontrolle wurden 100 Pkw hinsichtlich der Winterbereifung kontrolliert. Dabei ergaben sich 20 Beanstandungen. Es soll die Aussage „Der Anteil an Beanstandungen ist damit bei einem Niveau von 5% signifikant höher als 15%.“ geprüft werden
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.30]$. (B) $(1.30, 1.50]$. (C) $(1.50, 1.70]$. (D) $(1.70, \infty)$.

Die Aussage ist

A50: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Anteil der Läden in Berlin bzw. München, die noch nach 18.30 Uhr geöffnet sind, werde mit π_1 bzw. π_2 bezeichnet. Mit einem geeigneten Test soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass $\pi_1 > \pi_2$ ist. Dazu wurden in beiden Städten Stichproben von je 200 Läden zufällig ausgewählt. In der Berliner Stichprobe sind 20% der Läden nach 18.30 Uhr geöffnet, in der Münchener Stichprobe 15%.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) t-Test. (B) Gauß-Test. (C) Approx. Binomial-Test. (D) Approx. Gauß-Test.

(b) Der *Betrag* des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 1.24]$. (B) $(1.24, 1.29]$. (C) $(1.29, 1.34]$. (D) $(1.34, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A53: (A) abgelehnt. (B) beibehalten.

Aufgabe
An einem Seminar des Bundesinstituts für Berufsbildung nahmen 50 Männer und 100 Frauen teil. 52% der Männer und 76% der Frauen waren nicht erwerbstätig. Führen Sie einen χ^2-Unabhängigkeitstest zum Niveau $\alpha = 0.025$ durch, um zu prüfen, ob die Merkmale Geschlecht und Erwerbstätigkeit bezogen auf den Teilnehmerkreis der Seminars unabhängig sind. Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[0, 7.2]$. (B) $(7.2, 8.2]$. (C) $(8.2, 9.2]$. (D) $(9.2, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $[0, 4.9]$. (B) $(4.9, 5.2]$. (C) $(5.2, 5.5]$. (D) $(5.5, \infty)$.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	297	294	296	302	310

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
r liegt in

A56: (A) $[-1, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.91]$. (D) $(0.91, 1]$.

Aufgabe
Ein Analyst interessiert sich für die Entwicklung des Handymarktes. Für die letzten $n = 6$ Jahre setzt er das Jahr x_i in Beziehung zur Anzahl der Smartphone-Nutzer y_i in dem entsprechenden Jahr (in Millionen). Vereinfachend sei hierbei $x_1 = 1$ anstelle von 2010, $x_2 = 2$ anstelle von 2011 usw. bis $x_6 = 6$ anstelle von 2015. Es wird von einem linearen Modell

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

für $i = 1, \ldots, 6$ ausgegangen. Als Ergebnisse der Regression erhält der Analyst insbesondere

$$\hat{\alpha} = 2.20, \qquad \hat{\beta} = 7.80, \qquad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.6533.$$

(a) Es soll zum Niveau $\alpha^* = 0.05$ geprüft werden, ob pro Jahr von einem signifikanten Zuwachs an Smartphone-Nutzern von mehr als 5.5 Millionen Personen auszugehen ist. Der Wert der Teststatistik liegt dann in

A57: (A) $(-\infty, 3.1]$. (B) $(3.1, 3.4]$. (C) $(3.4, 3.7]$. (D) $(3.7, \infty)$.

Der kritische Wert zum Testproblem liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.4]$. (C) $(2.4, 2.6]$. (D) $(2.6, \infty)$.

(b) Wir gehen vom Ergebnis des linearen Regressionsmodells aus. Dann liegt die prognostizierte Anzahl von Smartphone-Nutzern im Jahr 2016 im Intervall (Angaben in Millionen)

A59: (A) $(-\infty, 54.2]$. (B) $(54.2, 55.2]$. (C) $(55.2, 56.2]$. (D) $(56.2, \infty)$.

(c) Der Schätzwert für σ liegt in

A60: (A) $(-\infty, 2.70]$. (B) $(2.70, 2.80]$. (C) $(2.80, 2.90]$. (D) $(2.90, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 2. Termin, 2. September 2015
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

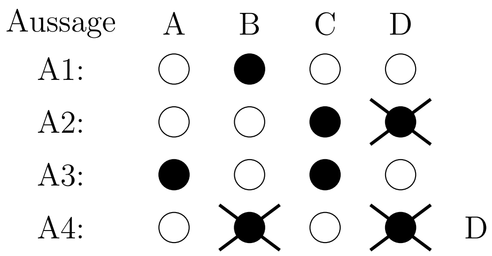
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Peter Lustig hat seine 6-stellige PIN vergessen, die sich aus den Ziffern $0, 1, \ldots, 9$ zusammensetzt und von der er nur noch weiß, dass sie mit einer geraden Ziffer, die nicht 0 ist, anfängt und dass in ihr genau eine 7 vorkommt. Die Anzahl der verschiedenen PINs, die sich dann noch bilden lassen, liegt in

A1: (A) $[0, 80\,000]$. (B) $(80\,000, 120\,000]$. (C) $(120\,000, 180\,000]$. (D) $(180\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 5 rote, 5 blaue und 2 grüne Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen zufällig aus der Urne entnommen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine rote, im zweiten eine blaue und im dritten eine grüne Kugel zu ziehen, ist dann im Intervall

A2: (A) $[0, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.030]$. (C) $(0.030, 0.035]$. (D) $(0.035, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte Kugel, die gezogen wird, rot ist, liegt in

A3: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.44]$. (C) $(0.44, 0.48]$. (D) $(0.48, 1]$.

Aufgabe
Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Dann ist $A \setminus (B \setminus C)$ stets gleich

A4: (A) $(A \setminus B) \setminus C$. (B) $(C \setminus B) \setminus A$. (C) $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$. (D) $(A \setminus C) \cup (A \cap B)$.

Aufgabe
Von einer Gemeinde sei folgendes bekannt: 50% der Einwohner sind weiblich, 40% kaufen im örtlichen Bioladen ein und der Anteil der Personen, die weiblich sind und im Bioladen einkaufen, betrage 25%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Gemeinde zufällig ausgewählter Einwohner
(a) im Bioladen einkauft und nicht weiblich ist, liegt in

A5: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.12]$. (C) $(0.12, 0.14]$. (D) $(0.14, 1]$.

(b) weiblich ist oder im Bioladen einkauft, liegt in

A6: (A) $(0, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
Die Aussage „Wenn A und B disjunkt sind, dann sie auch unabhängig.“ ist dann

A7: (A) stets wahr (B) weder stets wahr noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.1 bzw. 0.3 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.940]$. (B) $(0.940, 0.950]$. (C) $(0.950, 0.960]$. (D) $(0.960, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = 0.2 \cdot I_{[2,5)}(x) + 0.7 \cdot I_{[5,10)}(x) + I_{[10,\infty)}(x)$$

(a) $P(X = 5)$ ist gleich

A9: (A) 0.2. (B) 0.3. (C) 0.5. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) $E(X)$ liegt im Intervall

A10: (A) $(5.8, 6.0]$. (B) $(6.0, 6.2]$. (C) $(6.2, 6.4]$. (D) $(6.4, 6.6]$.

(c) $Var(X)$ ist in

A11: (A) $(7.0, 8.0]$. (B) $(8.0, 9.0]$. (C) $(9.0, 10.0]$. (D) $(10.0, 11.0]$.

(d) Das 0.8-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 2. (B) 5. (C) 10. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine stetige Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{250} \cdot x^2\right) I_{[0,5]}(x).$$

(a) $P(2.5 \leq X < 5.5)$ liegt in

A13: (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.33]$. (C) $(0.33, 0.36]$. (D) $(0.36, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X liegt in

A14: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.6]$. (C) $(1.6, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A15: (A) $[0, 1.52]$. (B) $(1.52, 1.58]$. (C) $(1.58, 1.64]$. (D) $(1.64, \infty)$.

Aufgabe
Eine Münze mit den Seiten ‚Zahl' und ‚Wappen' werde 3 Mal geworfen. X gebe an, wie oft ‚Zahl' geworfen wurde und Y, wie oft ‚Wappen' geworfen wurde. Dann ist

A16: (A) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 1\}$. (B) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 1\}$. (C) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 2\}$. (D) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 2\}$.

X und Y sind dann

A17: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und Träger $[2, 3]$.
(a) Die Verteilungsfunktion von X ist dann stets

A18: (A) stetig. (B) stückweise konstant. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) Die Aussage $P(X \leq 2) > 0$ ist dann

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Y sei das Gewicht eines Briefumschlages und X_i das Gewicht eines Blattes Papier (alle Angaben in g). Die Gewichte mögen unabhängig voneinander variieren und werden als Zufallsvariablen aufgefasst:

$$E(X_i) = 8, \qquad E(Y) = 5, \qquad \sigma_{X_i} = 0.5, \qquad \sigma_Y = 0.2.$$

Ein Brief bestehe aus einem Briefumschlag und 5 Blättern Papier. Das Gesamtgewicht des Briefes sei B.
(a) Der Erwartungswert von B liegt in

A20: (A) $(-\infty, 41]$. (B) $(41, 44]$. (C) $(44, 48]$. (D) $(48, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von B liegt in

A21: (A) $(0, 1.15]$. (B) $(1.15, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.25]$. (D) $(1.25, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable und $E(X^2) < \infty$ sowie $E(X^4) < \infty$.
Die Ungleichung $E(X^4) < (E(X^2))^2$ ist dann

A22: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Erfahrungsgemäß kaufen 50% der Kunden, die ein bestimmtes Geschäft betreten, dort auch ein. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Kunden, die dieses Geschäft betreten, genau 6 etwas einkaufen, ist in

A23: (A) $[0, 0.170]$. (B) $(0.170, 0.185]$. (C) $(0.185, 0.200]$. (D) $(0.200, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Lotterie gebe es 1000 Tippmöglichkeiten. Bei der Ziehung wird ein Tipp zufällig ausgewählt und mit einem Gewinn belohnt. Gehen Sie davon aus, dass 1500 Spielscheine mit einem zufälligen Tipp und unabhängig voneinander ausgefüllt werden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Spielschein richtig tippt, liegt in

A24: (A) $(0.67, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.73]$. (C) $(0.73, 0.76]$. (D) $(0.76, 0.79]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 3 und Varianz 3.24.
(a) $P(1 \leq X \leq 4)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

(b) Das 0.9-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 5.0]$. (B) $(5.0, 5.5]$. (C) $(5.5, 6.0]$. (D) $(6.0, \infty)$.

Aufgabe
X sei standardnormalverteilt. Das 0.90-Quantil von $Y = |X|$ ist dann in

A27: (A) $(1.25, 1.30]$. (B) $(1.62, 1.67]$. (C) $(1.73, 1.78]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.25	0.16
1	0.23	0.36

(a) $E((X+1)\cdot(Y+2))$ liegt in

A28: (A) $(-\infty, 4.10]$. (B) $(4.10, 4.20]$. (C) $(4.20, 4.30]$. (D) $(4.30, \infty)$.

(b) X und Y sind unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A30: (A) $Z \sim B(2, 0.5)$. (B) $Z \sim B(2, 0.6)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $E(X|Y=0)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.49]$. (B) $(0.49, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.53]$. (D) $(0.53, 1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2 I_{[-3,2]}(x)$.
(a) $P(|\bar{X}_n| > 0.001)$ konvergiert für $n \to \infty$ gegen einen Wert aus

A32: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(b) plim $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right)$ für $n \to \infty$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 2.40]$. (B) $(2.40, 2.50]$. (C) $(2.50, 2.60]$. (D) $(2.60, \infty)$.

Aufgabe
Für die Nachfragemenge X_i (in Stück) nach einem Artikel an einem Tag i gilt bei einem Unternehmen folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	3	6
P(X=x)	1/3	2/3

$X_1, \ldots, X_{50}$ seien unabhängig und S bezeichne die Gesamtmenge, die an den Tagen 1 bis 50 nachgefragt wurde. Die (approximative) Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 244 Stück ist, liegt in

A34: (A) $[0, 0.645]$. (B) $(0.645, 0.670]$. (C) $(0.670, 0.695]$. (D) $(0.695, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien Po(λ)-verteilt und

$$\hat{\Lambda}_n = \frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \Lambda_n^* = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$$

seien Schätzer für λ.
(a) Folgende Schätzer sind erwartungstreu für λ:

A35: (A) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (B) Nur Λ_n^*. (C) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für λ:

A36: (A) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*. (B) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (C) Nur Λ_n^*. (D) Nur $\hat{\Lambda}_n$

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ u.i.v. seien verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle

x	0	1	3
$P(X_i = x)$	0.6	$0.4 - \theta$	θ

für einen Parameter $\theta \in [0, 0.4]$. Der Momentenschätzer für θ ist dann

A37: (A) $\bar{X}_n - 0.4$. (B) $0.5\bar{X}_n - 0.2$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Gegeben seien folgende Realisierungen von u.i.v. normalverteilten Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$:

$$2.28, \quad 3.46, \quad 2.35, \quad 2.87, \quad 2.64.$$

(a) Die Stichprobenvarianz liegt im Intervall

A38: (A) $[0, 0.205]$. (B) $(0.205, 0.220]$. (C) $(0.220, 0.235]$. (D) $(0.235, \infty)$.

(b) Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für den Parameter μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 3.45]$. (B) $(3.45, 3.55]$. (C) $(3.55, 3.65]$. (D) $(3.65, \infty)$.

Aufgabe
In einer repräsentativen Stichprobenerhebung sei festgestellt worden, dass von 200 befragten Personen 120 ein Smartphone besitzen. π sei der Anteil der Smartphonebesitzer an der Gesamtbevölkerung. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A40: (A) $[0, 0.62]$. (B) $(0.62, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.68]$. (D) $(0.68, 1]$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable zur Beschreibung eines zufälligen Merkmals mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 25$. Auf der Basis einer Stichprobe vom Umfang $n = 100$ wurde für μ das approximative $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall $[247.0, 249.0]$ berechnet.
α liegt dann im Intervall

A41: (A) $[0, 0.042]$. (B) $(0.042, 0.048]$. (C) $(0.048, 0.054]$. (D) $(0.054, 1]$.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner oder gleich 0.05.“ ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 400 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 10 Mal bzw. 180 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.03]$. (B) in $(0.03, 0.06]$. (C) in $(0.06, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.40]$. (B) in $(0.40, 0.50]$. (C) in $(0.50, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 1.5 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      20    1.715469    .1145655    .5123524     1.47568    1.955257
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   1.8807
Ho: mean = 1.5                                   degrees of freedom =       19

   Ha: mean < 1.5                 Ha: mean != 1.5                 Ha: mean > 1.5
 Pr(T < t) = 0.9623         Pr(|T| > |t|) = 0.0754          Pr(T > t) = 0.0377
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A45: (A) $[0, 0.220]$. (B) $(0.220, 0.235]$. (C) $(0.235, 0.250]$. (D) $(0.250, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A46: (A) $(-\infty, 1.64]$. (B) $(1.64, 1.70]$. (C) $(1.70, 1.76]$. (D) $(1.76, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.055]$. (C) $(0.055, 0.070]$. (D) $(0.070, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parametern μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 20 Beobachtungswerten wurden die folgenden drei Konfidenzintervalle (KI) für μ bestimmt:

Niveau	0.90	0.95	0.975
KI	[5.039,5.296]	[5.012,5.323]	[4.987,5.348]

Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \mu = 5$ liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.025)$. (B) $[0.025, 0.050)$. (C) $[0.050, 0.100)$. (D) $[0.100, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Autobahnkontrolle wurden 200 Pkw hinsichtlich der Winterbereifung kontrolliert. Dabei ergaben sich 62 Beanstandungen. Es soll die Aussage „Der Anteil an Beanstandungen ist damit bei einem Niveau von 5% signifikant höher als 25%.“ geprüft werden
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.50]$. (B) $(1.50, 1.70]$. (C) $(1.70, 1.90]$. (D) $(1.90, \infty)$.

Die Aussage ist

A50: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe
Der Anteil der Läden in Berlin bzw. München, die noch nach 18.30 Uhr geöffnet sind, werde mit π_1 bzw. π_2 bezeichnet. Mit einem geeigneten Test soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass $\pi_1 > \pi_2$ ist. Dazu wurden in beiden Städten Stichproben von je 150 Läden zufällig ausgewählt. In der Berliner Stichprobe sind 20% der Läden nach 18.30 Uhr geöffnet, in der Münchener Stichprobe 10%.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Approx. Gauß-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der *Betrag* des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 2.50]$. (B) $(2.50, 2.60]$. (C) $(2.60, 2.70]$. (D) $(2.70, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A53: (A) beibehalten. (B) abgelehnt.

Aufgabe
An einem Seminar des Bundesinstituts für Berufsbildung nahmen 100 Männer und 50 Frauen teil. 22% der Männer und 56% der Frauen waren nicht erwerbstätig. Führen Sie einen χ^2-Unabhängigkeitstest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch, um zu prüfen, ob die Merkmale Geschlecht und Erwerbstätigkeit bezogen auf den Teilnehmerkreis der Seminars unabhängig sind. Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[0, 16]$. (B) $(16, 19]$. (C) $(19, 22]$. (D) $(22, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.6]$. (D) $(4.6, \infty)$.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	200	198	196	200	205

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
r liegt in

A56: (A) $[-1, 0.56]$. (B) $(0.56, 0.59]$. (C) $(0.59, 0.62]$. (D) $(0.62, 1]$.

Aufgabe
Ein Analyst interessiert sich für die Entwicklung des Handymarktes. Für die letzten $n = 5$ Jahre setzt er das Jahr x_i in Beziehung zur Anzahl der Smartphone-Nutzer y_i in dem entsprechenden Jahr (in Millionen). Vereinfachend sei hierbei $x_1 = 1$ anstelle von 2011, $x_2 = 2$ anstelle von 2012 usw. bis $x_5 = 5$ anstelle von 2015. Es wird von einem linearen Modell

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

für $i = 1, \ldots, 5$ ausgegangen. Als Ergebnisse der Regression erhält der Analyst insbesondere

$$\hat{\alpha} = 7.40, \qquad \hat{\beta} = 7.60, \qquad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.5533.$$

(a) Es soll zum Niveau $\alpha^* = 0.05$ geprüft werden, ob pro Jahr von einem signifikanten Zuwachs an Smartphone-Nutzern von mehr als 5 Millionen Personen auszugehen ist. Der Wert der Teststatistik liegt dann in

A57: (A) $(-\infty, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.6]$. (D) $(4.6, \infty)$.

Der kritische Wert zum Testproblem liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.5]$. (C) $(2.5, 2.8]$. (D) $(2.8, \infty)$.

(b) Wir gehen vom Ergebnis des linearen Regressionsmodells aus. Dann liegt die prognostizierte Anzahl von Smartphone-Nutzern im Jahr 2016 im Intervall (Angaben in Millionen)

A59: (A) $(-\infty, 52.5]$. (B) $(52.5, 53.5]$. (C) $(53.5, 54.5]$. (D) $(54.5, \infty)$.

(c) Der Schätzwert für σ liegt in

A60: (A) $(-\infty, 1.50]$. (B) $(1.50, 1.60]$. (C) $(1.60, 1.70]$. (D) $(1.70, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2015, 2. Termin, 2. September 2015
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Peter Lustig hat seine 4-stellige PIN vergessen, die sich aus den Ziffern $0, 1, \ldots, 9$ zusammensetzt und von der er nur noch weiß, dass sie mit einer geraden Ziffer, die nicht 0 ist, anfängt und dass in ihr genau eine 3 vorkommt. Die Anzahl der verschiedenen PINs, die sich dann noch bilden lassen, liegt in

A1: (A) $[0, 800]$. (B) $(800, 1\,600]$. (C) $(1\,600, 2\,400]$. (D) $(2\,400, \infty)$.

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 6 rote, 5 blaue und 3 grüne Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen zufällig aus der Urne entnommen.

(a) Die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine rote, im zweiten eine blaue und im dritten eine grüne Kugel zu ziehen, ist dann im Intervall

A2: (A) $[0, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.050]$. (C) $(0.050, 0.055]$. (D) $(0.055, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte Kugel, die gezogen wird, rot ist, liegt in

A3: (A) $[0, 0.44]$. (B) $(0.44, 0.47]$. (C) $(0.47, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

Aufgabe

Gegeben seien drei Ereignisse A, B und C. Dann ist $A \setminus (B \setminus C)$ stets gleich

A4: (A) $(A \setminus B) \setminus C$. (B) $(C \setminus B) \setminus A$. (C) $(A \setminus C) \cup (A \cap B)$. (D) $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

Aufgabe

Von einer Gemeinde sei folgendes bekannt: 55% der Einwohner sind weiblich, 45% kaufen im örtlichen Bioladen ein und der Anteil der Personen, die weiblich sind und im Bioladen einkaufen, betrage 30%.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Gemeinde zufällig ausgewählter Einwohner

(a) im Bioladen einkauft und nicht weiblich ist, liegt in

A5: (A) $[0, 0.11]$. (B) $(0.11, 0.14]$. (C) $(0.14, 0.18]$. (D) $(0.18, 1]$.

(b) weiblich ist oder im Bioladen einkauft, liegt in

A6: (A) $(0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe

A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.

Die Aussage „Wenn A und B disjunkt sind, dann sie auch unabhängig.“ ist dann

A7: (A) stets wahr (B) weder stets wahr noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.1, 0.2 bzw. 0.3 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.870]$. (B) $(0.870, 0.880]$. (C) $(0.880, 0.890]$. (D) $(0.890, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei verteilt gemäß der Verteilungsfunktion

$$F(x) = 0.6 \cdot I_{[2,5)}(x) + 0.8 \cdot I_{[5,10)}(x) + I_{[10,\infty)}(x)$$

(a) $P(X = 5)$ ist gleich

A9: (A) 0.5. (B) 0.3. (C) 0.8. (D) (A)–(C) sind falsch.

(b) $E(X)$ liegt im Intervall

A10: (A) $(3.5, 3.7]$. (B) $(3.7, 3.9]$. (C) $(3.9, 4.1]$. (D) $(4.1, 4.3]$.

(c) $Var(X)$ ist in

A11: (A) $(8.0, 8.5]$. (B) $(8.5, 9.0]$. (C) $(9.0, 9.5]$. (D) $(9.5, 10.0]$.

(d) Das 0.75-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 2. (B) 5. (C) 10. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine stetige Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{16} \cdot x^2\right) I_{[0,2]}(x).$$

(a) $P(0.5 \leq X < 2.5)$ liegt in

A13: (A) $[0, 0.62]$. (B) $(0.62, 0.64]$. (C) $(0.64, 0.67]$. (D) $(0.67, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X liegt in

A14: (A) $(-\infty, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.80]$. (D) $(0.80, \infty)$.

(c) Die Varianz von X liegt in

A15: (A) $[0, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.22]$. (C) $(0.22, 0.26]$. (D) $(0.26, \infty)$.

Aufgabe
Eine Münze mit den Seiten ‚Zahl' und ‚Wappen' werde 3 Mal geworfen. X gebe an, wie oft ‚Zahl' geworfen wurde und Y, wie oft ‚Wappen' geworfen wurde. Dann ist

A16: (A) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 1\}$. (B) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 1\}$. (C) $\{Y \geq 2\} = \{X \geq 2\}$. (D) $\{Y \geq 2\} = \{X \leq 2\}$.

X und Y sind dann

A17: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F und Träger $\{1, 2, 3, 4\}$.
(a) Die Verteilungsfunktion von X ist dann stets

A18: (A) stetig. (B) stückweise konstant. (C) (A) und (B) sind falsch.

(b) Die Aussage $P(X \geq 4) > 0$ ist dann

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Y sei das Gewicht eines Briefumschlages und X_i das Gewicht eines Blattes Papier (alle Angaben in g). Die Gewichte mögen unabhängig voneinander variieren und werden als Zufallsvariablen aufgefasst:

$$E(X_i) = 7, \qquad E(Y) = 5, \qquad \sigma_{X_i} = 0.4, \qquad \sigma_Y = 0.3.$$

Ein Brief bestehe aus einem Briefumschlag und 2 Blättern Papier. Das Gesamtgewicht des Briefes sei B.
(a) Der Erwartungswert von B liegt in

A20: (A) $(-\infty, 20]$. (B) $(20, 22]$. (C) $(22, 24]$. (D) $(24, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von B liegt in

A21: (A) $(0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.63]$. (C) $(0.63, 0.66]$. (D) $(0.66, \infty)$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable und $E(X^2) < \infty$ sowie $E(X^4) < \infty$.
Die Ungleichung $E(X^4) < (E(X^2))^2$ ist dann

A22: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Erfahrungsgemäß kaufen 30% der Kunden, die ein bestimmtes Geschäft betreten, dort auch ein. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 8 Kunden, die dieses Geschäft betreten, genau 3 etwas einkaufen, ist in

A23: (A) $[0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Lotterie gebe es 2000 Tippmöglichkeiten. Bei der Ziehung wird ein Tipp zufällig ausgewählt und mit einem Gewinn belohnt. Gehen Sie davon aus, dass 4500 Spielscheine mit einem zufälligen Tipp und unabhängig voneinander ausgefüllt werden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Spielschein richtig tippt, liegt in

A24: (A) $(0.85, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) $(0.94, 0.97]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 4 und Varianz 3.24.
(a) $P(1 \leq X \leq 6)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.77]$. (C) $(0.77, 0.80]$. (D) $(0.80, 1]$.

(b) Das 0.95-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 6.4]$. (B) $(6.4, 6.8]$. (C) $(6.8, 7.2]$. (D) $(7.2, \infty)$.

Aufgabe
X sei standardnormalverteilt. Das 0.98-Quantil von $Y = |X|$ ist dann in

A27: (A) $(1.73, 1.78]$. (B) $(1.93, 1.98]$. (C) $(2.03, 2.08]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.36	0.24
1	0.24	0.16

(a) $E((X + 1) \cdot (Y + 3))$ liegt in

A28: (A) $(-\infty, 4.70]$. (B) $(4.70, 4.90]$. (C) $(4.90, 5.10]$. (D) $(5.10, \infty)$.

(b) X und Y sind unabhängig. Die Aussage ist

A29: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A30: (A) $Z \sim B(2, 0.6)$. (B) $Z \sim B(2, 0.4)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $E(X|Y = 0)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.32]$. (B) $(0.32, 0.37]$. (C) $(0.37, 0.42]$. (D) $(0.42, 1]$.

Aufgabe
Seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. gemäß Dichtefunkton $f(x) = 0.2I_{[-2.5,2.5]}(x)$.
(a) $P(|\bar{X}_n| > 0.01)$ konvergiert für $n \to \infty$ gegen einen Wert aus

A32: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.7]$. (D) $(0.7, 1]$.

(b) plim $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right)$ für $n \to \infty$ liegt in

A33: (A) $(-\infty, 2.05]$. (B) $(2.05, 2.20]$. (C) $(2.20, 2.35]$. (D) $(2.35, \infty)$.

Aufgabe
Für die Nachfragemenge X_i (in Stück) nach einem Artikel an einem Tag i gilt bei einem Unternehmen folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	3	6
P(X=x)	2/3	1/3

$X_1, \ldots, X_{100}$ seien unabhängig und S bezeichne die Gesamtmenge, die an den Tagen 1 bis 100 nachgefragt wurde. Die (approximative) Wahrscheinlichkeit, dass S größer als 394 Stück ist, liegt in

A34: (A) $[0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.64]$. (C) $(0.64, 0.68]$. (D) $(0.68, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien Po(λ)-verteilt und

$$\hat{\Lambda}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \Lambda_n^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$$

seien Schätzer für λ.
(a) Folgende Schätzer sind erwartungstreu für λ:

A35: (A) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (B) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (C) Nur Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

(b) Folgende Schätzer sind konsistent für λ:

A36: (A) $\hat{\Lambda}_n$ und Λ_n^*. (B) Nur $\hat{\Lambda}_n$ (C) Nur Λ_n^*. (D) Weder $\hat{\Lambda}_n$ noch Λ_n^*.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ u.i.v. seien verteilt gemäß folgender Verteilungstabelle

x	0	1	5
$P(X_i = x)$	0.5	$0.5 - \theta$	θ

für einen Parameter $\theta \in [0, 0.5]$. Der Momentenschätzer für θ ist dann

A37: (A) $0.25\bar{X}_n - 0.125$. (B) $0.5\bar{X}_n - 0.25$. (C) $0.5\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Gegeben seien folgende Realisierungen von u.i.v. normalverteilten Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$:

2.38, 3.26, 2.05, 2.97, 2.44.

(a) Die Stichprobenvarianz liegt im Intervall

A38: (A) $[0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.27]$. (D) $(0.27, \infty)$.

(b) Die obere Grenze des 0.98-Konfidenzintervalls für den Parameter μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 3.20]$. (B) $(3.20, 3.30]$. (C) $(3.30, 3.40]$. (D) $(3.40, \infty)$.

Aufgabe
In einer repräsentativen Stichprobenerhebung sei festgestellt worden, dass von 300 befragten Personen 165 ein Smartphone besitzen. π sei der Anteil der Smartphonebesitzer an der Gesamtbevölkerung. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A40: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe
X sei eine Zufallsvariable zur Beschreibung eines zufälligen Merkmals mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 36$. Auf der Basis einer Stichprobe vom Umfang $n = 100$ wurde für μ das approximative $(1 - \alpha)$-Konfidenzintervall $[247.0, 249.5]$ berechnet. α liegt dann im Intervall

A41: (A) $[0, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.030]$. (C) $(0.030, 0.035]$. (D) $(0.035, 1]$.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner oder gleich 0.05.“ ist

A42: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 500 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 15 Mal bzw. 450 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.04]$. (B) in $(0.04, 0.10]$. (C) in $(0.10, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.15]$. (B) in $(0.15, 0.85]$. (C) in $(0.85, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.025$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 1.8 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      12    2.035103    .1626196    .5633309     1.67718    2.393026
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   1.4457
Ho: mean = 1.8                                   degrees of freedom =       11

   Ha: mean < 1.8               Ha: mean != 1.8                 Ha: mean > 1.8
 Pr(T < t) = 0.9119         Pr(|T| > |t|) = 0.1761          Pr(T > t) = 0.0881
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A45: (A) $[0, 0.310]$. (B) $(0.310, 0.325]$. (C) $(0.325, 0.340]$. (D) $(0.340, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A46: (A) $(-\infty, 1.99]$. (B) $(1.99, 2.12]$. (C) $(2.12, 2.25]$. (D) $(2.25, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A47: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. normalverteilt mit unbekanntem Parametern μ und unbekannter Varianz σ^2. Ausgehend von 20 Beobachtungswerten wurden die folgenden drei Konfidenzintervalle (KI) für μ bestimmt:

Niveau	0.90	0.95	0.975
KI	[5.039,5.296]	[5.012,5.323]	[4.987,5.348]

Der p-Wert zum Testproblem $H_0 : \mu = 5$ liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.025)$. (B) $[0.025, 0.050)$. (C) $[0.050, 0.100)$. (D) $[0.100, 1]$.

Aufgabe
Bei einer Autobahnkontrolle wurden 100 Pkw hinsichtlich der Winterbereifung kontrolliert. Dabei ergaben sich 22 Beanstandungen. Es soll die Aussage „Der Anteil an Beanstandungen ist damit bei einem Niveau von 5% signifikant höher als 15%.“ geprüft werden
Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.70]$. (B) $(1.70, 1.90]$. (C) $(1.90, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

Die Aussage ist

A50: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Anteil der Läden in Berlin bzw. München, die noch nach 18.30 Uhr geöffnet sind, werde mit π_1 bzw. π_2 bezeichnet. Mit einem geeigneten Test soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nachgewiesen werden, dass $\pi_1 > \pi_2$ ist. Dazu wurden in beiden Städten Stichproben von je 200 Läden zufällig ausgewählt. In der Berliner Stichprobe sind 25% der Läden nach 18.30 Uhr geöffnet, in der Münchener Stichprobe 15%.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) t-Test. (B) Gauß-Test. (C) Approx. Binomial-Test. (D) Approx. Gauß-Test.

(b) Der *Betrag* des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 2.45]$. (B) $(2.45, 2.55]$. (C) $(2.55, 2.65]$. (D) $(2.65, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A53: (A) abgelehnt. (B) beibehalten.

Aufgabe
An einem Seminar des Bundesinstituts für Berufsbildung nahmen 50 Männer und 100 Frauen teil. 52% der Männer und 66% der Frauen waren nicht erwerbstätig. Führen Sie einen χ^2-Unabhängigkeitstest zum Niveau $\alpha = 0.025$ durch, um zu prüfen, ob die Merkmale Geschlecht und Erwerbstätigkeit bezogen auf den Teilnehmerkreis der Seminars unabhängig sind. Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[0, 2.3]$. (B) $(2.3, 2.6]$. (C) $(2.6, 2.9]$. (D) $(2.9, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $[0, 4.9]$. (B) $(4.9, 5.2]$. (C) $(5.2, 5.5]$. (D) $(5.5, \infty)$.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	300	294	296	302	310

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
r liegt in

A56: (A) $[-1, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.73]$. (C) $(0.73, 0.76]$. (D) $(0.76, 1]$.

Aufgabe
Ein Analyst interessiert sich für die Entwicklung des Handymarktes. Für die letzten $n = 6$ Jahre setzt er das Jahr x_i in Beziehung zur Anzahl der Smartphone-Nutzer y_i in dem entsprechenden Jahr (in Millionen). Vereinfachend sei hierbei $x_1 = 1$ anstelle von 2010, $x_2 = 2$ anstelle von 2011 usw. bis $x_6 = 6$ anstelle von 2015. Es wird von einem linearen Modell

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ u.i.v.},$$

für $i = 1, \ldots, 6$ ausgegangen. Als Ergebnisse der Regression erhält der Analyst insbesondere

$$\hat{\alpha} = 4.20, \qquad \hat{\beta} = 7.80, \qquad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.6033.$$

(a) Es soll zum Niveau $\alpha^* = 0.05$ geprüft werden, ob pro Jahr von einem signifikanten Zuwachs an Smartphone-Nutzern von mehr als 5.5 Millionen Personen auszugehen ist. Der Wert der Teststatistik liegt dann in

A57: (A) $(-\infty, 3.7]$. (B) $(3.7, 4.0]$. (C) $(4.0, 4.3]$. (D) $(4.3, \infty)$.

Der kritische Wert zum Testproblem liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.2]$. (D) $(2.2, \infty)$.

(b) Wir gehen vom Ergebnis des linearen Regressionsmodells aus. Dann liegt die prognostizierte Anzahl von Smartphone-Nutzern im Jahr 2016 im Intervall (Angaben in Millionen)

A59: (A) $(-\infty, 56]$. (B) $(56, 57]$. (C) $(57, 58]$. (D) $(58, \infty)$.

(c) Der Schätzwert für σ liegt in

A60: (A) $(-\infty, 2.35]$. (B) $(2.35, 2.45]$. (C) $(2.45, 2.55]$. (D) $(2.55, \infty)$.