Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2012, 2. Termin, 27. August 2012
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhält 10 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge). Die Anzahl der verschiedenen Kartenzuordnungen zu einem Spieler, bei denen dieser Spieler genau zwei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) erhält, liegt in

A1: (A) $[0, 3 \cdot 10^6]$. (B) $(3 \cdot 10^6, 6 \cdot 10^6]$. (C) $(6 \cdot 10^6, 9 \cdot 10^6]$. (D) $(9 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe
Ein Laplace-Experiment habe 6 verschiedene Ausgänge. Das Experiment wird 7 mal unabhängig voneinander wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei jeder Ausgang des Laplace-Experiments mindestens einmal auftritt, liegt in

A2: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.05]$. (C) $(0.05, 0.07]$. (D) $(0.07, 1]$.

Aufgabe
Es bezeichne beim zweimaligen Werfen eines idealen Würfels A das Ereignis, mindestens eine gerade Zahl zu werfen, und B das Ereignis, dass die Summe der Augenzahlen kleiner als 7 ist.
(a) Es wurde das Ergebnis (2,3) geworfen. Dann ist

A3: (A) A, aber nicht B (B) B, aber nicht A (C) A und B (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) nicht unabhängig. (B) unabhängig.

Aufgabe
A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Es sei $0 < P(A) < 1$. Dann ist $P(B|A) = P(A \cap B|A)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $A \cup \bar{B} = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = 0$. (B) $P(A \cap B) = P(A)$. (C) $P(A \cap B) = P(B)$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass 15 Sportler unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.2 und die restlichen Sportler jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.05 eine Medaille erringen können.
(a) Für einen zufällig aus der Mannschaft ausgewählten Sportler beträgt dann die Wahrscheinlichkeit, eine Medaille zu erringen p. p liegt in

A8: (A) $(0, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.17]$. (D) $(0.17, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Sportler der Mannschaft eine Medaille erringt, liegt in

A9: (A) $(0, 0.970]$. (B) $(0.970, 0.975]$. (C) $(0.975, 0.980]$. (D) $(0.980, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	1	1.5	2
$P(X = x)$	0.1	0.3	0.2	0.4

(a) Die Wahrscheinlichkeit $P(1 \leq X \leq 3)$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.85]$. (D) $(0.85, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 1.3]$. (B) $(1.3, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.5]$. (D) $(1.5, \infty)$.

(c) Ein 0.35-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 1. (B) 1.5. (C) 2. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Träger $\{0, 1, 2, 3\}$. Es sei bekannt, dass $P(X = 2) = 0.1$, $P(X = 3) = 0.3$ und $E(X) = 1.55$ sind. $P(X = 1)$ liegt in

A13: (A) $(0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x^2 I_{[0,1]}(x) + \frac{2}{3} I_{[2,3]}(x).$$

(a) Ein Träger zu X ist

A14: (A) $\mathbb{R}$. (B) $(0, 1] \cup [2, 3]$. (C) $[0, 3]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 0.9 liegt in

A15: (A) $(0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.26]$. (D) $(0.26, 1]$.

(c) $E(X^3)$ ist in

A16: (A) $(-\infty, 10.0]$. (B) $(10.0, 11.5]$. (C) $(11.5, 13]$. (D) $(13, \infty)$.

Aufgabe
Der (zufällige) monatliche Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{2}{15} (x - 5) I_{[5,8]}(x) + \frac{1}{5} (10 - x) I_{(8,10]}(x).$$

(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 8 000 Euro zu erzielen, ist

A17: (A) größer als (B) kleiner als (C) genauso groß wie

die Wahrscheinlichkeit, geringere Umsätze als 7 000 Euro zu erzielen.
(b) Der im Mittel erwartete Umsatz liegt in (in Tausend Euro)

A18: (A) $(-\infty, 7.0]$. (B) $(7.0, 7.3]$. (C) $(7.3, 7.6]$. (D) $(7.6, \infty)$.

Aufgabe
a und b seien reelle Zahlen und X und Y beliebige Zufallsvariablen, deren Erwartungswerte und Varianzen existieren.
(a) $E(X \cdot Y) = E(X)E(Y)$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Dann ist stets $Var(a + bX) =$

A20: (A) $a + bVar(X)$. (B) $a^2 + b^2Var(X)$. (C) $b^2Var(X)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 2-mal oder genau 3-mal das Ereignis, eine ‚2' oder eine ‚3' zu werfen, eintritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.56]$. (B) $(0.56, 0.61]$. (C) $(0.61, 0.66]$. (D) $(0.66, 1]$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass die Anzahl der Medaillen von 15 Sportlern jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.2 und für die restlichen Sportler die Anzahl jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.05. Die Anzahl der erkämpften Medaillen der verschiedenen Sportler seien unabhängig.
(a) Die *im Mittel erwartete* Anzahl der durch die Mannschaft errungenen Medaillen liegt in

A22: (A) $[0, 3.3]$. (B) $(3.3, 3.6]$. (C) $(3.6, 3.9]$. (D) $(3.9, \infty)$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens zwei Medaillen durch die Mannschaft errungen werden, liegt in

A23: (A) $[0, 0.83]$. (B) $(0.83, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.87]$. (D) $(0.87, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A24: (A) $P(X \leq \mu + z_\alpha\sigma) = \alpha$. (B) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (C) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Die Ankunftszeit von Herrn A. in seinem Büro lasse sich mit einer normalverteilten Zufallsvariable X beschreiben (Angaben in Stunden). Im Mittel komme er um 8:30 Uhr in seinem Büro an. Die Standardabweichung von X betrage 0.4 Stunden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A. später als 9:15 Uhr ins Büro kommt, liegt in

A25: (A) $[0, 0.023]$. (B) $(0.023, 0.033]$. (C) $(0.033, 0.043]$. (D) $(0.043, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim Exp(2)$ und $Y \sim N(1,4)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1+2X+3Y)$ in

A26: (A) $(-\infty, 3.0]$. (B) $(3.0, 4.0]$. (C) $(4.0, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot (Y - X))$ ist in

A27: (A) $(-\infty, 1.0]$. (B) $(1.0, 2.5]$. (C) $(2.5, 4.0]$. (D) $(4.0, \infty)$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariable X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	0.5
0	0.12	0.18
2	0.28	0.42

Dann gilt

A28: (A) $X \cdot Y \sim B(1, 0.42)$. (B) $X \cdot Y \sim B(2, 0.42)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A29: (A) X und Y sind nicht unabhängig. (B) X und Y sind unabhängig.

Aufgabe
Es werden zwei ideale Würfel unabhängig von einander geworfen. Der erste Würfel wurde wie üblich mit den Zahlen ‚1' bis ‚6' beschriftet. Auf den zweiten Würfel wurde drei Mal ‚2', einmal ‚3' und zwei Mal ‚6' geschrieben. X bzw. Y sei die gewürfelte (Augen)Zahl des ersten bzw. zweiten Würfels.
(a) Der Träger von (X,Y) enthält die Menge

A30: (A) $\{(7,1),(2,2)\}$. (B) $\{(1,1),(2,2)\}$. (C) $\{(3,3),(2,0)\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(X > Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.43]$. (C) $(0.43, 0.46]$. (D) $(0.46, 1]$.

Aufgabe
Für die Dichtefunkion eines stetigen Zufallsvektors (X,Y) sei

$$f(x,y) = \frac{4}{5}(1+xy) I_{[0,1]}(x) I_{[0,1]}(y) \ .$$

(a) $P(X \leq 0.3, Y \leq 0.6)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.16]$. (B) $(0.16, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.22]$. (D) $(0.22, 1]$.

(b) $E(X)$ ist im Intervall

A33: (A) $(-\infty, 0.52]$. (B) $(0.52, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.58]$. (D) $(0.58, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 120 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 18 und höchstens 25 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.65]$. (D) $(0.65, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim Exp(0.6)$. Es sei $Y_i = I_{[2,\infty)}(X_i)$ und $\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i$.
Dann liegt $\text{plim}(\bar{Y}_n)$ in

A35: (A) $(-\infty, 0.28]$. (B) $(0.28, 0.32]$. (C) $(0.32, 0.36]$. (D) $(0.36, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (3X_2 - X_1)/2\ , \quad S_2 = X_{n-1} \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^n X_i)/n.$$

(a) Die Anzahl der zu μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A36: (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

(b) S_2 ist ein konsistenter Schätzer zu μ. Die Aussage ist

A37: (A) richtig. (B) nicht richtig.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = xI_{[0,1]}(x) + \frac{1}{2}I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 1$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A38: (A) $2\bar{X}_n$. (B) $\frac{2}{3}\bar{X}_n - \frac{5}{6}$. (C) $2\bar{X}_n - \frac{7}{6}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 200$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 80$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 203.35]$. (B) $(203.35, 203.55]$. (C) $(203.55, 203.75]$. (D) $(203.75, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 400 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A40: (A) $[0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.07]$. (C) $(0.07, 0.09]$. (D) $(0.09, \infty)$.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Crispy nimmt eine Marktstudie vor und befragt 300 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 135 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Crispy bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Crispy bevorzugen.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.43]$. (C) $(0.43, 0.46]$. (D) $(0.46, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.501]$. (B) $(0.501, 0.508]$. (C) $(0.508, 0.516]$. (D) $(0.516, 1]$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 8 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.92 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A43: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art. (C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu = 100$ gegen $H_1 : \mu \neq 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 2.17$. Der p-Wert des Tests liegt in

A44: (A) $[0, 0.020]$. (B) $(0.020, 0.028]$. (C) $(0.028, 0.036]$. (D) $(0.036, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 64 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 10 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 20% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A45: (A) $[0, 0.59]$. (B) $(0.59, 0.63]$. (C) $(0.63, 0.67]$. (D) $(0.67, 1]$.

Aufgabe
Die Abfüllmengen der 1-Liter-Packungen von Milch der Marke „Kuhglück“ unterliegen Schwankungen und ergaben für eine Stichprobe (Angaben in Liter)

1.04 1.01 1.02 1.02 0.99 1.01 0.99 1.05 1.02 1.00.

Überprüfen Sie die Nullhypothese, dass im Mittel höchstens 1 Liter Milch abgefüllt wird, mit einem geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.7)$. (B) $[1.7, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.3)$. (D) $[2.3, \infty)$.

(b) Der Test liefert ein *signifikantes Ergebnis*. Die Aussage ist

A47: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 3 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in mg). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      18    3.221256    .0802821     .340608    3.051876    3.390637
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.7560
Ho: mean = 3                                     degrees of freedom =       17

    Ha: mean < 3                 Ha: mean != 3                 Ha: mean > 3
 Pr(T < t) = 0.9933         Pr(|T| > |t|) = 0.0135          Pr(T > t) = 0.0067
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A48: (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.30]$. (D) $(0.30, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.735]$. (B) $(1.735, 1.865]$. (C) $(1.865, 2.095]$. (D) $(2.095, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Herren heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 20% der Männer benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 55 von 140 befragten Herren angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Männer, die das Produkt nutzen, auf über 30% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test durch ($\alpha = 0.02$), der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.7)$. (B) $[1.7, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.3)$. (D) $[2.3, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A52: (A) $(-\infty, 1.9)$. (B) $[1.9, 2.0)$. (C) $[2.0, 2.1)$. (D) $[2.1, \infty)$.

Aufgabe
Ein Hersteller hat einen Zusatzstoff enwickelt um die Effizienz von Sprit zu erhöhen. Um die Wirksamkeit zu überprüfen wurden 10 Fahrzeuge ohne Zusatzstoff auf eine Teststrecke geschickt und 10 gleichartige Fahrzeuge unter Verwendung des Zusatzstoffes. Die folgende Tabelle gibt die Ergebnisse des Spritverbrauchs ohne (x_i) bzw. mit (y_i) Zusatzstoff an (in Liter/100 km).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	4.86	5.15	4.56	5	4.81	4.82	5.06	4.66	5.47	4.89
y_i	4.42	4.58	4.51	4.44	4.31	4.47	4.6	4.18	4.49	4.44

Der Hersteller möchte zeigen ($\alpha = 0.05$), dass man mit dem Zusatzstoff im Mittel mehr als 0.3 Liter Sprit pro 100 km einspart. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen mit den Erwartungswerten μ_X bzw. μ_Y und gleichen Varianzen aus!
Hinweis: Die Stichprobenvarianzen betragen $s_X^2 = 0.06717$ und $s_Y^2 = 0.01536$.
(a) Die Nullhypothese H_0 lautet

A53: (A) $\mu_X \geq \mu_Y + 0.3$. (B) $\mu_X + 0.3 \geq \mu_Y$. (C) $\mu_X + 0.3 \leq \mu_Y$. (D) $\mu_X \leq \mu_Y + 0.3$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.97)$. (B) $[1.97, 2.05)$. (C) $[2.05, 2.13)$. (D) $[2.13, \infty)$.

(c) Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $(-\infty, 1.67)$. (B) $[1.67, 1.75)$. (C) $[1.75, 1.83)$. (D) $[1.83, \infty)$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam normalverteilt mit Parametern $\mu_1 = 2$, $\mu_2 = 1$, $\sigma_1^2 = 4$, $\sigma_2^2 = 2.25$, $\varrho = 0.5$. $P(X > Y)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.65)$. (B) $[0.65, 0.69)$. (C) $[0.69, 0.73)$. (D) $[0.73, 1]$.

Aufgabe
$X, X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Dann ist $E((X_i - \bar{X}_n)^2)$

A57: (A) σ^2. (B) $(1 + \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (C) $(1 - \frac{1}{n-1})\,\sigma^2$. (D) weder (A) noch (B) noch (C).

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 14 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	7.7	4.7	0.127
β	0.35	0.14	0.028

(a) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls zu α liegt in

A58: (A) $(-\infty, 15.8)$. (B) $[15.8, 16.3)$. (C) $[16.3, 16.8)$. (D) $[16.8, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese $H_0 : \beta \leq 0.2$ ist zum Signifikanzniveau 0.05

A59: (A) abzulehnen. (B) nicht abzulehnen.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $\bar{Y}_n = \alpha + \beta \bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2012, 2. Termin, 27. August 2012
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

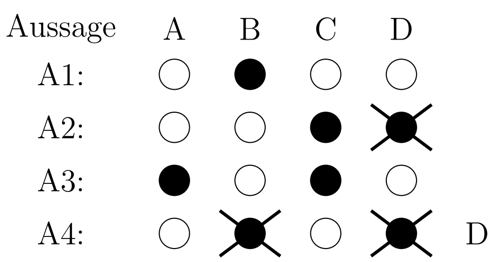
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhält 10 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge). Die Anzahl der verschiedenen Kartenzuordnungen zu einem Spieler, bei denen dieser Spieler genau drei Asse und genau zwei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) erhält, liegt in

A1: (A) $[0, 300\,000]$. (B) $(300\,000, 600\,000]$. (C) $(600\,000, 900\,000]$. (D) $(900\,000, \infty)$.

Aufgabe

Ein Laplace-Experiment habe 7 verschiedene Ausgänge. Das Experiment wird 8 mal unabhängig voneinander wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei jeder Ausgang des Laplace-Experiments mindestens einmal auftritt, liegt in

A2: (A) $[0, 0.03]$. (B) $(0.03, 0.04]$. (C) $(0.04, 0.05]$. (D) $(0.05, 1]$.

Aufgabe

Es bezeichne beim zweimaligen Werfen eines idealen Würfels A das Ereignis, mindestens eine gerade Zahl zu werfen, und B das Ereignis, dass die Summe der Augenzahlen kleiner als 6 ist.
(a) Es wurde das Ergebnis (3,2) geworfen. Dann ist

A3: (A) A, aber nicht B (B) B, aber nicht A (C) A und B (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.24]$. (C) $(0.24, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe

A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Es seien $0 < P(A) < 1$ und A und B disjunkt. Dann ist $P(B|A) = P(A \cup B|A)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $\bar{A} \cup B = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cap B) = P(A)$. (B) $P(A \cap B) = P(B)$. (C) $P(A \cap B) = 0$.

Aufgabe

Eine Mannschaft bestehe aus 25 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass 15 Sportler unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.2 und die restlichen Sportler jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.05 eine Medaille erringen können.
(a) Für einen zufällig aus der Mannschaft ausgewählten Sportler beträgt dann die Wahrscheinlichkeit, eine Medaille zu erringen p. p liegt in

A8: (A) $(0, 0.09]$. (B) $(0.09, 0.11]$. (C) $(0.11, 0.13]$. (D) $(0.13, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Sportler der Mannschaft eine Medaille erringt, liegt in

A9: (A) $(0, 0.980]$. (B) $(0.980, 0.985]$. (C) $(0.985, 0.990]$. (D) $(0.990, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	1	2	2.5
$P(X = x)$	0.1	0.2	0.3	0.4

(a) Die Wahrscheinlichkeit $P(-1 \leq X \leq 1)$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.6]$. (D) $(1.6, \infty)$.

(c) Ein 0.7-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Träger $\{0, 1, 2, 3\}$. Es sei bekannt, dass $P(X = 2) = 0.3$, $P(X = 3) = 0.1$ und $E(X) = 1.35$ sind. $P(X = 1)$ liegt in

A13: (A) $(0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{3}\, x I_{[0,2]}(x) + \frac{1}{6} I_{(2,4]}(x).$$

(a) Ein Träger zu X ist

A14: (A) $\mathbb{R}$. (B) $(0, 4]$. (C) $\{0, 2, 4\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 1.6 liegt in

A15: (A) $(0, 0.44]$. (B) $(0.44, 0.47]$. (C) $(0.47, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

(c) $E(X^3)$ ist in

A16: (A) $(-\infty, 9.5]$. (B) $(9.5, 10.5]$. (C) $(10.5, 11.5]$. (D) $(11.5, \infty)$.

Aufgabe
Der (zufällige) monatliche Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{5}\,(x - 5)\, I_{[5,7]}(x) + \frac{2}{15}\,(10 - x)\, I_{(7,10]}(x).$$

(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 8 000 Euro zu erzielen, ist

A17: (A) größer als (B) kleiner als (C) genauso groß wie

die Wahrscheinlichkeit, geringere Umsätze als 7 000 Euro zu erzielen.
(b) Der im Mittel erwartete Umsatz liegt in (in Tausend Euro)

A18: (A) $(-\infty, 6.8]$. (B) $(6.8, 7.1]$. (C) $(7.1, 7.4]$. (D) $(7.4, \infty)$.

Aufgabe
a und b seien reelle Zahlen und X und Y beliebige Zufallsvariablen, deren Erwartungswerte und Varianzen existieren.
(a) X und Y seien unabhängig. Dann ist $E(X \cdot Y) = E(X)E(Y)$

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Dann ist stets $Var(a + bX) =$

A20: (A) $b^2 Var(X)$. (B) $a + bVar(X)$. (C) $a^2 + b^2 Var(X)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 3-mal oder genau 4-mal das Ereignis, eine ‚3' oder eine ‚4' zu werfen, eintritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.23]$. (B) $(0.23, 0.26]$. (C) $(0.26, 0.29]$. (D) $(0.29, 1]$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass die Anzahl der Medaillen von 15 Sportlern jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.25 und für die restlichen Sportler die Anzahl jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.1. Die Anzahl der erkämpften Medaillen der verschiedenen Sportler seien unabhängig.
(a) Die *im Mittel erwartete* Anzahl der durch die Mannschaft errungenen Medaillen liegt in

A22: (A) $[0, 4.4]$. (B) $(4.4, 4.7]$. (C) $(4.7, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens zwei Medaillen durch die Mannschaft errungen werden, liegt in

A23: (A) $[0, 0.92]$. (B) $(0.92, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.96]$. (D) $(0.96, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A24: (A) $P(X \geq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (B) $P(X \geq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$. (C) $P(X \geq \mu + z_\alpha \sigma) = 1 - \alpha$.

Aufgabe
Die Ankunftszeit von Herrn A. in seinem Büro lasse sich mit einer normalverteilten Zufallsvariable X beschreiben (Angaben in Stunden). Im Mittel komme er um 8:30 Uhr in seinem Büro an. Die Standardabweichung von X betrage 0.45 Stunden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A. später als 9:15 Uhr ins Büro kommt, liegt in

A25: (A) $[0, 0.032]$. (B) $(0.032, 0.037]$. (C) $(0.037, 0.042]$. (D) $(0.042, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim Exp(3)$ und $Y \sim N(-1, 9)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X - 3Y)$ in

A26: (A) $(-\infty, 4.5]$. (B) $(4.5, 5.5]$. (C) $(5.5, 6.5]$. (D) $(6.5, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot (X - Y))$ ist in

A27: (A) $(-\infty, -11]$. (B) $(-11, -8]$. (C) $(-8, -5]$. (D) $(-5, \infty)$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariable X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	1
0	0.25	0.25
1	0.25	0.25

Dann gilt

A28: (A) $X \cdot Y \sim B(1, 0.25)$. (B) $X \cdot Y \sim B(1, 0.5)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A29: (A) X und Y sind unabhängig. (B) X und Y sind nicht unabhängig.

Aufgabe
Es werden zwei ideale Würfel unabhängig von einander geworfen. Der erste Würfel wurde wie üblich mit den Zahlen ‚1' bis ‚6' beschriftet. Auf den zweiten Würfel wurde zwei Mal ‚1', drei Mal ‚3' und ein Mal ‚6' geschrieben. X bzw. Y sei die gewürfelte (Augen)Zahl des ersten bzw. zweiten Würfels.
(a) Der Träger von (X,Y) enthält die Menge

A30: (A) $\{(7, 1), (2, 2)\}$. (B) $\{(1, 1), (2, 2)\}$. (C) $\{(3, 3), (2, 1)\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(X > Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.51]$. (B) $(0.51, 0.54]$. (C) $(0.54, 0.57]$. (D) $(0.57, 1]$.

Aufgabe
Für die Dichtefunkion eines stetigen Zufallsvektors (X,Y) sei

$$f(x, y) = \frac{1}{3}(1 + xy) I_{[0,2]}(x) I_{[0,1]}(y) \ .$$

(a) $P(X \leq 1.3, Y \leq 0.6)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.27]$. (B) $(0.27, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.33]$. (D) $(0.33, 1]$.

(b) $E(Y)$ ist im Intervall

A33: (A) $(-\infty, 0.51]$. (B) $(0.51, 0.54]$. (C) $(0.54, 0.57]$. (D) $(0.57, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 90 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 18 und höchstens 25 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim Exp(0.8)$. Es sei $Y_i = I_{[2,\infty)}(X_i)$ und $\bar{Y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$.
Dann liegt $\text{plim}(\bar{Y}_n)$ in

A35: (A) $(-\infty, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.19]$. (D) $(0.19, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (2X_2 + X_3)/3 \ , \quad S_2 = X_n \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^n X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der zu μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A36: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

(b) S_3 ist ein konsistenter Schätzer zu μ. Die Aussage ist

A37: (A) richtig. (B) nicht richtig.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2}\, x^2 I_{[0,1]}(x) + \frac{2}{3}\, I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 1$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A38: (A) $\frac{8}{7}\, \bar{X}_n$. (B) $\frac{7}{6}\, \bar{X}_n - \frac{8}{15}$. (C) $\frac{6}{5}\, \bar{X}_n - \frac{13}{20}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \dots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 15 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 160$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 163.85]$. (B) $(163.85, 164.15]$. (C) $(164.15, 164.45]$. (D) $(164.45, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 225 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A40: (A) $[0, 0.12]$. (B) $(0.12, 0.14]$. (C) $(0.14, 0.16]$. (D) $(0.16, \infty)$.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Crispy nimmt eine Marktstudie vor und befragt 200 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 85 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Crispy bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Crispy bevorzugen.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.36]$. (B) $(0.36, 0.39]$. (C) $(0.39, 0.42]$. (D) $(0.42, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.473]$. (B) $(0.473, 0.480]$. (C) $(0.480, 0.487]$. (D) $(0.487, 1]$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0$ gegen $H_1 : \theta > 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 12 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.88 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A43: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art. (C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu \leq 100$ gegen $H_1 : \mu > 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 1.85$. Der p-Wert des Tests liegt in

A44: (A) $[0, 0.010]$. (B) $(0.010, 0.025]$. (C) $(0.025, 0.045]$. (D) $(0.045, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 81 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 15 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 20% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A45: (A) $[0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

Aufgabe
Die Abfüllmengen der 1-Liter-Packungen von Milch der Marke „Kuhglück“ unterliegen Schwankungen und ergaben für eine Stichprobe (Angaben in Liter)

1.03 1.00 1.01 1.01 0.99 1.00 0.98 1.05 1.01 0.99.

Überprüfen Sie die Nullhypothese, dass im Mittel höchstens 1 Liter Milch abgefüllt wird, mit einem geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.0)$. (B) $[1.0, 1.3)$. (C) $[1.3, 1.6)$. (D) $[1.6, \infty)$.

(b) Der Test liefert ein *signifikantes Ergebnis*. Die Aussage ist

A47: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 3 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in mg). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      22     2.94036     .109657    .5143369    2.712316    3.168404
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =  -0.5439
Ho: mean = 3                                     degrees of freedom =       21

    Ha: mean < 3                 Ha: mean != 3                 Ha: mean > 3
 Pr(T < t) = 0.2961         Pr(|T| > |t|) = 0.5923          Pr(T > t) = 0.7039
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A48: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.45]$. (D) $(0.45, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.73]$. (B) $(1.73, 1.86]$. (C) $(1.86, 2.09]$. (D) $(2.09, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Herren heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 10% der Männer benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 35 von 140 befragten Herren angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Männer, die das Produkt nutzen, auf über 20% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test durch ($\alpha = 0.04$), der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.0)$. (B) $[1.0, 1.3)$. (C) $[1.3, 1.6)$. (D) $[1.6, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A52: (A) $(-\infty, 1.6)$. (B) $[1.6, 1.7)$. (C) $[1.7, 1.8)$. (D) $[1.8, \infty)$.

Aufgabe
Ein Hersteller hat einen Zusatzstoff enwickelt um die Effizienz von Sprit zu erhöhen. Um die Wirksamkeit zu überprüfen wurden 9 Fahrzeuge ohne Zusatzstoff auf eine Teststrecke geschickt und 9 gleichartige Fahrzeuge unter Verwendung des Zusatzstoffes. Die folgende Tabelle gibt die Ergebnisse des Spritverbrauchs ohne (x_i) bzw. mit (y_i) Zusatzstoff an (in Liter/100 km).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	4.86	5.15	4.56	5	4.81	4.82	5.06	4.66	5.47
y_i	4.52	4.68	4.61	4.54	4.41	4.57	4.7	4.28	4.59

Der Hersteller möchte zeigen ($\alpha = 0.05$), dass man mit dem Zusatzstoff im Mittel mehr als 0.3 Liter Sprit pro 100 km einspart. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen mit den Erwartungswerten μ_X bzw. μ_Y und gleichen Varianzen aus!
Hinweis: Die Stichprobenvarianzen betragen $s_X^2 = 0.07537$ und $s_Y^2 = 0.01728$.
(a) Die Nullhypothese H_0 lautet

A53: (A) $\mu_X + 0.3 \le \mu_Y$. (B) $\mu_X \le \mu_Y + 0.3$. (C) $\mu_X + 0.3 \ge \mu_Y$. (D) $\mu_X \ge \mu_Y + 0.3$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.0)$. (B) $[1.0, 1.15)$. (C) $[1.15, 1.3)$. (D) $[1.3, \infty)$.

(c) Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $(-\infty, 1.75)$. (B) $[1.75, 1.83)$. (C) $[1.83, 1.91)$. (D) $[1.91, \infty)$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam normalverteilt mit Parametern $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\sigma_1^2 = 4$, $\sigma_2^2 = 6.25$, $\varrho = 0.5$. $P(X > Y)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.27)$. (B) $[0.27, 0.31)$. (C) $[0.31, 0.35)$. (D) $[0.35, 1]$.

Aufgabe
$X, X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Dann ist $E((X_i - \bar{X}_n)^2)$

A57: (A) $(1 - \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (B) $(1 + \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (C) $(1 - \frac{1}{n-1})\,\sigma^2$. (D) weder (A) noch (B) noch (C).

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 24 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	7.4	4.7	0.130
β	0.25	0.14	0.088

(a) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls zu α liegt in

A58: (A) $(-\infty, 15.1)$. (B) $[15.1, 15.6)$. (C) $[15.6, 16.1)$. (D) $[16.1, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese $H_0 : \beta \le 0.1$ ist zum Signifikanzniveau 0.05

A59: (A) abzulehnen. (B) nicht abzulehnen.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $Var(\bar{Y}_n) = \frac{1}{n} Var(\varepsilon_1)$ ist dann

A60: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2012, 2. Termin, 27. August 2012
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe

Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhält 10 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge). Die Anzahl der verschiedenen Kartenzuordnungen zu einem Spieler, bei denen dieser Spieler genau zwei Asse und genau einen Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) erhält, liegt in

A1: (A) $[0, 6 \cdot 10^6]$. (B) $(6 \cdot 10^6, 12 \cdot 10^6]$. (C) $(12 \cdot 10^6, 18 \cdot 10^6]$. (D) $(18 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe

Ein Laplace-Experiment habe 5 verschiedene Ausgänge. Das Experiment wird 6 mal unabhängig voneinander wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei jeder Ausgang des Laplace-Experiments mindestens einmal auftritt, liegt in

A2: (A) $[0, 0.06]$. (B) $(0.06, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.15]$. (D) $(0.15, 1]$.

Aufgabe

Es bezeichne beim zweimaligen Werfen eines idealen Würfels A das Ereignis, mindestens eine gerade Zahl zu werfen, und B das Ereignis, dass die Summe der Augenzahlen kleiner als 5 ist.
(a) Es wurde das Ergebnis (2,3) geworfen. Dann ist

A3: (A) A und B (B) B, aber nicht A (C) A, aber nicht B (D) weder A noch B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.38]$. (D) $(0.38, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe

A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Es sei $0 < P(A), P(B) < 1$. Dann ist $P(B|A) = P(A|B)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $A \cup \bar{B} = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cup B) = P(B)$. (B) $P(A \cup B) = 1$. (C) $P(A \cup B) = P(A)$.

Aufgabe

Eine Mannschaft bestehe aus 15 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass 10 Sportler unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.2 und die restlichen Sportler jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.05 eine Medaille erringen können.
(a) Für einen zufällig aus der Mannschaft ausgewählten Sportler beträgt dann die Wahrscheinlichkeit, eine Medaille zu erringen p. p liegt in

A8: (A) $(0, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.18]$. (D) $(0.18, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Sportler der Mannschaft eine Medaille erringt, liegt in

A9: (A) $(0, 0.910]$. (B) $(0.910, 0.925]$. (C) $(0.925, 0.940]$. (D) $(0.940, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1	0.5	1	2
$P(X = x)$	0.4	0.3	0.2	0.1

(a) Die Wahrscheinlichkeit $P(1 \leq X \leq 3)$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 0.0]$. (B) $(0.0, 0.1]$. (C) $(0.1, 0.2]$. (D) $(0.2, \infty)$.

(c) Ein 0.45-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) -1. (B) 0.5. (C) 1. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Träger $\{0, 1, 2, 3\}$. Es sei bekannt, dass $P(X = 2) = 0.2$, $P(X = 3) = 0.3$ und $E(X) = 1.55$ sind. $P(X = 1)$ liegt in

A13: (A) $(0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = x^2 \, I_{[0,1]}(x) + \frac{1}{3} \, I_{[2,4]}(x).$$

(a) Ein Träger zu X ist

A14: (A) $\mathbb{R}$. (B) $(0, 1] \cup [2, 4]$. (C) $[0, 4]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 0.9 liegt in

A15: (A) $(0, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) $(0.28, 1]$.

(c) $E(X^3)$ ist in

A16: (A) $(-\infty, 17.0]$. (B) $(17.0, 19.0]$. (C) $(19.0, 21.0]$. (D) $(21.0, \infty)$.

Aufgabe
Der (zufällige) monatliche Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{2}{5} \, (x - 5) \, I_{[5,6]}(x) + \frac{1}{10} \, (10 - x) \, I_{(6,10]}(x).$$

(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 9 000 Euro zu erzielen, ist

A17: (A) kleiner als (B) genauso groß wie (C) größer als

die Wahrscheinlichkeit, geringere Umsätze als 6 000 Euro zu erzielen.
(b) Der im Mittel erwartete Umsatz liegt in (in Tausend Euro)

A18: (A) $(-\infty, 6.5]$. (B) $(6.5, 6.8]$. (C) $(6.8, 7.1]$. (D) $(7.1, \infty)$.

Aufgabe
a und b seien reelle Zahlen und X eine Zufallsvariable mit $0 < Var(X) < \infty$.
(a) $E(X^2) = (E(X))^2$. Die Aussage ist

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Dann ist stets $Var(a + bX) =$

A20: (A) $a + bVar(X)$. (B) $b^2Var(X)$. (C) $a^2 + b^2Var(X)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 4-mal oder genau 5-mal das Ereignis, eine ‚4' oder eine ‚5' zu werfen, eintritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, 1]$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass die Anzahl der Medaillen von 15 Sportlern jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.3 und für die restlichen Sportler die Anzahl jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.05. Die Anzahl der erkämpften Medaillen der verschiedenen Sportler seien unabhängig.
(a) Die *im Mittel erwartete* Anzahl der durch die Mannschaft errungenen Medaillen liegt in

A22: (A) $[0, 4.9]$. (B) $(4.9, 5.2]$. (C) $(5.2, 5.5]$. (D) $(5.5, \infty)$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens zwei Medaillen durch die Mannschaft errungen werden, liegt in

A23: (A) $[0, 0.94]$. (B) $(0.94, 0.96]$. (C) $(0.96, 0.98]$. (D) $(0.98, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A24: (A) $P(X \leq \mu + z_\alpha\sigma) = \alpha$. (B) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (C) $P(X \leq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Die Ankunftszeit von Herrn A. in seinem Büro lasse sich mit einer normalverteilten Zufallsvariable X beschreiben (Angaben in Stunden). Im Mittel komme er um 8:30 Uhr in seinem Büro an. Die Standardabweichung von X betrage 0.35 Stunden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A. später als 9:15 Uhr ins Büro kommt, liegt in

A25: (A) $[0, 0.019]$. (B) $(0.019, 0.028]$. (C) $(0.028, 0.037]$. (D) $(0.037, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim Exp(4)$ und $Y \sim N(1, 6.25)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X + 3Y)$ in

A26: (A) $(-\infty, 5.0]$. (B) $(5.0, 6.0]$. (C) $(6.0, 7.0]$. (D) $(7.0, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot (Y - X))$ ist in

A27: (A) $(-\infty, 3.0]$. (B) $(3.0, 6.0]$. (C) $(6.0, 9.0]$. (D) $(9.0, \infty)$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariable X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	2
0	0.42	0.28
0.5	0.18	0.12

Dann gilt

A28: (A) $X \cdot Y \sim B(1, 0.42)$. (B) $X + Y \sim B(2.5, 0.12)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A29: (A) X und Y sind unabhängig. (B) X und Y sind nicht unabhängig.

Aufgabe
Es werden zwei ideale Würfel unabhängig von einander geworfen. Der erste Würfel wurde wie üblich mit den Zahlen ‚1' bis ‚6' beschriftet. Auf den zweiten Würfel wurde drei Mal ‚2', einmal ‚3' und zwei Mal ‚5' geschrieben. X bzw. Y sei die gewürfelte (Augen)Zahl des ersten bzw. zweiten Würfels.
(a) Der Träger von (X,Y) enthält die Menge

A30: (A) $\{(4, 1), (7, 2)\}$. (B) $\{(1, 1), (2, 6)\}$. (C) $\{(3, 3), (2, 5)\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(X > Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.43]$. (C) $(0.43, 0.46]$. (D) $(0.46, 1]$.

Aufgabe
Für die Dichtefunkion eines stetigen Zufallsvektors (X,Y) sei

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + xy)I_{[0,2]}(x)I_{[0,2]}(y) \ .$$

(a) $P(X \leq 1.3, Y \leq 1.6)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.38]$. (B) $(0.38, 0.41]$. (C) $(0.41, 0.45]$. (D) $(0.45, 1]$.

(b) $E(X)$ ist im Intervall

A33: (A) $(-\infty, 1.20]$. (B) $(1.20, 1.30]$. (C) $(1.30, 1.40]$. (D) $(1.40, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 135 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 18 und höchstens 25 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0, 0.56]$. (B) $(0.56, 0.59]$. (C) $(0.59, 0.62]$. (D) $(0.62, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim Exp(0.5)$. Es sei $Y_i = I_{[1.5,\infty)}(X_i)$ und $\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i$. Dann liegt $\text{plim}(\bar{Y}_n)$ in

A35: (A) $(-\infty, 0.37]$. (B) $(0.37, 0.41]$. (C) $(0.41, 0.45]$. (D) $(0.45, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = X_2 - X_1 \ , \quad S_2 = \frac{n}{n+1}\, X_1 \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^n X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der zu μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A36: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

(b) S_2 ist ein konsistenter Schätzer zu μ. Die Aussage ist

A37: (A) nicht richtig. (B) richtig.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2}\, x I_{[0,1]}(x) + \frac{3}{4} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 1$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A38: (A) $2\bar{X}_n$. (B) $2\bar{X}_n - \frac{5}{6}$. (C) $2\bar{X}_n + \frac{7}{6}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 25 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 180$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 80$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 183.35]$. (B) $(183.35, 183.55]$. (C) $(183.55, 183.75]$. (D) $(183.75, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 625 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A40: (A) $[0, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) $(0.11, \infty)$.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Crispy nimmt eine Marktstudie vor und befragt 400 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 175 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Crispy bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Crispy bevorzugen.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.36]$. (B) $(0.36, 0.39]$. (C) $(0.39, 0.42]$. (D) $(0.42, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.470]$. (B) $(0.470, 0.480]$. (C) $(0.480, 0.490]$. (D) $(0.490, 1]$.

Aufgabe

Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 0$ gegen $H_1 : \theta < 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 15 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.85 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A43: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art. (C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe

In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu \geq 100$ gegen $H_1 : \mu < 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = -1.57$. Der p-Wert des Tests liegt in

A44: (A) $[0, 0.052]$. (B) $(0.052, 0.060]$. (C) $(0.060, 0.068]$. (D) $(0.068, 1]$.

Aufgabe

Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 100 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 10 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 20% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A45: (A) $[0, 0.79]$. (B) $(0.79, 0.83]$. (C) $(0.83, 0.87]$. (D) $(0.87, 1]$.

Aufgabe

Die Abfüllmengen der 1-Liter-Packungen von Milch der Marke „Kuhglück“ unterliegen Schwankungen und ergaben für eine Stichprobe (Angaben in Liter)

1.04 1.01 1.02 1.02 0.99 1.01 0.99 1.05 1.02 1.00.

Überprüfen Sie die Nullhypothese, dass im Mittel höchstens 1 Liter Milch abgefüllt wird, mit einem geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.9)$. (B) $[1.9, 2.2)$. (C) $[2.2, 2.5)$. (D) $[2.5, \infty)$.

(b) Der Test liefert ein *signifikantes Ergebnis*. Die Aussage ist

A47: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe

Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 3 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in mg). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      16    3.235528    .1088701    .4354803    3.003477    3.467579
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.1634
Ho: mean = 3                                     degrees of freedom =       15

    Ha: mean < 3                 Ha: mean != 3                 Ha: mean > 3
 Pr(T < t) = 0.9765         Pr(|T| > |t|) = 0.0471          Pr(T > t) = 0.0235
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A48: (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.30]$. (D) $(0.30, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.605]$. (B) $(1.605, 1.735]$. (C) $(1.735, 1.865]$. (D) $(1.865, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe

Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Herren heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 20% der Männer benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 65 von 180 befragten Herren angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Männer, die das Produkt nutzen, auf über 30% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test durch ($\alpha = 0.02$), der diese Aussage zeigen soll.

(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.8)$. (B) $[1.8, 2.1)$. (C) $[2.1, 2.4)$. (D) $[2.4, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A52: (A) $(-\infty, 1.8)$. (B) $[1.8, 1.9)$. (C) $[1.9, 2.0)$. (D) $[2.0, \infty)$.

Aufgabe

Ein Hersteller hat einen Zusatzstoff enwickelt um die Effizienz von Sprit zu erhöhen. Um die Wirksamkeit zu überprüfen, wurden 10 Fahrzeuge ohne Zusatzstoff auf eine Teststrecke geschickt und 10 gleichartige Fahrzeuge unter Verwendung des Zusatzstoffes. Die folgende Tabelle gibt die Ergebnisse des Spritverbrauchs ohne (x_i) bzw. mit (y_i) Zusatzstoff an (in Liter/100 km).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	4.82	5.06	4.66	5.47	4.89	4.86	5.15	4.56	5	4.81
y_i	4.42	4.58	4.51	4.44	4.31	4.47	4.6	4.18	4.49	4.44

Der Hersteller möchte zeigen ($\alpha = 0.05$), dass man mit dem Zusatzstoff im Mittel mehr als 0.3 Liter Sprit pro 100 km einspart. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen mit den Erwartungswerten μ_X bzw. μ_Y und gleichen Varianzen aus!

Hinweis: Die Stichprobenvarianzen betragen $s_X^2 = 0.06717$ und $s_Y^2 = 0.01536$.

(a) Die Nullhypothese H_0 lautet

A53: (A) $\mu_X + 0.3 \leq \mu_Y$. (B) $\mu_X \leq \mu_Y + 0.3$. (C) $\mu_X \geq \mu_Y + 0.3$. (D) $\mu_X + 0.3 \geq \mu_Y$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.86)$. (B) $[1.86, 1.92)$. (C) $[1.92, 2.00)$. (D) $[2.00, \infty)$.

(c) Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $(-\infty, 1.75)$. (B) $[1.75, 1.83)$. (C) $[1.83, 1.91)$. (D) $[1.91, \infty)$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam normalverteilt mit Parametern $\mu_1 = 2$, $\mu_2 = 1$, $\sigma_1^2 = 2.25$, $\sigma_2^2 = 2.25$, $\varrho = 0.5$. $P(X > Y)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.65)$. (B) $[0.65, 0.69)$. (C) $[0.69, 0.73)$. (D) $[0.73, 1]$.

Aufgabe
$X, X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Dann ist $E((X_i - \bar{X}_n)^2)$

A57: (A) $(1 + \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (B) $(1 - \frac{1}{n-1})\,\sigma^2$. (C) σ^2. (D) weder (A) noch (B) noch (C).

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 18 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	8.2	4.7	0.100
β	0.42	0.14	0.008

(a) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls zu α liegt in

A58: (A) $(-\infty, 16.2)$. (B) $[16.2, 17.0)$. (C) $[17.0, 17.8)$. (D) $[17.8, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese $H_0 : \beta \leq 0.25$ ist zum Signifikanzniveau 0.05

A59: (A) nicht abzulehnen. (B) abzulehnen.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $\bar{Y}_n = \alpha + \beta \bar{x}_n$ ist dann

A60: (A) nicht stets richtig. (B) stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2012, 2. Termin, 27. August 2012
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

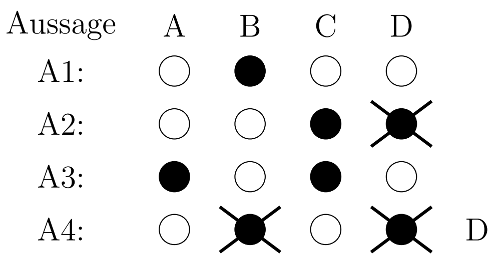
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 32 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Skat wird mit 32 Karten gespielt. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhält 10 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge). Die Anzahl der verschiedenen Kartenzuordnungen zu einem Spieler, bei denen dieser Spieler genau drei Asse und genau drei Buben (und keine weiteren Asse oder Buben) erhält, liegt in

A1: (A) $[0, 100\,000]$. (B) $(100\,000, 200\,000]$. (C) $(200\,000, 400\,000]$. (D) $(400\,000, \infty)$.

Aufgabe
Ein Laplace-Experiment habe 4 verschiedene Ausgänge. Das Experiment wird 5 mal unabhängig voneinander wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei jeder Ausgang des Laplace-Experiments mindestens einmal auftritt, liegt in

A2: (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

Aufgabe
Es bezeichne beim zweimaligen Werfen eines idealen Würfels A das Ereignis, mindestens eine gerade Zahl zu werfen, und B das Ereignis, dass die Summe der Augenzahlen kleiner als 7 ist.
(a) Es wurde das Ergebnis (5,3) geworfen. Dann ist

A3: (A) A, aber nicht B (B) B, aber nicht A (C) weder A noch B (D) A und B

eingetreten.
(b) $P(B)$ liegt in

A4: (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.52]$. (D) $(0.52, 1]$.

(c) Die Ereignisse A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) nicht unabhängig.

Aufgabe
A und B seien Ereignisse zum Ergebnisraum Ω.
(a) Es seien $0 < P(A) < 1$ und A und B disjunkt. Dann ist $P(B|A) = P(A \cup B|A)$

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Es gelte $\bar{A} \cup B = \Omega$. Dann gilt stets

A7: (A) $P(A \cup B) = P(A)$. (B) $P(A \cup B) = P(B)$. (C) $P(A \cup B) = 1$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass 10 Sportler unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.2 und die restlichen Sportler jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.05 eine Medaille erringen können.
(a) Für einen zufällig aus der Mannschaft ausgewählten Sportler beträgt dann die Wahrscheinlichkeit, eine Medaille zu erringen p. p liegt in

A8: (A) $(0, 0.11]$. (B) $(0.11, 0.13]$. (C) $(0.13, 0.15]$. (D) $(0.15, 1]$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens ein Sportler der Mannschaft eine Medaille erringt, liegt in

A9: (A) $(0, 0.900]$. (B) $(0.900, 0.915]$. (C) $(0.915, 0.930]$. (D) $(0.930, 1]$.

Aufgabe
Die Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungstabelle

x	-1.5	1	2	3
$P(X = x)$	0.1	0.3	0.4	0.2

(a) Die Wahrscheinlichkeit $P(-1 \le X \le 1)$ liegt in

A10: (A) $[0, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.25]$. (D) $(0.25, 1]$.

(b) Der Erwartungswert von X ist in

A11: (A) $(-\infty, 1.5]$. (B) $(1.5, 1.6]$. (C) $(1.6, 1.7]$. (D) $(1.7, \infty)$.

(c) Ein 0.7-Quantil zu X ist gleich

A12: (A) -1.5. (B) 1. (C) 2. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei eine diskrete Zufallsvariable mit Träger $\{0, 1, 2, 3\}$. Es sei bekannt, dass $P(X = 2) = 0.3$, $P(X = 3) = 0.2$ und $E(X) = 1.35$ sind. $P(X = 1)$ liegt in

A13: (A) $(0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.20]$. (D) $(0.20, 1]$.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{3}\, x I_{[0,2]}(x) + \frac{1}{3} I_{(2,3]}(x).$$

(a) Ein Träger zu X ist

A14: (A) $\mathbb{R}$. (B) $(0, 1] \cup [2, 3]$. (C) $\{0, 2, 3\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) Der Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 1.6 liegt in

A15: (A) $(0, 0.41]$. (B) $(0.41, 0.44]$. (C) $(0.44, 0.47]$. (D) $(0.47, 1]$.

(c) $E(X^3)$ ist in

A16: (A) $(-\infty, 6.0]$. (B) $(6.0, 7.0]$. (C) $(7.0, 8.0]$. (D) $(8.0, \infty)$.

Aufgabe
Der (zufällige) monatliche Umsatz eines Geschäftes werde beschrieben durch die stetige Zufallsvariable X (in Tausend Euro) mit Dichte

$$f(x) = \frac{1}{10}\,(x - 5)\, I_{[5,9]}(x) + \frac{2}{5}\,(10 - x)\, I_{(9,10]}(x).$$

(a) Die Wahrscheinlichkeit, größere Umsätze als 9 000 Euro zu erzielen, ist

A17: (A) kleiner als (B) genauso groß wie (C) größer als

die Wahrscheinlichkeit, geringere Umsätze als 6 000 Euro zu erzielen.
(b) Der im Mittel erwartete Umsatz liegt in (in Tausend Euro)

A18: (A) $(-\infty, 7.2]$. (B) $(7.2, 7.5]$. (C) $(7.5, 7.8]$. (D) $(7.8, \infty)$.

Aufgabe
a und b seien reelle Zahlen und X und Y beliebige Zufallsvariablen, deren Erwartungswerte und Varianzen existieren.
(a) X und Y seien unabhängig und $X > 0$ und $Y > 0$. Dann ist $E(X \cdot Y) > E(X)E(Y)$

A19: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) Dann ist stets $Var(a + bX) =$

A20: (A) $a + bVar(X)$. (B) $a^2 + b^2Var(X)$. (C) $b\,Var(X)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 6-maligen Werfen eines idealen Würfels, genau 1-mal oder genau 2-mal das Ereignis, eine ‚1' oder eine ‚2' zu werfen, eintritt, liegt in

A21: (A) $[0, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.58]$. (C) $(0.58, 0.61]$. (D) $(0.61, 1]$.

Aufgabe
Eine Mannschaft bestehe aus 20 Sportlern, die an verschiedenen Einzelwettbewerben teilnehmen. Die sportliche Leitung geht dabei davon aus, dass die Anzahl der Medaillen von 15 Sportlern jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.35 und für die restlichen Sportler die Anzahl jeweils Poisson-verteilt ist mit Parameter 0.1. Die Anzahl der erkämpften Medaillen der verschiedenen Sportler seien unabhängig.
(a) Die *im Mittel erwartete* Anzahl der durch die Mannschaft errungenen Medaillen liegt in

A22: (A) $[0, 5.6]$. (B) $(5.6, 5.9]$. (C) $(5.9, 6.2]$. (D) $(6.2, \infty)$.

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass dann mindestens zwei Medaillen durch die Mannschaft errungen werden, liegt in

A23: (A) $[0, 0.93]$. (B) $(0.93, 0.95]$. (C) $(0.95, 0.97]$. (D) $(0.97, 1]$.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. z_α sei das α-Quantil der Standardnormalverteilung. Dann gilt stets

A24: (A) $P(X \geq \mu + z_\alpha \sigma) = 1 - \alpha$. (B) $P(X \geq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = 1 - \alpha$. (C) $P(X \geq \frac{z_\alpha - \mu}{\sigma}) = \alpha$.

Aufgabe
Die Ankunftszeit von Herrn A. in seinem Büro lasse sich mit einer normalverteilten Zufallsvariable X beschreiben (Angaben in Stunden). Im Mittel komme er um 8:30 Uhr in seinem Büro an. Die Standardabweichung von X betrage 0.5 Stunden.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A. später als 9:15 Uhr ins Büro kommt, liegt in

A25: (A) $[0, 0.070]$. (B) $(0.070, 0.075]$. (C) $(0.075, 0.080]$. (D) $(0.080, 1]$.

Aufgabe
Es seien $X \sim Exp(2)$ und $Y \sim N(-1, 6.25)$ unabhängige Zufallsvariablen.
(a) Dann liegt $E(1 + 2X - 3Y)$ in

A26: (A) $(-\infty, 4.5]$. (B) $(4.5, 5.5]$. (C) $(5.5, 6.5]$. (D) $(6.5, \infty)$.

(b) $E(Y \cdot (X - Y))$ ist in

A27: (A) $(-\infty, -7]$. (B) $(-7, -4]$. (C) $(-4, -1]$. (D) $(-1, \infty)$.

Aufgabe
Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsvariable X und Y sei

$x_i \setminus y_i$	0	2
0	0.25	0.25
1	0.25	0.25

Dann gilt

A28: (A) $X \cdot Y \sim B(1, 0.25)$. (B) $0.5 \cdot X \cdot Y \sim B(1, 0.25)$. (C) (A) und (B) sind falsch.

A29: (A) X und Y sind unabhängig. (B) X und Y sind nicht unabhängig.

Aufgabe
Es werden zwei ideale Würfel unabhängig von einander geworfen. Der erste Würfel wurde wie üblich mit den Zahlen ‚1' bis ‚6' beschriftet. Auf den zweiten Würfel wurde zwei Mal ‚2', drei Mal ‚3' und ein Mal ‚6' geschrieben. X bzw. Y sei die gewürfelte (Augen)Zahl des ersten bzw. zweiten Würfels.
(a) Der Träger von (X,Y) enthält die Menge

A30: (A) $\{(7, 1), (2, 2)\}$. (B) $\{(1, 1), (2, 2)\}$. (C) $\{(3, 3), (5, 2)\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

(b) $P(X > Y)$ liegt in

A31: (A) $[0, 0.49]$. (B) $(0.49, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

Aufgabe
Für die Dichtefunkion eines stetigen Zufallsvektors (X,Y) sei

$$f(x, y) = \frac{1}{3}(1 + xy) I_{[0,1]}(x) I_{[0,2]}(y) \ .$$

(a) $P(X \leq 0.3, Y \leq 1.6)$ liegt in

A32: (A) $[0, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.19]$. (D) $(0.19, 1]$.

(b) $E(Y)$ ist im Intervall

A33: (A) $(-\infty, 1.2]$. (B) $(1.2, 1.3]$. (C) $(1.3, 1.4]$. (D) $(1.4, \infty)$.

Aufgabe
Ein idealer Würfel werde 105 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 18 und höchstens 25 Sechsen geworfen werden, liegt im Intervall

A34: (A) $[0, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.49]$. (D) $(0.49, 1]$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim Exp(0.3)$. Es sei $Y_i = I_{[1.5,\infty)}(X_i)$ und $\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n Y_i$. Dann liegt $\text{plim}(\bar{Y}_n)$ in

A35: (A) $(-\infty, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.69]$. (D) $(0.69, \infty)$.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ. Um μ zu schätzen, verwendet man die Schätzer

$$S_1 = (X_2 + X_3)/3\ , \quad S_2 = X_n \quad \text{und} \quad S_3 = (\sum_{i=1}^n X_i)/(n-1).$$

(a) Die Anzahl der zu μ erwartungstreuen Schätzer unter S_1, S_2 und S_3 ist

A36: (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

(b) S_3 ist ein konsistenter Schätzer zu μ. Die Aussage ist

A37: (A) richtig. (B) nicht richtig.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = x^2 I_{[0,1]}(x) + \frac{2}{3}\, I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 1$. Der Momentenschätzer für θ ist gleich

A38: (A) $2\bar{X}_n$. (B) $\frac{2}{3}\,\bar{X}_n - \frac{8}{15}$. (C) $\frac{3}{2}\,\bar{X}_n - \frac{11}{16}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ und unbekannten Parametern. Eine Stichprobe vom Umfang 20 liefert das Stichprobenmittel $\bar{x} = 220$ und die Stichprobenvarianz $s^2 = 100$.
Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervall für μ liegt in

A39: (A) $(-\infty, 223.15]$. (B) $(223.15, 223.45]$. (C) $(223.45, 223.75]$. (D) $(223.75, \infty)$.

Aufgabe
θ bezeichne den Anteil der Personen, die regelmäßig eine spezielle Dienstleistung in Anspruch nehmen. Für θ soll zum Sicherheitsniveau 0.8904 ein Konfidenzintervall bestimmt werden. Befragt werden dazu 324 zufällig ausgewählte Personen.
Die maximale Länge des sich ergebenden Konfidenzintervalls liegt in

A40: (A) $[\,0, 0.06\,]$. (B) $(0.06, 0.08\,]$. (C) $(0.08, 0.10\,]$. (D) $(0.10, \infty)$.

Aufgabe
Der Corn-Flakes-Produzent Crispy nimmt eine Marktstudie vor und befragt 200 zufällig ausgewählte Konsumenten bezüglich ihrer Corn-Flakes-Lieblingsmarke. 70 Konsumenten haben hierbei mitgeteilt, dass sie die Marke Crispy bevorzugen. Es bezeichne π den Anteil an der Gesamtheit aller Konsumenten, die die Marke Crispy bevorzugen.
(a) Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für π ist in

A41: (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.33]$. (C) $(0.33, 0.36]$. (D) $(0.36, 1]$.

(b) Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für π liegt in

A42: (A) $[0, 0.396]$. (B) $(0.396, 0.403]$. (C) $(0.403, 0.410]$. (D) $(0.410, 1]$.

Aufgabe
Es werde ein statistischer Signifikanztest zum Niveau 0.10 für einen Parameter θ zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0$ gegen $H_1 : \theta > 0$ betrachtet. Simulationen für den Parameter $\theta = 0.5$ haben ergeben, dass in 16 von 100 Fällen die Nullhypothese abgelehnt wurde. Dann ist 0.84 ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit

A43: (A) eine richtige Entscheidung zu fällen. (B) des Fehlers 1.Art. (C) des Fehlers 2.Art.

Aufgabe
In einem Gauß-Test für die Hypothese $H_0 : \mu = 100$ gegen $H_1 : \mu \neq 100$ ergab die Berechnung der Teststatistik $t = 1.85$. Der p-Wert des Tests liegt in

A44: (A) $[0, 0.035]$. (B) $(0.035, 0.055]$. (C) $(0.055, 0.075]$. (D) $(0.075, 1]$.

Aufgabe
Ein Gemüsehändler nimmt eine große Lieferung Tomaten nur an, wenn er anhand einer Stichprobe vom Umfang 121 mit Hilfe eines statistischen Tests zum Signifikanzniveau 0.02 *nicht* nachweisen kann, dass der Anteil der unverkäuflichen Tomaten in der Lieferung größer als 15 Prozent ist.
Eine Lieferung enthalte 20% unverkäufliche Tomaten. Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Händler die Lieferung ablehnt, liegt in

A45: (A) $[0, 0.28]$. (B) $(0.28, 0.32]$. (C) $(0.32, 0.36]$. (D) $(0.36, 1]$.

Aufgabe
Die Abfüllmengen der 1-Liter-Packungen von Milch der Marke „Kuhglück“ unterliegen Schwankungen und ergaben für eine Stichprobe (Angaben in Liter)

1.03 1.00 1.01 1.01 0.99 1.00 0.98 1.05 1.01 0.99.

Überprüfen Sie die Nullhypothese, dass im Mittel höchstens 1 Liter Milch abgefüllt wird, mit einem geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) $(-\infty, 1.0)$. (B) $[1.0, 1.3)$. (C) $[1.3, 1.6)$. (D) $[1.6, \infty)$.

(b) Der Test liefert ein *signifikantes Ergebnis*. Die Aussage ist

A47: (A) falsch. (B) richtig.

Aufgabe
Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ *gezeigt* werden, dass der mittlere Teergehalt der Zigarettenmarke „Blauer Dunst“ größer als 3 mg pro Zigarette beträgt. Mit Hilfe des Statistikprogramms *Stata* wurden ensprechende Daten ausgewertet (Angaben in mg). Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus.

```
One-sample t test
------------------------------------------------------------------------------
Variable |     Obs        Mean    Std. Err.   Std. Dev.   [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
       x |      14    3.245561    .1208796      .45229    2.984417    3.506706
------------------------------------------------------------------------------
    mean = mean(x)                                                t =   2.0315
Ho: mean = 3                                     degrees of freedom =       13

    Ha: mean < 3                 Ha: mean != 3                 Ha: mean > 3
 Pr(T < t) = 0.9684         Pr(|T| > |t|) = 0.0632          Pr(T > t) = 0.0316
```

(a) Der Schätzwert für die Varianz zu den Beobachtungswerten liegt in

A48: (A) $[0, 0.16]$. (B) $(0.16, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.40]$. (D) $(0.40, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt im Intervall

A49: (A) $(-\infty, 1.67]$. (B) $(1.67, 1.73]$. (C) $(1.73, 1.80]$. (D) $(1.80, \infty)$.

(c) Die Nullhypothese wird

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Eine Firma bringt ein neues Lifestyle Produkt für Herren heraus. Im Vorjahr wurde das Produkt von 10% der Männer benutzt. In einer aktuellen, repräsentativen Umfrage haben 45 von 180 befragten Herren angegeben, dass sie das Produkt verwenden. Der Hersteller hofft, dass der Anteil der Männer, die das Produkt nutzen, auf über 20% gestiegen ist. Führen Sie einen statistischen Test durch ($\alpha = 0.04$), der diese Aussage zeigen soll.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty, 1.8)$. (B) $[1.8, 2.1)$. (C) $[2.1, 2.4)$. (D) $[2.4, \infty)$.

(b) Der kritische Wert des Tests liegt in

A52: (A) $(-\infty, 1.5)$. (B) $[1.5, 1.6)$. (C) $[1.6, 1.7)$. (D) $[1.7, \infty)$.

Aufgabe
Ein Hersteller hat einen Zusatzstoff enwickelt um die Effizienz von Sprit zu erhöhen. Um die Wirksamkeit zu überprüfen, wurden 9 Fahrzeuge ohne Zusatzstoff auf eine Teststrecke geschickt und 9 gleichartige Fahrzeuge unter Verwendung des Zusatzstoffes. Die folgende Tabelle gibt die Ergebnisse des Spritverbrauchs ohne (x_i) bzw. mit (y_i) Zusatzstoff an (in Liter/100 km).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	4.86	5.15	4.56	5	4.81	4.82	5.06	4.66	5.47
y_i	4.57	4.7	4.28	4.59	4.52	4.68	4.61	4.54	4.41

Der Hersteller möchte zeigen ($\alpha = 0.05$), dass man mit dem Zusatzstoff im Mittel mehr als 0.3 Liter Sprit pro 100 km einspart. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen mit den Erwartungswerten μ_X bzw. μ_Y und gleichen Varianzen aus!
Hinweis: Die Stichprobenvarianzen betragen $s_X^2 = 0.07537$ und $s_Y^2 = 0.01728$.
(a) Die Nullhypothese H_0 lautet

A53: (A) $\mu_X + 0.3 \geq \mu_Y$. (B) $\mu_X \geq \mu_Y + 0.3$. (C) $\mu_X + 0.3 \leq \mu_Y$. (D) $\mu_X \leq \mu_Y + 0.3$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A54: (A) $(-\infty, 1.0)$. (B) $[1.0, 1.15)$. (C) $[1.15, 1.3)$. (D) $[1.3, \infty)$.

(c) Der kritische Wert des Tests liegt in

A55: (A) $(-\infty, 1.61)$. (B) $[1.61, 1.66)$. (C) $[1.66, 1.71)$. (D) $[1.71, \infty)$.

Aufgabe
(X, Y) sei gemeinsam normalverteilt mit Parametern $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\sigma_1^2 = 2.25$, $\sigma_2^2 = 6.25$, $\varrho = 0.5$. $P(X > Y)$ liegt in

A56: (A) $[0, 0.30)$. (B) $[0.30, 0.34)$. (C) $[0.34, 0.38)$. (D) $[0.38, 1]$.

Aufgabe
$X, X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Dann ist $E((X_i - \bar{X}_n)^2)$

A57: (A) $(1 - \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (B) $(1 + \frac{1}{n})\,\sigma^2$. (C) $(1 - \frac{1}{n-1})\,\sigma^2$. (D) weder (A) noch (B) noch (C).

Aufgabe
Mit Hilfe des Standardmodells der linearen Einfachregression wurde die Produktivität P_i von Angestellten einer Firma in Beziehung gesetzt zu vorher erhobenen Scorewerten s_i zur Beurteilung ihrer Begabung.

$$P_i = \alpha + \beta s_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

Eine Analyse eines Datensatzes von 20 Angestellten ergab folgendes Ergebnis

Parameter	Schätzwert	Schätzwert des Standardfehlers	p-Wert für Test H_0 : Parameter=0
α	8.0	4.7	0.106
β	0.31	0.14	0.040

(a) Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls zu α liegt in

A58: (A) $(-\infty, 15.0)$. (B) $[15.0, 15.5)$. (C) $[15.5, 16.0)$. (D) $[16.0, \infty)$.

(b) Die Nullhypothese $H_0 : \beta \leq 0.15$ ist zum Signifikanzniveau 0.05

A59: (A) nicht abzulehnen. (B) abzulehnen.

Aufgabe
Wir betrachten das Standardmodell der linearen Einfachregression

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

und setzen

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad \bar{\varepsilon}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \text{ und } \bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Die Beziehung $Var(\bar{Y}_n) = \frac{1}{n} Var(\varepsilon_1)$ ist dann

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.