Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 1. Termin, 11. Juni 2011
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

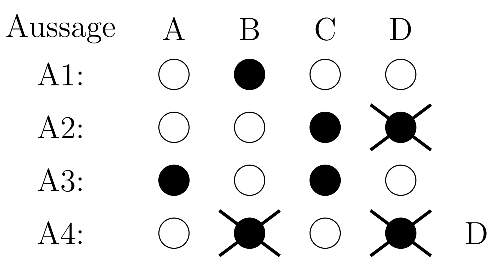
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 7 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f' und zwei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 4 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 200]$. (B) $(200, 400]$. (C) $(400, 600]$. (D) $(600, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 45 Kugeln, die von 1 bis 45 durchnummeriert sind. Es werden 5 Kugeln nacheinander und ohne Zurücklegen aus der Urne gezogen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Zahlen kleiner als 21 sind, ist in

A2: (A) $[0, 0.01]$. (B) $(0.01, 0.03]$. (C) $(0.03, 0.05]$. (D) $(0.05, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass im dritten Zug die Zahl ‚3' gezogen wird, ist in

A3: (A) $(0, 0.01]$. (B) $(0.01, 0.015]$. (C) $(0.015, 0.02]$. (D) $(0.02, 1]$.

Aufgabe
Über die erwachsenen Personen einer süddeutschen Region sei folgendes bekannt: Der Anteil der Katholiken beträgt 60%. Der Anteil der Befürworter einer ökologischen Steuerreform beträgt 40% und der Anteil der Personen, die katholisch sind und Befürworter einer ökologischen Steuerreform, beträgt 25%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in der betrachteten Region zufällig ausgewählter Erwachsener
(a) Befürworter einer ökologischen Steuerreform und nicht katholisch ist, liegt in

A4: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

(b) katholisch oder Befürworter einer ökologischen Steuerreform ist, liegt in

A5: (A) $(0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.80]$. (D) $(0.80, 1]$.

Aufgabe
Eine (potentiell) ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde genau einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A6: (A) {(Z,Z)}=4/9. (B) P((Z,Z))=4/9. (C) P({(Z,Z)})=4/9. (D) P({Z,Z})=4/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A7: (A) $(0, 0.3]$. (B) $(0.3, 0.4]$. (C) $(0.4, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

Aufgabe
Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.1 bzw. 0.1 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.975]$. (B) $(0.975, 0.985]$. (C) $(0.985, 0.995]$. (D) $(0.995, 1]$.

Aufgabe
A, B und C seien Ereiginsse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.
(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(A \cap B) \leq P(A \cap C)$. Die Aussage ist

A9: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) A und B seien unabhängig. Dann gilt $P(A \setminus B) = P(A)$. Die Aussage ist

A10: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ,1' oder eine ,6' erscheint, höchstens jedoch dreimal. X bezeichne die Anzahl der Ausspielungen des Würfels.
(a) X ist

A11: (A) stetig. (B) weder stetig noch diskret. (C) diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 3 annimmt, ist in

A12: (A) $[0, 0.48]$. (B) $(0.48, 0.53]$. (C) $(0.53, 0.58]$. (D) $(0.58, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit $P(X = -1) = 0.4$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$, $P(X = 3) = 0.3$.
(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 1.5 ist

A13: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [1, 3))$ liegt in

A14: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A15: (A) $(0, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.6]$. (C) $(2.6, 3]$. (D) $(3, \infty)$.

Aufgabe
Eine Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{4}, & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) $P(0.5 \leq X < 2.5)$ liegt in

A16: (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.86]$. (C) $(0.86, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 2 ist in

A17: (A) $(-\infty, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.70]$. (D) $(0.70, \infty)$.

(c) Der Erwartungswert von X liegt in

A18: (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 1.8]$. (C) $(1.8, 1.9]$. (D) $(1.9, \infty)$.

Aufgabe
In einer Region sind zur Stromversorung 8 Kraftwerke in Betrieb, darunter 3 Kraftwerke vom Typ K_1, 1 Kraftwerk vom Typ K_2 sowie 4 Kraftwerke vom Typ K_3. X_i bezeichne die tägliche Emission eines bestimmten Schadstoffes beim Betrieb von Kraftwerkstyp K_i. X_1, X_2, X_3 seien Zufallsvariablen (Werte in kg) mit

$$\begin{array}{ccc} E(X_1) = 75, & E(X_2) = 34, & E(X_3) = 43, \\ Var(X_1) = 16, & Var(X_2) = 36, & Var(X_3) = 25. \end{array}$$

Dabei seien die Emissionen der 8 Kraftwerke unabhängig voneinander. Y (in kg) bezeichne die von den 8 Kraftwerken der Region zusammen verursachte tägliche Emissionsmenge des betrachteten Schadstoffes.
(a) Der Erwartungswert von Y liegt in

A19: (A) $(-\infty, 400]$. (B) $(400, 420]$. (C) $(420, 440]$. (D) $(440, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von Y liegt in

A20: (A) $(0, 12]$. (B) $(12, 15]$. (C) $(15, 18]$. (D) $(18, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 1 und Varianz 2. Es sei $Z = X \cdot Y$.
Var(Z) liegt in

A21: (A) $[0, 3]$. (B) $(3, 5]$. (C) $(5, 7]$. (D) $(7, \infty)$.

Aufgabe
60% der Kunden, die eine Luxemburger Bank betreten, tätigen eine Einzahlung. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Kunden, die diese Bank betreten, genau 8 eine Einzahlung tätigen, ist in

A22: (A) $[0, 0.09]$. (B) $(0.09, 0.11]$. (C) $(0.11, 0.13]$. (D) $(0.13, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 5.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A23: (A) $(0, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 11 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 3 und Varianz 2.25.
(a) $P(1 \leq X \leq 4)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

(b) Das 0.9-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 4.25]$. (B) $(4.25, 4.55]$. (C) $(4.55, 4.85]$. (D) $(4.85, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1,3)$ und $Y \sim \text{Exp}(2)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.5]$. (C) $(4.5, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

(b) $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 0.26]$. (B) $(0.26, 0.29]$. (C) $(0.29, 0.32]$. (D) $(0.32, \infty)$.

Hinweis: $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(|x|) + C$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.36	0.16
1	0.23	0.25

(a) $E((X+1)\cdot(Y+2))$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 3.4]$. (B) $(3.4, 3.5]$. (C) $(3.5, 3.6]$. (D) $(3.6, \infty)$.

(b) X und Y sind nicht unabhängig. Die Aussage ist

A30: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A31: (A) $Z \sim B(2, 0.5)$. (B) $Z \sim B(2, 0.6)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $Var(X|Y=0)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.230]$. (B) $(0.230, 0.245]$. (C) $(0.245, 0.260]$. (D) $(0.260, 1]$.

Aufgabe
(X,Y) sei gemeinsam stetig verteilt mit Dichtefunktion

$$f(x,y) = \frac{4}{5}\cdot(1 + x\cdot y)I_{[0,1]}(x)I_{[0,1]}(y).$$

(a) $P(X < 0.8)$ liegt in

A33: (A) $[0, 0.69]$. (B) $(0.69, 0.72]$. (C) $(0.72, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y)$ liegt in

A34: (A) $(-\infty, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.33]$. (D) $(0.33, \infty)$.

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 180-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 32-mal auftritt, liegt in

A35: (A) $[0, 0.71]$. (B) $(0.71, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.77]$. (D) $(0.77, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x_i \setminus y_i$	0	2
-1	0.2	$0.3 \cdot (1-\theta)$
1	$0.3 \cdot (1+\theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A36: (A) $0.4 + 0.5 \cdot \theta$. (B) $0.3 + 0.4 \cdot \theta$. (C) $-0.2 + 0.6 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A37: (A) $2 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_i \sim B(1, e^{\theta})$ u.i.v., wobei $\theta < 0$ ist. Der Momentenschätzer für θ ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $-\ln(\bar{X}_n)$. (C) $e^{\bar{X}_n}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 9000, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 822\,100.$$

Das 0.95-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Verkaufspreis enthält den Wert

A39: (A) 91.9. (B) 87.3. (C) 92.9. (D) 86.3.

Aufgabe
Der Empfänger einer Lieferung von 10 000 Metallschrauben will die Lieferung zurückweisen, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 196 durch den Approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.05 nachweisen kann, dass der Anteil fehlerhafter Schrauben größer als 8 Prozent ist. Die Lieferung enthalte 1500 fehlerhafte Schrauben.
Die Wahrscheinlichkeit, mit der die Lieferung zurückgewiesen wird, liegt in

A40: (A) $[0, 0.89]$. (B) $(0.89, 0.93]$. (C) $(0.93, 0.97]$. (D) $(0.97, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.25. Zu testen sei $H_0 : \mu \leq 1$ zum Signifikanzniveau 0.0668. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.34.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, 1.70]$. (B) $(1.70, 1.90]$. (C) $(1.90, 2.10]$. (D) $(2.10, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Test ist im Intervall

A42: (A) $[0, 0.005]$. (B) $(0.005, 0.01]$. (C) $(0.01, 0.02]$. (D) $(0.02, 1]$.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 400 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 20 Mal bzw. 120 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 2$ ist

A43: (A) in $(0, 0.35]$. (B) in $(0.35, 0.65]$. (C) in $(0.65, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A44: (A) in $(0, 0.05]$. (B) in $(0.05, 0.90]$. (C) in $(0.90, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner oder gleich 0.05.“ ist

A45: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      20    2.036895    .0426652    .1908047    1.947595    2.126194
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   0.8647
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       19

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.8010         Pr(|T| > |t|) = 0.3980          Pr(T > t) = 0.1990
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A46: (A) $[0, 0.04]$. (B) $(0.04, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.16]$. (D) $(0.16, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.63]$. (B) $(1.63, 1.67]$. (C) $(1.67, 1.71]$. (D) $(1.71, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

Aufgabe
Der Verband der Bekleidungsindustrie will die Annahme, dass 20% der Frauen Konfektionsgröße 40 tragen, mit einem Signifikanztest ($\alpha = 0.05$) bestätigen. In einer Stichprobe von 100 Frauen trugen 25% die Konfektionsgröße 40.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.7]$. (C) $(1.7, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

(b) Der Test entscheidet zugunsten der Annahme des Verbandes. Die Aussage ist

A50: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 200 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 200 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 5.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Approx. Gauß-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 1.9]$. (B) $(1.9, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.3]$. (D) $(2.3, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A53: (A) nicht bestätigt. (B) bestätigt.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	197	198	196	200	205

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
(a) Der Wert der Stichprobenvarianz der Kurs-Daten liegt in

A54: (A) $[0, 12.1]$. (B) $(12.1, 13.1]$. (C) $(13.1, 14.1]$. (D) $(14.1, \infty)$.

(b) r liegt in

A55: (A) $[-1, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) $(0.88, 1]$.

Aufgabe
An einer Fachhochschule hat man bei den Statistikklausuren der vergangenen 20 Semester für die Durchfallquote y (in %) und die durchschnittlich erreichte Punktzahl x folgende Kenngrößen bestimmt:

$$\bar{x} = 18, \quad \bar{y} = 24, \quad s_X = 2, \quad s_Y = 5, \quad s_{XY} = -6.$$

Aus diesen Angaben soll die KQ-Gerade bestimmt werden, mit der man zu vorgegebener durchschnittlicher Punktzahl auf die zugehörige mittlere Durchfallquote schließen kann.
(a) Der KQ-Koeffizient für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.9]$. (B) $(-1.9, -1.4]$. (C) $(-1.4, -0.9]$. (D) $(-0.9, \infty)$.

(b) Der Wert der Gerade an der Stelle $x = 17$ liegt in

A57: (A) $(-\infty, 24.5]$. (B) $(24.5, 25.5]$. (C) $(25.5, 26.5]$. (D) $(26.5, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 1.44, \quad s_Y^2 = 9.98, \quad \hat{\alpha} = 5.20, \quad \hat{\beta} = -1.98, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.600, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.174.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -1.80]$. (B) $(-1.80, -1.70]$. (C) $(-1.70, -1.60]$. (D) $(-1.60, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A59: (A) $(-\infty, 0.55]$. (B) (0.55,0.58]. (C) (0.58,0.61]. (D) $(0.61, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression, $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, mit Normalverteilungsannahme bezeichnen $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ die Parameterschätzer und $\hat{Y}_i$ die KQ-gefitteten Werte.
Die Aussage „$E(\hat{Y}_i) = Y_i$ für i=1,...,n“ ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 1. Termin, 11. Juni 2011
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 8 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f','g' und zwei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 5 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 4000]$. (B) $(4000, 7000]$. (C) $(7000, 10\,000]$. (D) $(10\,000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 40 Kugeln, die von 1 bis 40 durchnummeriert sind. Es werden 5 Kugeln nacheinander und ohne Zurücklegen aus der Urne gezogen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Zahlen kleiner als 31 sind, ist in

A2: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.23]$. (D) $(0.23, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass im dritten Zug die Zahl ‚3' gezogen wird, ist in

A3: (A) $(0, 0.015]$. (B) $(0.015, 0.025]$. (C) $(0.025, 0.035]$. (D) $(0.035, 1]$.

Aufgabe
Über die erwachsenen Personen einer süddeutschen Region sei folgendes bekannt: Der Anteil der Katholiken beträgt 70%. Der Anteil der Befürworter einer ökologischen Steuerreform beträgt 40% und der Anteil der Personen, die katholisch sind und Befürworter einer ökologischen Steuerreform, beträgt 25%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in der betrachteten Region zufällig ausgewählter Erwachsener
(a) Befürworter einer ökologischen Steuerreform und nicht katholisch ist, liegt in

A4: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

(b) katholisch oder Befürworter einer ökologischen Steuerreform ist, liegt in

A5: (A) $(0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.80]$. (D) $(0.80, 1]$.

Aufgabe
Eine (potentiell) ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde mindestens einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A6: (A) P((Z,W))=2/9. (B) P({(Z,W)})=2/9. (C) P({Z,W})=2/9. (D) {(Z,W)}=2/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A7: (A) $(0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.06 bzw. 0.1 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Bauteil ausfällt, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.97]$. (B) $(0.97, 0.98]$. (C) $(0.98, 0.99]$. (D) $(0.99, 1]$.

Aufgabe
A, B und C seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.
(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(B \setminus A) \leq P(C \setminus A)$. Die Aussage ist

A9: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) A und B seien unabhängig. Dann gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Die Aussage ist

A10: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch vier Mal. X bezeichne die Anzahl der Ausspielungen des Würfels.
(a) X ist

A11: (A) diskret. (B) stetig. (C) weder stetig noch diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 4 annimmt, ist in

A12: (A) $[0, 0.44]$. (B) $(0.44, 0.49]$. (C) $(0.49, 0.54]$. (D) $(0.54, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit $P(X = -2) = 0.3$, $P(X = -1) = 0.4$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$.
(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 2 ist

A13: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in (0, 1])$ liegt in

A14: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A15: (A) $(0, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, \infty)$.

Aufgabe
Eine Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1.5 - \frac{x}{3}, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) $P(0.5 \leq X < 1.5)$ liegt in

A16: (A) $[0, 0.53]$. (B) $(0.53, 0.56]$. (C) $(0.56, 0.59]$. (D) $(0.59, 1]$.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 1.8 ist in

A17: (A) $(-\infty, 0.78]$. (B) $(0.78, 0.81]$. (C) $(0.81, 0.84]$. (D) $(0.84, \infty)$.

(c) Der Erwartungswert von X liegt in

A18: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.6]$. (C) $(1.6, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

Aufgabe
In einer Region sind zur Stromversorung 8 Kraftwerke in Betrieb, darunter 2 Kraftwerke vom Typ K_1, 3 Kraftwerke vom Typ K_2 sowie 3 Kraftwerke vom Typ K_3. X_i bezeichne die tägliche Emission eines bestimmten Schadstoffes beim Betrieb von Kraftwerkstyp K_i. X_1, X_2, X_3 seien Zufallsvariablen (Werte in kg) mit

$$E(X_1) = 60, \quad E(X_2) = 34, \quad E(X_3) = 30,$$
$$Var(X_1) = 25, \quad Var(X_2) = 36, \quad Var(X_3) = 25.$$

Dabei seien die Emissionen der 8 Kraftwerke unabhängig voneinander. Y (in kg) bezeichne die von den 8 Kraftwerken der Region zusammen verursachte tägliche Emissionsmenge des betrachteten Schadstoffes.
(a) Der Erwartungswert von Y liegt in

A19: (A) $(-\infty, 265]$. (B) $(265, 285]$. (C) $(285, 305]$. (D) $(305, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von Y liegt in

A20: (A) $(0, 16]$. (B) $(16, 19]$. (C) $(19, 21]$. (D) $(21, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 2 und Varianz 1. Es sei $Z = X \cdot Y$.
Var(Z) liegt in

A21: (A) $[0, 3]$. (B) $(3, 6]$. (C) $(6, 9]$. (D) $(9, \infty)$.

Aufgabe
70% der Kunden, die eine Luxemburger Bank betreten, tätigen eine Einzahlung. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 12 Kunden, die diese Bank betreten, genau 8 eine Einzahlung tätigen, ist in

A22: (A) $[0, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.22]$. (D) $(0.22, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 4.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A23: (A) $(0, 0.71]$. (B) $(0.71, 0.76]$. (C) $(0.76, 0.81]$. (D) $(0.81, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 9 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.085]$. (B) $(0.085, 0.105]$. (C) $(0.105, 0.125]$. (D) $(0.125, 1]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 4 und Varianz 2.56.
(a) $P(2 \leq X \leq 4)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.41]$. (D) $(0.41, 1]$.

(b) Das 0.8-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 4.6]$. (B) $(4.6, 4.9]$. (C) $(4.9, 5.2]$. (D) $(5.2, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1, 4)$ und $Y \sim \text{Exp}(1)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 6.5]$. (B) $(6.5, 7.5]$. (C) $(7.5, 8.5]$. (D) $(8.5, \infty)$.

(b) $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 0.38]$. (B) $(0.38, 0.41]$. (C) $(0.41, 0.44]$. (D) $(0.44, \infty)$.

Hinweis: $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(|x|) + C$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.25	0.16
1	0.23	0.36

(a) $E((X + 1) \cdot (Y + 2))$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 3.6]$. (B) $(3.6, 3.8]$. (C) $(3.8, 4.0]$. (D) $(4.0, \infty)$.

(b) X und Y sind nicht unabhängig. Die Aussage ist

A30: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X \cdot Y$:

A31: (A) $Z \sim B(1, 0.36)$. (B) $Z \sim B(2, 0.6)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $Var(X|Y = 0)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.255]$. (B) $(0.255, 0.275]$. (C) $(0.275, 0.295]$. (D) $(0.295, 1]$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam stetig verteilt mit Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{2}{3} \cdot (1 + 2 \cdot x \cdot y) I_{[0,1]}(x) I_{[0,1]}(y).$$

(a) $P(X < 0.3)$ liegt in

A33: (A) $[0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

(b) $E(X^2 \cdot Y)$ liegt in

A34: (A) $(-\infty, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.21]$. (D) $(0.21, \infty)$.

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 240-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich" höchstens 44-mal auftritt, liegt in

A35: (A) $[0, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.77]$. (C) $(0.77, 0.80]$. (D) $(0.80, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x_i \setminus y_i$	0	3
-1	0.2	$0.3 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.3 \cdot (1 + \theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A36: (A) $-0.5 + 0.8 \cdot \theta$. (B) $-0.4 + 0.7 \cdot \theta$. (C) $-0.3 + 0.9 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A37: (A) $0.6 \cdot \theta$. (B) $0.7 \cdot \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_i \sim \text{Exp}(e^\theta)$ u.i.v., wobei $\theta \in \mathbb{R}$ ist. Der Momentenschätzer für θ ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $\ln(-\bar{X}_n)$. (C) $e^{-\bar{X}_n}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 8000, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 652\,000.$$

Das 0.95-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Verkaufspreis enthält den Wert

A39: (A) 76.1. (B) 81.7. (C) 77.2. (D) 82.8.

Aufgabe
Der Empfänger einer Lieferung von 10 000 Metallschrauben will die Lieferung zurückweisen, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 400 durch den Approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.05 nachweisen kann, dass der Anteil fehlerhafter Schrauben größer als 8 Prozent ist. Die Lieferung enthalte 1000 fehlerhafte Schrauben.
Die Wahrscheinlichkeit, mit der die Lieferung zurückgewiesen wird, liegt in

A40: (A) $[0, 0.44]$. (B) $(0.44, 0.48]$. (C) $(0.48, 0.52]$. (D) $(0.52, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.25. Zu testen sei $H_0 : \mu \leq 1$ zum Signifikanzniveau 0.0668. Aus einer Stichprobe von 15 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.34.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, 2.35]$. (B) $(2.35, 2.55]$. (C) $(2.55, 2.75]$. (D) $(2.75, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Test ist im Intervall

A42: (A) $[0, 0.006]$. (B) $(0.006, 0.013]$. (C) $(0.013, 0.020]$. (D) $(0.020, 1]$.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \leq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 400 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 15 Mal bzw. 320 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.04]$. (B) in $(0.04, 0.08]$. (C) in $(0.08, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.25]$. (B) in $(0.25, 0.75]$. (C) in $(0.75, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets größer als 0.05.“ ist

A45: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      25    2.194961     .083897    .4194849    2.021806    2.368116
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.3238
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       24

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.9855         Pr(|T| > |t|) = 0.0289          Pr(T > t) = 0.0145
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A46: (A) $(0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.95]$. (B) $(1.95, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.05]$. (D) $(2.05, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A48: (A) $(0, 0.02]$. (B) $(0.02, 0.04]$. (C) $(0.04, 0.06]$. (D) $(0.06, 1]$.

Aufgabe
Der Verband der Bekleidungsindustrie will die Annahme, dass weniger als 25% der Frauen Konfektionsgröße 40 tragen, mit einem Signifikanztest ($\alpha = 0.05$) zeigen. In einer Stichprobe von 225 Frauen trugen 47 die Konfektionsgröße 40.
(a) Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, 1.1]$. (B) $(1.1, 1.3]$. (C) $(1.3, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

(b) Die Annahme des Verbandes wird

A50: (A) bestätigt. (B) nicht bestätigt.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 150 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 150 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 6.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Gauß-Test. (B) Approx. Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Approx. Binomial-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.6]$. (C) $(1.6, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A53: (A) nicht bestätigt. (B) bestätigt.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	197	198	199	201	207

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
(a) Der Wert der Stichprobenvarianz der Kurs-Daten liegt in

A54: (A) $[0, 14.1]$. (B) $(14.1, 15.1]$. (C) $(15.1, 16.1]$. (D) $(16.1, \infty)$.

(b) r liegt in

A55: (A) $[-1, 0.93]$. (B) $(0.93, 0.95]$. (C) $(0.95, 0.97]$. (D) $(0.97, 1]$.

Aufgabe
An einer Fachhochschule hat man bei den Statistikklausuren der vergangenen 20 Semester für die Durchfallquote y (in %) und die durchschnittlich erreichte Punktzahl x folgende Kenngrößen bestimmt:

$$\bar{x} = 18, \quad \bar{y} = 20, \quad s_X = 2.5, \quad s_Y = 6, \quad s_{XY} = -5.$$

Aus diesen Angaben soll die KQ-Gerade bestimmt werden, mit der man zu vorgegebener durchschnittlicher Punktzahl auf die zugehörige mittlere Durchfallquote schließen kann.
(a) Der KQ-Koeffizient für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -1.0]$. (B) $(-1.0, -0.8]$. (C) $(-0.8, -0.6]$. (D) $(-0.6, \infty)$.

(b) Der Wert der Gerade an der Stelle $x = 16$ liegt in

A57: (A) $(-\infty, 20.1]$. (B) $(20.1, 21.1]$. (C) $(21.1, 22.1]$. (D) $(22.1, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 1.24, \quad s_Y^2 = 13.50, \quad \hat{\alpha} = 5.50, \quad \hat{\beta} = -3.16, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.320, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.094.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -3.15]$. (B) $(-3.15, -3.05]$. (C) $(-3.05, -2.95]$. (D) $(-2.95, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A59: (A) $(-\infty, 0.83]$. (B) (0.83,0.87]. (C) (0.87,0.91]. (D) $(0.91, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression, $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, mit Normalverteilungsannahme bezeichnen $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ die Parameterschätzer und $\hat{\varepsilon}_i$ die KQ-Residuen.
Die Aussage „$E(\hat{\varepsilon}_i) = \varepsilon_i$ für i=1,..,n“ ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 1. Termin, 11. Juni 2011
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

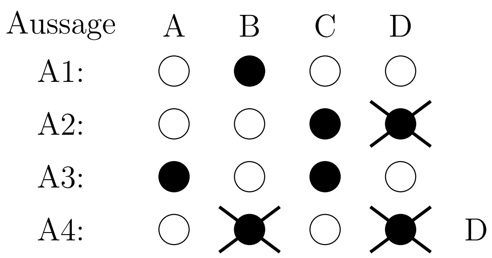
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 7 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f' und zwei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 5 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 1000]$. (B) $(1000, 1500]$. (C) $(1500, 2000]$. (D) $(2000, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 35 Kugeln, die von 1 bis 35 durchnummeriert sind. Es werden 5 Kugeln nacheinander und ohne Zurücklegen aus der Urne gezogen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Zahlen kleiner als 21 sind, ist in

A2: (A) $[0, 0.01]$. (B) $(0.01, 0.03]$. (C) $(0.03, 0.05]$. (D) $(0.05, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass im dritten Zug die Zahl ‚3' gezogen wird, ist in

A3: (A) $(0, 0.015]$. (B) $(0.015, 0.02]$. (C) $(0.02, 0.025]$. (D) $(0.025, 1]$.

Aufgabe
Über die erwachsenen Personen einer süddeutschen Region sei folgendes bekannt: Der Anteil der Katholiken beträgt 60%. Der Anteil der Befürworter einer ökologischen Steuerreform beträgt 50% und der Anteil der Personen, die katholisch sind und Befürworter einer ökologischen Steuerreform, beträgt 25%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in der betrachteten Region zufällig ausgewählter Erwachsener
(a) Befürworter einer ökologischen Steuerreform und nicht katholisch ist, liegt in

A4: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

(b) katholisch oder Befürworter einer ökologischen Steuerreform ist, liegt in

A5: (A) $(0, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.92]$. (D) $(0.92, 1]$.

Aufgabe
Eine (potentiell) ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde im ersten Wurf ‚Wappen' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A6: (A) {(W,Z)}=2/9. (B) P((W,Z))=2/9. (C) P({(W,Z)})=2/9. (D) P({W,Z})=2/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A7: (A) $(0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

Aufgabe
Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.05, 0.1 bzw. 0.15 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Bauteile ausfallen, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.05]$. (C) $(0.05, 0.07]$. (D) $(0.07, 1]$.

Aufgabe
A und B seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$.
(a) $P(A \cup B) \leq P(A \cap B)$. Die Aussage ist

A9: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \setminus B) = P(B \setminus A)$. Die Aussage ist

A10: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ‚5' oder eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch vier Mal. X bezeichne die Anzahl der Ausspielungen des Würfels.
(a) X ist

A11: (A) stetig. (B) weder stetig noch diskret. (C) diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 4 annimmt, ist in

A12: (A) $[0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.32]$. (D) $(0.32, 1]$.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit $P(X = -1) = 0.4$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$, $P(X = 2) = 0.3$.
(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 1.5 ist

A13: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in (0, 1])$ liegt in

A14: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.5]$. (D) $(0.5, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A15: (A) $(0, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

Aufgabe
Eine Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{x}{12}, & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) $P(0.5 \leq X < 2.5)$ liegt in

A16: (A) $[0, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.21]$. (C) $(0.21, 0.24]$. (D) $(0.24, 1]$.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 3 ist in

A17: (A) $(-\infty, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.57]$. (D) $(0.57, \infty)$.

(c) Der Erwartungswert von X liegt in

A18: (A) $(-\infty, 3.2]$. (B) $(3.2, 3.4]$. (C) $(3.4, 3.6]$. (D) $(3.6, \infty)$.

Aufgabe
In einer Region sind zur Stromversorung 8 Kraftwerke in Betrieb, darunter 3 Kraftwerke vom Typ K_1, 2 Kraftwerke vom Typ K_2 sowie 3 Kraftwerke vom Typ K_3. X_i bezeichne die tägliche Emission eines bestimmten Schadstoffes beim Betrieb von Kraftwerkstyp K_i. X_1, X_2, X_3 seien Zufallsvariablen (Werte in kg) mit

$$\begin{array}{rrr} E(X_1) = 80, & E(X_2) = 34, & E(X_3) = 55, \\ Var(X_1) = 36, & Var(X_2) = 36, & Var(X_3) = 25. \end{array}$$

Dabei seien die Emissionen der 8 Kraftwerke unabhängig voneinander. Y (in kg) bezeichne die von den 8 Kraftwerken der Region zusammen verursachte tägliche Emissionsmenge des betrachteten Schadstoffes.
(a) Der Erwartungswert von Y liegt in

A19: (A) $(-\infty, 480]$. (B) $(480, 500]$. (C) $(500, 520]$. (D) $(520, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von Y liegt in

A20: (A) $(0, 17]$. (B) $(17, 19]$. (C) $(19, 21]$. (D) $(21, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 1 und Varianz 1. Es sei $Z = X \cdot Y$.
Var(Z) liegt in

A21: (A) $(-\infty, 1]$. (B) $(1, 2]$. (C) $(2, 3]$. (D) $(3, \infty)$.

Aufgabe
60% der Kunden, die eine Luxemburger Bank betreten, tätigen eine Einzahlung. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 12 Kunden, die diese Bank betreten, genau 9 eine Einzahlung tätigen, ist in

A22: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.19]$. (D) $(0.19, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 6.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A23: (A) $(0, 0.89]$. (B) $(0.89, 0.92]$. (C) $(0.92, 0.95]$. (D) $(0.95, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 12 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.12]$. (C) $(0.12, 0.14]$. (D) $(0.14, 1]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 2 und Varianz 1.96.
(a) $P(0 \leq X \leq 3)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.61]$. (B) $(0.61, 0.64]$. (C) $(0.64, 0.67]$. (D) $(0.67, 1]$.

(b) Das 0.7-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 2.05]$. (B) $(2.05, 2.35]$. (C) $(2.35, 2.65]$. (D) $(2.65, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1, 5)$ und $Y \sim \text{Exp}(3)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 8.5]$. (B) $(8.5, 9.5]$. (C) $(9.5, 10.5]$. (D) $(10.5, \infty)$.

(b) $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 0.12]$. (B) $(0.12, 0.14]$. (C) $(0.14, 0.16]$. (D) $(0.16, \infty)$.

Hinweis: $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(|x|) + C$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.12	0.18
1	0.28	0.42

(a) $E((X + 1) \cdot (Y + 2))$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 4.3]$. (B) $(4.3, 4.4]$. (C) $(4.4, 4.5]$. (D) $(4.5, \infty)$.

(b) X und Y sind nicht unabhängig. Die Aussage ist

A30: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X \cdot Y$:

A31: (A) $Z \sim B(1, 0.12)$. (B) $Z \sim B(1, 0.42)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $Var(X|Y = 0)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.215]$. (B) $(0.215, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.245]$. (D) $(0.245, 1]$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam stetig verteilt mit Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{4}{5} \cdot (1 + x \cdot y) I_{[0,1]}(x) I_{[0,1]}(y).$$

(a) $P(X < 0.6)$ liegt in

A33: (A) $[0, 0.54]$. (B) $(0.54, 0.57]$. (C) $(0.57, 0.60]$. (D) $(0.60, 1]$.

(b) $E(X \cdot Y^2)$ liegt in

A34: (A) $(-\infty, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.23]$. (D) $(0.23, \infty)$.

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 210-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 37-mal auftritt, liegt in

A35: (A) $[0, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.73]$. (C) $(0.73, 0.76]$. (D) $(0.76, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x_i \setminus y_i$	0	2
-1	0.4	$0.2 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.2 \cdot (1 + \theta)$	0.2

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A36: (A) $0.4 + 0.5 \cdot \theta$. (B) $0.4 \cdot \theta$. (C) $-0.2 + 0.6 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A37: (A) $-0.2 + 0.6 \cdot \theta$. (B) $1 - 0.4 \cdot \theta$. (C) $0.7 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_i \sim \text{Exp}(e^\theta)$ u.i.v., wobei $\theta \in \mathbb{R}$ ist. Der Momentenschätzer für θ ist

A38: (A) $\bar{X}_n$. (B) $\ln(\bar{X}_n)$. (C) $e^{\bar{X}_n}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 8500, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 736\,500.$$

Das 0.95-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Verkaufspreis enthält den Wert

A39: (A) 81.6. (B) 86.3. (C) 82.1. (D) 87.9.

Aufgabe
Der Empfänger einer Lieferung von 10 000 Metallschrauben will die Lieferung zurückweisen, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 256 durch den Approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.05 nachweisen kann, dass der Anteil fehlerhafter Schrauben größer als 8 Prozent ist. Die Lieferung enthalte 1500 fehlerhafte Schrauben.
Die Wahrscheinlichkeit, mit der die Lieferung zurückgewiesen wird, liegt in

A40: (A) $[0, 0.925]$. (B) $(0.925, 0.955]$. (C) $(0.955, 0.985]$. (D) $(0.985, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.36. Zu testen sei $H_0 : \mu \geq 2$ zum Signifikanzniveau 0.0668. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.74.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, -1.30]$. (B) $(-1.30, -1.10]$. (C) $(-1.10, -0.90]$. (D) $(-0.90, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Test ist im Intervall

A42: (A) $[0, 0.095]$. (B) $(0.095, 0.115]$. (C) $(0.115, 0.130]$. (D) $(0.130, 1]$.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda \geq 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda < 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 500 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 320 Mal bzw. 20 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 2$ ist

A43: (A) in $(0, 0.025]$. (B) in $(0.025, 0.035]$. (C) in $(0.035, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A44: (A) in $(0, 0.20]$. (B) in $(0.20, 0.30]$. (C) in $(0.30, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner als 0.05.“ ist

A45: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      15    1.860844    .1223341     .473798    1.598464    2.123225
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =  -1.1375
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       14

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.1372         Pr(|T| > |t|) = 0.2744          Pr(T > t) = 0.8628
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A46: (A) $[0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.35]$. (D) $(0.35, \infty)$.

(b) Der Betrag der kritischen Werte des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.1]$. (B) $(0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.8]$. (D) $(0.8, 1]$.

Aufgabe
Der Verband der Bekleidungsindustrie will die Annahme, dass 20% der Frauen Konfektionsgröße 40 tragen, mit einem Signifikanztest ($\alpha = 0.05$) bestätigen. In einer Stichprobe von 81 Frauen trugen 23 die Konfektionsgröße 40.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.6]$. (C) $(1.6, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

(b) Der Test entscheidet gegen die Annahme des Verbandes. Die Aussage ist

A50: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 200 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 15.5 Tagen bedient, 200 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 6.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.05.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Approx. Binomial-Test. (B) Approx. Gauß-Test. (C) t-Test. (D) Gauß-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.3]$. (C) $(2.3, 2.6]$. (D) $(2.6, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A53: (A) nicht bestätigt. (B) bestätigt.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	195	198	197	201	204

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
(a) Der Wert der Stichprobenvarianz der Kurs-Daten liegt in

A54: (A) $[0, 10.1]$. (B) $(10.1, 11.1]$. (C) $(11.1, 12.1]$. (D) $(12.1, \infty)$.

(b) r liegt in

A55: (A) $[-1, 0.945]$. (B) $(0.945, 0.965]$. (C) $(0.965, 0.985]$. (D) $(0.985, 1]$.

Aufgabe
An einer Fachhochschule hat man bei den Statistikklausuren der vergangenen 20 Semester für die Durchfallquote y (in %) und die durchschnittlich erreichte Punktzahl x folgende Kenngrößen bestimmt:

$$\bar{x} = 18, \quad \bar{y} = 16, \quad s_X = 3.5, \quad s_Y = 7, \quad s_{XY} = -4.$$

Aus diesen Angaben soll die KQ-Gerade bestimmt werden, mit der man zu vorgegebener durchschnittlicher Punktzahl auf die zugehörige mittlere Durchfallquote schließen kann.
(a) Der KQ-Koeffizient für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -0.38]$. (B) $(-0.38, -0.28]$. (C) $(-0.28, -0.18]$. (D) $(-0.18, \infty)$.

(b) Der Wert der Gerade an der Stelle $x = 15$ liegt in

A57: (A) $(-\infty, 14.5]$. (B) $(14.5, 15.5]$. (C) $(15.5, 16.5]$. (D) $(16.5, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 0.70, \quad s_Y^2 = 5.70, \quad \hat{\alpha} = 3.10, \quad \hat{\beta} = -1.42, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.700, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.250.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty, -1.4]$. (B) $(-1.4, -1.2]$. (C) $(-1.2, -1.0]$. (D) $(-1.0, \infty)$.

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A59: (A) $(-\infty, 0.21]$. (B) (0.21,0.24]. (C) (0.24,0.27]. (D) $(0.27, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression, $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, mit Normalverteilungsannahme bezeichnen $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ die Parameterschätzer und $\hat{Y}_i$ die KQ-gefitteten Werte.
Die Aussage „$E(\hat{Y}_i) = \alpha + \beta \cdot x_i$ für i=1,..,n“ ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2011, 1. Termin, 11. Juni 2011
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

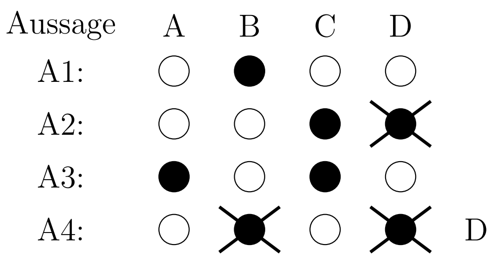
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Aus einem Scrabble-Spiel stehen einem 8 Buchstabensteine zur Verfügung: 'b','c','d','e','f','g' und zwei 'a'. Die Anzahl der unterschiedlichen Worte, bestehend aus genau 4 Buchstaben, die man bilden kann, wenn man jeden Buchstabenstein höchstens einmal verwenden darf, liegt in

A1: (A) $(0, 500]$. (B) $(500, 900]$. (C) $(900, 1300]$. (D) $(1300, \infty)$.

Aufgabe
In einer Urne befinden sich 45 Kugeln, die von 1 bis 45 durchnummeriert sind. Es werden 5 Kugeln nacheinander und ohne Zurücklegen aus der Urne gezogen.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Zahlen kleiner als 31 sind, ist in

A2: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) $(0.12, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass im dritten Zug die Zahl ‚7' gezogen wird, ist in

A3: (A) $(0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.07]$. (C) $(0.07, 0.09]$. (D) $(0.09, 1]$.

Aufgabe
Über die erwachsenen Personen einer süddeutschen Region sei folgendes bekannt: Der Anteil der Katholiken beträgt 60%. Der Anteil der Befürworter einer ökologischen Steuerreform beträgt 40% und der Anteil der Personen, die katholisch sind und Befürworter einer ökologischen Steuerreform, beträgt 15%.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in der betrachteten Region zufällig ausgewählter Erwachsener
(a) Befürworter einer ökologischen Steuerreform und nicht katholisch ist, liegt in

A4: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

(b) nicht katholisch und nicht Befürworter einer ökologischen Steuerreform ist, liegt in

A5: (A) $(0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

Aufgabe
Eine (potentiell) ungleichmäßige Münze wird zweimal nacheinander geworfen. Es wurden folgende Wahrscheinlichkeiten festgestellt (Z steht für ‚Zahl', W für ‚Wappen'):

Ergebnis	(Z,Z)	(Z,W)	(W,Z)	(W,W)
Wahrscheinlichkeit	4/9	2/9	2/9	1/9

Man betrachte das Ereignis A = „es wurde mindestens einmal ‚Zahl' geworfen".
(a) Welche Schreibweise ist korrekt?

A6: (A) {(Z,W)}=2/9. (B) P((Z,W))=2/9. (C) P({(Z,W)})=2/9. (D) P({Z,W})=2/9.

(b) $P(A)$ liegt in

A7: (A) $(0, 0.5]$. (B) $(0.5, 0.7]$. (C) $(0.7, 0.9]$. (D) $(0.9, 1]$.

Aufgabe

Ein Gerät enthält drei Bauteile, die unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit 0.1, 0.15 bzw. 0.15 ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Bauteile ausfallen, liegt im Intervall

A8: (A) $[0, 0.04]$. (B) $(0.04, 0.06]$. (C) $(0.06, 0.08]$. (D) $(0.08, 1]$.

Aufgabe

A, B und C seien Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ und $P(C) > 0$.

(a) Wenn $B \subset C$, dann ist $P(B|A) \leq P(C|A)$. Die Aussage ist

A9: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$. Die Aussage ist

A10: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe

Ein idealer Würfel wird solange geworfen, bis zum ersten Mal eine ‚6' erscheint, höchstens jedoch dreimal. X bezeichne die Anzahl der Ausspielungen des Würfels.

(a) X ist

A11: (A) stetig. (B) diskret. (C) weder stetig noch diskret.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 3 annimmt, ist in

A12: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.63]$. (C) $(0.63, 0.67]$. (D) $(0.67, 1]$.

Aufgabe

X sei eine diskrete Zufallsvariable mit $P(X = -1) = 0.2$, $P(X = 0) = 0.2$, $P(X = 1) = 0.1$, $P(X = 3) = 0.5$.

(a) Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion von X an der Stelle 0 ist

A13: (A) in $(-\infty, 0.1]$. (B) in $(0.1, 0.3]$. (C) in $(0.3, \infty)$. (D) nicht definiert.

(b) $P(X \in [0, 1])$ liegt in

A14: (A) $[0, 0.2]$. (B) $(0.2, 0.3]$. (C) $(0.3, 0.4]$. (D) $(0.4, 1]$.

(c) $Var(X)$ liegt im Intervall

A15: (A) $(0, 2.9]$. (B) $(2.9, 3.2]$. (C) $(3.2, 3.5]$. (D) $(3.5, \infty)$.

Aufgabe

Eine Zufallsvariable X habe folgende Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0.5 - \frac{x}{9}, & 0 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) $P(1 \leq X < 2.5)$ liegt in

A16: (A) $[0, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion von X an der Stelle 2 ist in

A17: (A) $(-\infty, 0.68]$. (B) $(0.68, 0.72]$. (C) $(0.72, 0.76]$. (D) $(0.76, \infty)$.

(c) Der Erwartungswert von X liegt in

A18: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

Aufgabe
In einer Region sind zur Stromversorung 8 Kraftwerke in Betrieb, darunter 2 Kraftwerke vom Typ K_1, 1 Kraftwerk vom Typ K_2 sowie 5 Kraftwerke vom Typ K_3. X_i bezeichne die tägliche Emission eines bestimmten Schadstoffes beim Betrieb von Kraftwerkstyp K_i. X_1, X_2, X_3 seien Zufallsvariablen (Werte in kg) mit

$$\begin{aligned} E(X_1) &= 75, & E(X_2) &= 34, & E(X_3) &= 60, \\ Var(X_1) &= 25, & Var(X_2) &= 36, & Var(X_3) &= 25. \end{aligned}$$

Dabei seien die Emissionen der 8 Kraftwerke unabhängig voneinander. Y (in kg) bezeichne die von den 8 Kraftwerken der Region zusammen verursachte tägliche Emissionsmenge des betrachteten Schadstoffes.
(a) Der Erwartungswert von Y liegt in

A19: (A) $(-\infty, 450]$. (B) $(450, 470]$. (C) $(470, 490]$. (D) $(490, \infty)$.

(b) Die Standardabweichung von Y liegt in

A20: (A) $(0, 11]$. (B) $(11, 13]$. (C) $(13, 15]$. (D) $(15, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien u.i.v. mit Erwartungswert 2 und Varianz 4. Es sei $Z = X \cdot Y$.
Var(Z) liegt in

A21: (A) $[0, 22]$. (B) $(22, 32]$. (C) $(32, 42]$. (D) $(42, \infty)$.

Aufgabe
70% der Kunden, die eine Luxemburger Bank betreten, tätigen eine Einzahlung. Das Verhalten der Kunden beeinflusse sich nicht gegenseitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Kunden, die diese Bank betreten, genau 7 eine Einzahlung tätigen, ist in

A22: (A) $[0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.27]$. (D) $(0.27, 1]$.

Aufgabe
Die Anzahl der Kunden, die die Filiale einer Luxemburger Bank betreten, sei Poisson-verteilt und betrage *im Mittel* in 15 Minuten 3.5.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in 15 Minuten mindestens 3 Kunden die Bank betreten, liegt in

A23: (A) $(0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

(b) Die Anzahl der Kunden, die in zwei aufeinander folgenden Zeiträumen die Bank betreten sei unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass in 30 Minuten genau 10 Kunden die Bank betreten, liegt in

A24: (A) $[0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.08]$. (C) $(0.08, 0.10]$. (D) $(0.10, 1]$.

Aufgabe
X sei normalverteilt mit Erwartungswert 1 und Varianz 1.44.
(a) $P(-1 \leq X \leq 2)$ liegt in

A25: (A) $[0, 0.71]$. (B) $(0.71, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.77]$. (D) $(0.77, 1]$.

(b) Das 0.85-Quantil von X liegt in

A26: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

Aufgabe
X und Y seien unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim U(1, 2)$ und $Y \sim \text{Exp}(4)$.
(a) $E(X^2)$ liegt in

A27: (A) $[0, 2.08]$. (B) $(2.08, 2.18]$. (C) $(2.18, 2.28]$. (D) $(2.28, \infty)$.

(b) $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ liegt im Intervall

A28: (A) $(-\infty, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.17]$. (D) $(0.17, \infty)$.

Hinweis: $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln(|x|) + C$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die diskreten Zufallsvariablen X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.25	0.30
1	0.20	0.25

(a) $E((X + 1) \cdot (Y + 2))$ liegt in

A29: (A) $(-\infty, 3.5]$. (B) $(3.5, 3.6]$. (C) $(3.6, 3.7]$. (D) $(3.7, \infty)$.

(b) X und Y sind unabhängig. Die Aussage ist

A30: (A) richtig. (B) falsch.

(c) Es gilt für $Z = X + Y$:

A31: (A) $Z \sim B(2, 0.5)$. (B) $Z \sim B(2, 0.6)$. (C) weder (A) noch (B).

(d) $Var(X|Y = 0)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.235]$. (B) $(0.235, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.265]$. (D) $(0.265, 1]$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam stetig verteilt mit Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{2}{3} \cdot (1 + 2 \cdot x \cdot y) I_{[0,1]}(x) I_{[0,1]}(y).$$

(a) $P(X < 0.5)$ liegt in

A33: (A) $[0, 0.34]$. (B) $(0.34, 0.37]$. (C) $(0.37, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

(b) $E(X^2 \cdot Y^2)$ liegt in

A34: (A) $(-\infty, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.20]$. (D) $(0.20, \infty)$.

Aufgabe
Bei einem Würfelspiel werden 300-mal zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis „beide Augenzahlen sind gleich“ höchstens 56-mal auftritt, liegt in

A35: (A) $[0, 0.815]$. (B) $(0.815, 0.835]$. (C) $(0.835, 0.855]$. (D) $(0.855, 1]$.

Aufgabe
Die diskreten Zufallsvektoren $(X_1, Y_1), \ldots, (X_n, Y_n)$ seien unabhängig und identisch verteilt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle für die (X_i, Y_i) sei für $\theta \in [0, 1]$:

$x_i \setminus y_i$	0	3
-1	0.1	$0.4 \cdot (1 - \theta)$
1	$0.4 \cdot (1 + \theta)$	0.1

(a) $X_1 \cdot Y_1$ ist ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter

A36: (A) $-0.6 + 1.2 \cdot \theta$. (B) $0.3 + 0.4 \cdot \theta$. (C) $-0.6 + \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $\bar{X}_n$ ist konsistent für den Parameter

A37: (A) $2 \cdot \theta$. (B) $1 - \theta$. (C) $0.8 \cdot \theta$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_i \sim \text{Po}(1, e^\theta)$ u.i.v., wobei $\theta \in \mathbb{R}$ ist. Der Momentenschätzer für θ ist

A38: (A) $\ln(\bar{X}_n)$. (B) $e^{\bar{X}_n}$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Verbraucherorganisation wählt aus 10 000 Einzelhandelsgeschäften einer Branche 100 zufällig aus und erfragt den Verkaufspreis für ein bestimmtes Elektrogerät. Die Auswertung der Preise p_i $(i = 1, \ldots, 100)$ ergibt

$$\sum_{i=1}^{100} p_i = 9500, \quad \sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 918\,500.$$

Das 0.95-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Verkaufspreis enthält den Wert

A39: (A) 92.2. (B) 98.7. (C) 93.1. (D) 97.8.

Aufgabe
Der Empfänger einer Lieferung von 10 000 Metallschrauben will die Lieferung zurückweisen, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 225 durch den Approximativen Binomialtest zum Signifikanzniveau 0.05 nachweisen kann, dass der Anteil fehlerhafter Schrauben größer als 8 Prozent ist. Die Lieferung enthalte 1000 fehlerhafte Schrauben.
Die Wahrscheinlichkeit, mit der die Lieferung zurückgewiesen wird, liegt in

A40: (A) $[0, 0.31]$. (B) $(0.31, 0.34]$. (C) $(0.34, 0.37]$. (D) $(0.37, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i seien normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz 0.16. Zu testen sei $H_0 : \mu = 1$ zum Signifikanzniveau 0.0668. Aus einer Stichprobe von 10 Beobachtungen ergab sich ein Mittelwert $\bar{x}$ von 1.14.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A41: (A) $(-\infty, 1.20]$. (B) $(1.20, 1.40]$. (C) $(1.40, 1.60]$. (D) $(1.60, \infty)$.

(b) Der p-Wert des Test ist im Intervall

A42: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.22]$. (D) $(0.22, 1]$.

Aufgabe
Ein Statistiker hat ein neues Testverfahren entwickelt für die Nullhypothese $H_0 : \lambda = 1 = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda \neq 1$ für den Parameter λ der Poisson-Verteilung. Mit Hilfe von Simulationen möchte er die Eigenschaften des Tests untersuchen. Dazu hat er den Test jeweils 400 Mal auf simulierte Poisson-verteilte Daten mit $\lambda = 0.5$ bzw. $\lambda = 2$ angewandt, wobei die Nullhypothese 20 Mal bzw. 120 Mal abgelehnt wurde.
(a) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art für $\lambda = 0.5$ ist

A43: (A) in $(0, 0.05]$. (B) in $(0.05, 0.90]$. (C) in $(0.90, 1)$. (D) nicht definiert.

(b) Der Schätzwert für die Fehlerwahrscheinlichkeit 2.Art für $\lambda = 2$ ist

A44: (A) in $(0, 0.30]$. (B) in $(0.30, 0.70]$. (C) in $(0.70, 1)$. (D) nicht definiert.

Aufgabe
Wir betrachten einen beliebigen Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$.
Die Aussage „Die Fehlerwahrscheinlichkeit 1.Art ist für den Test stets kleiner als 0.05." ist

A45: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gezeigt werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst" größer als 2 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      12    2.239985    .0968161    .3353809    2.026894    2.453076
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.4788
Ho: mean = 2                                     degrees of freedom =       11

    Ha: mean < 2                 Ha: mean != 2                 Ha: mean > 2
 Pr(T < t) = 0.9847         Pr(|T| > |t|) = 0.0306          Pr(T > t) = 0.0153
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A46: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.10]$. (D) $(0.10, \infty)$.

(b) Der Betrag des kritischen Wertes des Tests liegt im Intervall

A47: (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

(c) Der p-Wert liegt im Intervall

A48: (A) $[0, 0.01]$. (B) $(0.01, 0.02]$. (C) $(0.02, 0.035]$. (D) $(0.035, 1]$.

Aufgabe
Der Verband der Bekleidungsindustrie will die Annahme, dass mehr als 25% der Frauen Konfektionsgröße 40 tragen, mit einem Signifikanztest ($\alpha = 0.05$) bestätigen. In einer Stichprobe von 100 Frauen trugen 33% die Konfektionsgröße 40.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, 1.88]$. (B) $(1.88, 1.98]$. (C) $(1.98, 2.08]$. (D) $(2.08, \infty)$.

(b) Die Annahme des Verbandes wird

A50: (A) bestätigt. (B) nicht bestätigt.

Aufgabe
Ein Konsumforschungsinstitut möchte den Verdacht bestätigen, dass die Serviceabteilung einer Telefongesellschaft gewerbliche Kunden mit Telefonanschlüssen *im Mittel* schneller bedient als Privatkunden. 150 zufällig ausgewählte gewerbliche Kunden (x_i) wurden im Durchschnitt nach 16.0 Tagen bedient, 150 zufällig ausgewählte Privatkunden (y_i) im Durchschnitt nach 17.0 Tagen. Dabei erhielt man aus den Stichproben Schätzungen für die Standardabweichungen von $s_X = 4.0$ bzw. $s_Y = 5.0$ Tagen. Das Signifikanzniveau sei 0.025.
(a) Folgender Test ist durchzuführen in einer Zweistichprobenversion:

A51: (A) Approx. Gauß-Test. (B) Approx. Binomial-Test. (C) Gauß-Test. (D) t-Test.

(b) Der Betrag des Wertes der Prüfgröße befindet sich im Intervall

A52: (A) $[0, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

(c) Der Verdacht des Konsumforschungsinstituts wird

A53: (A) bestätigt. (B) nicht bestätigt.

Aufgabe
Die Börsenkurse einer Aktie entwickelten sich im Laufe einer Woche wie folgt:

Börsentag (x_i)	1	2	3	4	5
Kurs (y_i)	197	196	199	198	205

Um zu entscheiden, ob für die Zeitreihe ein linearer Trendansatz passend ist, soll der empirische Korrelationskoeffizient r berechnet werden.
(a) Der Wert der Stichprobenvarianz der Kurs-Daten liegt in

A54: (A) $[0, 11.1]$. (B) $(11.1, 12.1]$. (C) $(12.1, 13.1]$. (D) $(13.1, \infty)$.

(b) r liegt in

A55: (A) $[-1, 0.79]$. (B) $(0.79, 0.82]$. (C) $(0.82, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

Aufgabe
An einer Fachhochschule hat man bei den Statistikklausuren der vergangenen 20 Semester für die Durchfallquote y (in %) und die durchschnittlich erreichte Punktzahl x folgende Kenngrößen bestimmt:

$$\bar{x} = 18, \quad \bar{y} = 20, \quad s_X = 3, \quad s_Y = 4, \quad s_{XY} = -5.$$

Aus diesen Angaben soll die KQ-Gerade bestimmt werden, mit der man zu vorgegebener durchschnittlicher Punktzahl auf die zugehörige mittlere Durchfallquote schließen kann.
(a) Der KQ-Koeffizient für β liegt in

A56: (A) $(-\infty, -0.80]$. (B) $(-0.80, -0.60]$. (C) $(-0.60, -0.40]$. (D) $(-0.40, \infty)$.

(b) Der Wert der Gerade an der Stelle $x = 17$ liegt in

A57: (A) $(-\infty, 21.0]$. (B) $(21.0, 22.0]$. (C) $(22.0, 23.0]$. (D) $(23.0, \infty)$.

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, ergab die Auswertung von 100 Wertepaaren (x_i, y_i):

$$s_X^2 = 0.078, \quad s_Y^2 = 0.49, \quad \hat{\alpha} = 2.80, \quad \hat{\beta} = 1.68, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = 0.482, \quad \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.187.$$

(a) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervall zu β liegt im Intervall

A58: (A) $(-\infty$,2.10]. (B) (2.10,2.20]. (C) (2.20,2.30]. (D) (2.30,∞).

(b) Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt in

A59: (A) $(-\infty, 0.40]$. (B) (0.40,0.43]. (C) (0.43,0.46]. (D) (0.46,∞).

Aufgabe
Im Standardmodell der linearen Einfachregression, $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$, mit Normalverteilungsannahme bezeichnen $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ die Parameterschätzer und $\hat{\varepsilon}_i$ die KQ-Residuen.
Die Aussage „$\hat{\varepsilon}_1, \ldots, \hat{\varepsilon}_n$ sind u.i.v.“ ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.