Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 1. Termin, 11. Juni 2010
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

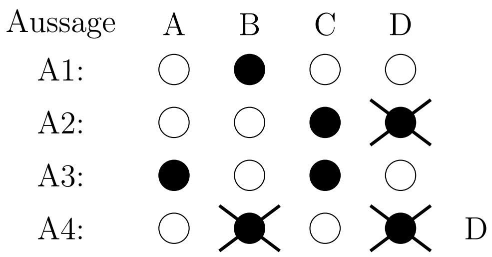
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 16 Mannschaften teil. 4 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in vier unterschiedlichen Gruppen, A bis D, gespielt; jede Gruppe besteht aus 4 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 4 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der vier stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A) $(0, 8 \cdot 10^6]$. (B) $(8 \cdot 10^6, 16 \cdot 10^6]$. (C) $(16 \cdot 10^6, 32 \cdot 10^6]$. (D) $(32 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe
Skatkarten umfassen 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben" (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten" (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhalte 8 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) aus dem gut durchgemischten Kartenspiel.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler den Pik Buben erhält, liegt in

A2: (A) (0,0.26]. (B) (0.26,0.30]. (C) (0.30,0.34]. (D) (0.34,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mindestens einen Buben und mindestens ein Ass erhält, liegt in

A3: (A) (0,0.41]. (B) (0.41,0.45]. (C) (0.45,0.49]. (D) (0.49,1).

Aufgabe
Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \cup B) = 0.7$.
(a) $P(A \setminus B)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.25]. (B) (0.25,0.3]. (C) (0.3,0.35]. (D) (0.35,1].

(b) A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) disjunkt. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $1 > P(B) > 0$.
(a) $P(A|B) = P(A|\bar{B})$. Die Aussage ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen T_1 und T_2 zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.
Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.02 aus. 60% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.035.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A8: (A) [0,0.02]. (B) (0.02,0.025]. (C) (0.025,0.03]. (D) (0.03,0.1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A9: (A) (0,0.042). (B) [0.042,0.044]. (C) (0.044,0.046). (D) [0.046,1].

Aufgabe

X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.1	0.2	0.3	0.0	0.1	0.3

(a) $P(X \leq 1.5) \in$

A10: (A) [0,0.5]. (B) (0.5,0.6]. (C) (0.6,0.7]. (D) (0.7,1].

(b) Der Träger von X ist

A11: (A) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. (B) $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$. (C) $\{-2, -1, 0, 2, 3\}$.

(c) $E((X + 1)^2)$ liegt im Intervall

A12: (A) $(-\infty$,6]. (B) (6,7]. (C) (7,8]. (D) $(8,\infty)$.

(d) Das 0.35-Quantil zu X liegt in

A13: (A) (-∞,-2]. (B) (-2,-1]. (C) (-1,0]. (D) $(0,\infty)$.

Aufgabe

X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{1}{3} I_{(1,3)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.

(a) F(1.5) liegt in

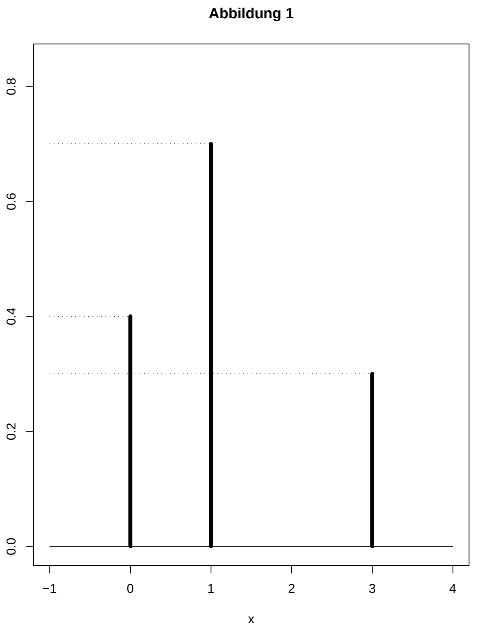
A14: (A) (0,0.55). (B) [0.55,0.65]. (C) (0.65,0.75). (D) [0.75,1].

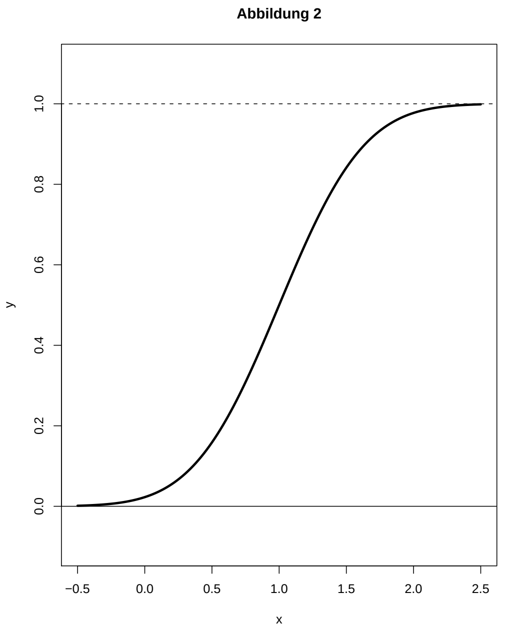
(b) $E(X)$ ist in

A15: (A) (-∞,1.5]. (B) (1.5,1.6]. (C) (1.6,1.7]. (D) $(1.7,\infty)$.

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt im Intervall

A16: (A) (-∞,2.2]. (B) (2.2,2.4]. (C) (2.4,2.6]. (D) $(2.6,\infty)$.





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Verteilungsfunktion zu X ist stetig. Die Aussage ist

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der geschossenen Tore, die in einem Fussballspiel in Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.5$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A20: (A) (0,0.25]. (B) (0.25,0.30]. (C) (0.30,0.35]. (D) (0.35,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel mehr als zwei Tore geschossen werden, liegt in

A21: (A) (0,0.18]. (B) (0.18,0.21]. (C) (0.21,0.24]. (D) (0.24,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A22: (A) (0,0.79]. (B) (0.79,0.82]. (C) (0.82,0.85]. (D) (0.85,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2500 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 15 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2490 und kleiner als 2520 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A23: (A) [0,0.64]. (B) (0.64,0.67]. (C) (0.67,0.71]. (D) (0.71,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1380 Grad Celsius ist, liegt in

A24: (A) [0,0.75). (B) [0.75,0.78). (C) [0.78,0.81). (D) [0.81,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsfunktion f.

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	c
2	0.2	0.4	0.2

(a) c ist gleich

A25: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y \leq 1) \in$

A26: (A) (0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) (0.8,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A27: (A) (-∞,1.7]. (B) (1.7,1.8]. (C) (1.8,1.9]. (D) (1.9,∞).

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{1}{5}(1 + x + y)I_{[0,1]}(x)I_{[0,2]}(y).$$

(a) Eine Randdichte zu X ist gleich

A28: (A) $(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}x)I_{[0,2]}(x)$. (B) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}x)I_{[0,1]}(x)$. (C) $(\frac{4}{5} + \frac{2}{5}x)I_{(0,1)}(x)$.

(b) $E(X \cdot Y) \in$

A29: (A) (-∞,0.50]. (B) (0.50,0.54]. (C) (0.54,0.58]. (D) (0.58,∞).

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.4 \cdot U + 0.6 \cdot V$.
(a) $E(X) \in$

A30: (A) (-∞,0.7). (B) [0.7,0.8). (C) [0.8,0.9). (D) [0.9,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A31: (A) [-1,0.31]. (B) (0.31,0.34]. (C) (0.34,0.37]. (D) (0.37,1].

Aufgabe
Eine ideale Münze werde 40 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, genau 20 mal „Zahl“ zu werden, liegt in

A32: (A) [0,0.135]. (B) (0.135,0.155]. (C) (0.155,0.165]. (D) (0.165,1].

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die relative Häufigkeit für das Werfen von „Zahl“, im Intervall $[0.4, 0.57]$ liegt, ist in

A33: (A) [0,0.66]. (B) (0.66,0.69]. (C) (0.69,0.72]. (D) (0.72,1].

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ seien u.i.v. und $S = (X_1 + X_2)/2$ ein Schätzer für den Parameter $\theta = 1/\lambda$. Von den drei Eigenschaften Erwartungstreue, asymptotischer Erwartungstreue und Konsistenz sind wieviele erfüllt?

A34: (A) Keine. (B) Eine. (C) Zwei. (D) Alle drei.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{3}{4} I_{[-1,0]}(x) + \frac{1}{4} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A35: (A) $\bar{X}_n$. (B) $2\bar{X}_n$. (C) $4\bar{X}_n - 1$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. und stetig gleichverteilt auf [0,2]. Es sei $T_n = \bar{X}_n$.
$P(T_n \in [0.7, 1.2])$ strebt für $n \to \infty$ gegen

A36: (A) 0. (B) 1. (C) Weder (A) noch (B) ist richtig.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 13 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.448 \quad , \quad \sum_{i=1}^{13} x_i^2 = 156.436.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A37: (A) (0,0.14]. (B) (0.14,0.15]. (C) (0.15,0.16]. (D) (0.16,∞).

Das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit enthält das Intervall

A38: (A) (3.1,3.6). (B) (3.2,3.7). (C) (3.3,3.8). (D) (3.4,3.9).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 42 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil der der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Das 0.95-Konfidenzintervall für π enthält die Werte

A39: (A) 0.025 und 0.045. (B) 0.029 und 0.05. (C) 0.031 und 0.054.

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem benötigten Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A40: (A) (0,2000]. (B) (2000,6 000]. (C) (6 000,18 000]. (D) (18 000,∞).

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.03 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A41: (A) (0,2.3]. (B) (2.3,2.5]. (C) (2.5,2.7]. (D) (2.7,∞).

Aufgabe

Eine Maschine produziere im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 17 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.42. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.16$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel produzierte Anzahl pro Stunde signifikant verringert hat.

(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A42: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \neq 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) (-∞,-2.2]. (B) (-2.2,-2]. (C) (-2,-1.8]. (D) (-1.8,∞).

(c) Der p-Wert ist in

A44: (A) [0,0.02]. (B) (0.02,0.03]. (C) (0.03,0.04]. (D) (0.04,1].

Aufgabe

Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ konstruiert.

Wenn die Nullhypothese vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Entscheidung zu treffen, stets größer oder gleich $1 - \alpha$. Die Aussage ist

A45: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe

In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 10 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1403.74 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel eingehalten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.

(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) (-∞,1.0]. (B) (1.0,1.4]. (C) (1.4,1.8]. (D) (1.8,∞).

(b) Der Betrag der kritischen Werte liegt in

A47: (A) (-∞,1.9). (B) (1.9,2.0]. (C) (2.0,2.25]. (D) (2.25,∞).

(c) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A48: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Mittelwert der Körpergröße (X) von 27 Frauen in einer zufälligen Stichprobe betrage $\bar{x} = 170.85$ cm. und die Stichprobenvarianz $s_X^2 = 23.52\ cm^2$. Für 58 Männer wurde ein Mittelwert der Körpergröße (Y) von $\bar{y} = 183.24$ cm festgestellt bei einer Stichprobenvarianz von $s_Y^2 = 29.91$ cm^2. Folgende Vermutung soll gezeigt werden: Männer der betrachteten Altersgruppe sind im Mittel mehr als 10 cm größer als Frauen. Führen Sie einen Test zum Signifikanzniveau 0.05 durch. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen und gleichen Varianzen für Männer und Frauen aus!
Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) (-∞,-2.0]. (B) (-2.0,-1.9]. (C) (-1.9,-1.8]. (D) (-1.8,∞).

(b) Der kritische Wert liegt in

A50: (A) ($-\infty$,-2.0]. (B) (-2.0,-1.9]. (C) (-1.9,-1.8]. (D) (-1.8,∞).

Aufgabe
Übermüdung verringert die Produktivität. Eine Fluglinie hat ihre Mitarbeiter ermutigt, während der Pause ein Nickerchen zu machen. Die unten stehende Tabelle gibt die Anzahl der Beschwerden von 7 zufällig ausgewählten Reservierungsagenten innerhalb von 6 Monaten vor und nachdem die Kurzschlaftphasen eingeführt wurden, an.

Mitarbeiter	1	2	3	4	5	6	7
1999	10	3	16	11	8	2	1
2000	5	0	7	4	6	4	2

Überprüfen Sie mit einem geeigneten statistischen Test ($\alpha = 0.05$), ob sich die mittlere Anzahl der Beschwerden pro Mitarbeiter verringert hat. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) (-∞,1.6]. (B) (1.6,1.9]. (C) (1.9,2.2]. (D) (2.2,∞).

Der *Betrag* des kritischen Werts liegt in

A52: (A) (-∞,1.7]. (B) (1.7,1.9]. (C) (1.9,2.1]. (D) (2.1,∞).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte im Nordosten Amerikas (X) und 1000 zufällig ausgewählte Haushalte im Südosten (Y) befragt. 42 bzw. 24 der Haushalte im Nordosten bzw. Südosten haben angegeben, sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen zu wollen. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05, ob Anteil der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen, im Nordosten und Südosten gleich groß ist.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A53: (A) (-∞,2.1]. (B) (2.1,2.3]. (C) (2.3,2.5]. (D) (2.5,∞).

(b) Die Nullhypothese wird beibehalten. Die Aussage ist

A54: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Von 10 gesunden Männern wurden das Lebensalter, x_i, und der systolische Blutdruck, y_i (in [mbar]), erfasst. Die zusammengefassten Ergebnisse sind:

$$\bar{x} = 38.3, \quad \bar{y} = 141.7, \quad s_X^2 = 198.2, \quad s_Y^2 = 872.1, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 57112.$$

Der Schätzwert für die Stichprobenkovarianz liegt in

A55: (A) $(-\infty,300]$. (B) (300,310]. (C) (310,320]. (D) $(320,\infty)$.

Es soll gezeigt werden, dass der Korrelationskoeffizient zu den Merkmalen Alter und Blutdruck positiv ist. Führen Sie dazu einen geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ durch! Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten Beobachtungen aus! Der Wert der Teststatistik liegt in

A56: (A) (0,2.5]. (B) (2.5,2.8]. (C) (2.8,3.1]. (D) $(3.1,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt in

A57: (A) (0,2.4]. (B) (2.4,2.9]. (C) (2.9,3.4]. (D) $(3.4,\infty)$.

Aufgabe
Die folgende Tabelle gibt die Höhe der Importe der Industriestaaten (X) und der sich entwickelnden Staaten (Y) (je in Milliarden Dollar) an.

Jahr	1950	1960	1970	1980	1990
x_i	39.8	85.4	226.9	1370.2	2237.9
y_i	21.1	40.1	75.6	556.4	819.4

Der Zusammenenhang zwischen den x- und y-Werten soll beschrieben werden mit einem linearen Regressionsmodell der Form: $y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$. *Hinweis:*

$$s_X^2 = 952\,342.1, \quad s_Y^2 = 132\,793.5, \quad \sum_i x_i y_i = 2\,617\,533$$

(a) Der KQ-Koeffizient für β ist in

A58: (A) $(-\infty,0.31]$. (B) (0.31,0.35]. (C) (0.35,0.39]. (D) $(0.39,\infty)$.

(b) Die Prognose für die Importe der sich entwickelnden Staaten für eine Importsumme von 1600 Milliarden Dollar der Industriestaaten liegt in

A59: (A) (0,580]. (B) (580,590]. (C) (590,600]. (D) $(600,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Aus $\hat{\beta} = 0$ folgt $\beta = 0$. Die Aussage ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 1. Termin, 11. Juni 2010
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

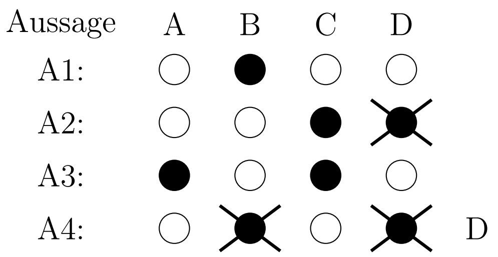
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 12 Mannschaften teil. 4 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in vier unterschiedlichen Gruppen, A bis D, gespielt; jede Gruppe besteht aus 3 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 4 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der vier stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A)$(0, 20 \cdot 10^3]$. (B)$(20 \cdot 10^3, 40 \cdot 10^3]$. (C)$(40 \cdot 10^3, 80 \cdot 10^3]$. (D)$(80 \cdot 10^3, \infty)$.

Aufgabe
Skatkarten umfassen 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhalte 10 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) aus dem gut durchgemischten Kartenspiel.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler den Pik Buben erhält, liegt in

A2: (A) (0,0.26]. (B) (0.26,0.30]. (C) (0.30,0.34]. (D) (0.34,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mindestens einen Buben und mindestens ein Ass erhält, liegt in

A3: (A) (0,0.61]. (B) (0.61,0.65]. (C) (0.65,0.69]. (D) (0.69,1).

Aufgabe
A und B seien Ereignisse eines Laplace-Experiments mit $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ und $P(A \cup B) = 0.7$.
(a) $P(B \setminus A)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.2] (B) (0.2,0.3] (C) (0.3,0.4] (D) (0.4,1]

(b) A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) disjunkt. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $1 > P(B) > 0$.
(a) Wenn A und B unabhängig sind, dann ist $P(A|B) = P(A|\bar{B})$. Die Aussage ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cup B) > P(A) + P(B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen T_1 und T_2 zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.
Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.03 aus. 50% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.05.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A8: (A) [0,0.04]. (B) (0.04,0.045]. (C) (0.045,0.05]. (D) (0.05,0.1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A9: (A) (0,0.065). (B) [0.065,0.07]. (C) (0.07,0.075). (D) [0.075,1].

Aufgabe

X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.15	0.2	0	0.25	0.1	0.3

(a) $P(X \leq 0.5) \in$

A10: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.4]. (C) (0.4,0.45]. (D) (0.45,1].

(b) Der Träger von X ist

A11: (A) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. (B) $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$. (C) $\{-2, -1, 0, 2, 3\}$.

(c) $E((X + 1)^2)$ liegt im Intervall

A12: (A) $(-\infty$,6]. (B) (6,7]. (C) (7,8]. (D) $(8,\infty)$.

(d) Das 0.4-Quantil zu X liegt in

A13: (A) (-∞,-2]. (B) (-2,-1]. (C) (-1,0]. (D) $(0,\infty)$.

Aufgabe

X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{2}{3} I_{(2,3)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.

(a) F(2.3) liegt in

A14: (A) (0,0.55). (B) [0.55,0.65]. (C) (0.65,0.75). (D) [0.75,1].

(b) $E(X)$ ist in

A15: (A) (-∞,1.9]. (B) (1.9,2]. (C) (2,2.1]. (D) $(2.1,\infty)$.

(c) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A16: (A) (-∞,2.5]. (B) (2.5,2.7]. (C) (2.7,2.9]. (D) $(2.9,\infty)$.

Abbildung 1

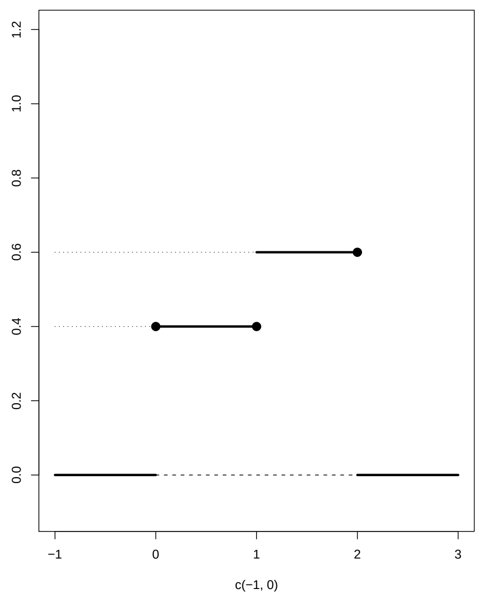
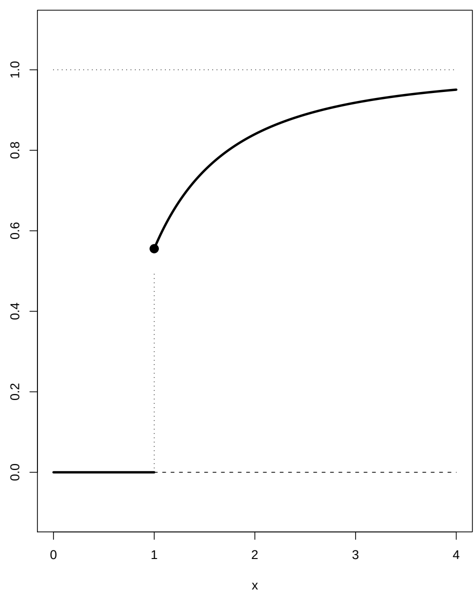


Abbildung 2



Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Die Dichtefunktion zu X ist stetig. Die Aussage ist

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der geschossenen Tore, die in einem Fussballspiel in Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.8$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A20: (A) (0,0.24]. (B) (0.24,0.26]. (C) (0.26,0.28]. (D) (0.28,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel höchstens zwei Tore geschossen werden, liegt in

A21: (A) (0,0.66]. (B) (0.66,0.69]. (C) (0.69,0.72]. (D) (0.72,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A22: (A) (0,0.88]. (B) (0.88,0.91]. (C) (0.91,0.94]. (D) (0.94,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2600 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 15 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2580 und kleiner als 2610 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A23: (A) [0,0.58]. (B) (0.58,0.61]. (C) (0.61,0.64]. (D) (0.64,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1430 Grad Celsius ist, liegt in

A24: (A) [0,0.61). (B) [0.61,0.64). (C) [0.64,0.67). (D) [0.67,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsfunktion f.

$X\backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	c
2	0.2	0.3	0.2

(a) c ist gleich

A25: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(X \leq 2) \in$

A26: (A) (0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) (0.8,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A27: (A) (-∞,1.65]. (B) (1.65,1.75]. (C) (1.75,1.85]. (D) (1.85,∞).

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{1}{6}(1 + x + 2y)I_{[0,2]}(x)I_{[0,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte zu Y ist gleich

A28: (A) $(\frac{2}{3} + \frac{2}{3}y)I_{[0,1]}(y)$. (B) $(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}y)I_{[0,2]}(y)$. (C) $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}y)I_{[0,1]}(y)$.

(b) $E(X \cdot Y) \in$

A29: (A) (-∞,0.57]. (B) (0.57,0.60]. (C) (0.60,0.63]. (D) (0.63,∞).

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.5 \cdot U + 0.5 \cdot V$.
(a) $E(X) \in$

A30: (A) (-∞,0.6). (B) [0.6,0.7). (C) [0.7,0.8). (D) [0.8,∞).

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A31: (A) [-1,0.36]. (B) (0.36,0.39]. (C) (0.39,0.42]. (D) (0.42,1].

Aufgabe
Eine ideale Münze werde 40 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, genau 24 mal „Zahl“ zu werden, liegt in

A32: (A) [0,0.05]. (B) (0.05,0.06]. (C) (0.06,0.07]. (D) (0.07,1].

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die relative Häufigkeit für das Werfen von „Zahl“, im Intervall $[0.43, 0.6]$ liegt, ist in

A33: (A) [0,0.63]. (B) (0.63,0.66]. (C) (0.66,0.69]. (D) (0.69,1].

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ seien u.i.v. und $S = \bar{X}_n$ ein Schätzer für den Parameter $\theta = 1/\lambda$. Von den drei Eigenschaften Erwartungstreue, asymptotischer Erwartungstreue und Konsistenz sind wieviele erfüllt?

A34: (A) Keine. (B) Eine. (C) Zwei. (D) Alle drei.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{2} I_{[-1,0]}(x) + \frac{1}{2} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A35: (A) $2\bar{X}_n$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $4\bar{X}_n - 1$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. und stetig gleichverteilt auf [0,2]. Es sei $T_n = \bar{X}_n$.
$P(T_n \in [0.3, 0.8])$ strebt für $n \to \infty$ gegen

A36: (A) 0. (B) 1. (C) Weder (A) noch (B) ist richtig.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 15 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.648 \quad , \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 204.14.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A37: (A) (0,0.27]. (B) (0.27,0.29]. (C) (0.29,0.31]. (D) (0.31,∞).

Das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit enthält das Intervall

A38: (A) (3.4,4.0). (B) (3.5,4.1). (C) (3.6,4.2). (D) (3.7,4.3).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 62 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil der der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Das 0.95-Konfidenzintervall für π enthält die Werte

A39: (A) 0.038 und 0.068. (B) 0.042 und 0.070. (C) 0.050 und 0.072.

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem notwendigen Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A40: (A) (0,8 000]. (B) (8 000,16 000). (C) (16 000,32 000). (D) (32 000,∞).

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.05 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A41: (A) (0,1.5]. (B) (1.5,1.7]. (C) (1.7,1.9]. (D) (1.9,∞).

Aufgabe
Eine Maschine produziere im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 16 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.44. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.16$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant verändert hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A42: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \neq 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) (-∞,-1.8]. (B) (-1.8,-1.6]. (C) (-1.6,-1.4]. (D) (-1.4,∞).

(c) Der p-Wert ist in

A44: (A) [0,0.125]. (B) (0.125,0.15]. (C) (0.15,0.175]. (D) (0.175,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ konstruiert.
Wenn die Alternative vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Entscheidung zu treffen, stets größer oder gleich $1 - \alpha$. Die Aussage ist

A45: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 20 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1405.24 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel signifikant überschrittten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) (-∞,1.8]. (B) (1.8,1.9]. (C) (1.9,2.0]. (D) (2.0,∞).

(b) Der kritische Wert liegt in

A47: (A) (-∞,1.7). (B) (1.7,1.9]. (C) (1.9,2.1]. (D) (2.1,∞).

(c) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A48: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Mittelwert der Körpergröße (X) von 27 Frauen in einer zufälligen Stichprobe betrage $\bar{x} = 170.85$ cm. und die Stichprobenvarianz $s_X^2 = 23.52\ cm^2$. Für 58 Männer wurde ein Mittelwert der Körpergröße (Y) von $\bar{y} = 183.44$ cm festgestellt bei einer Stichprobenvarianz von $s_Y^2 = 29.91$ cm^2. Folgende Vermutung soll gezeigt werden: Männer der betrachteten Altersgrupppe sind im Mittel mehr als 10.5 cm größer als Frauen. Führen Sie einen Test zum Signifikanzniveau 0.025 durch. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen und gleichen Varianzen für Männer und Frauen aus!
Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, -2.0]$. (B) $(-2.0, -1.9]$. (C) $(-1.9, -1.8]$. (D) $(-1.8, \infty)$.

(b) Der kritische Wert liegt in

A50: (A) $(-\infty, -2.0]$. (B) $(-2.0, -1.9]$. (C) $(-1.9, -1.8]$. (D) $(-1.8, \infty)$.

Aufgabe
Übermüdung verringert die Produktivität. Eine Fluglinie hat ihre Mitarbeiter ermutigt, während der Pause ein Nickerchen zu machen. Die unten stehende Tabelle gibt die Anzahl der Beschwerden von 7 zufällig ausgewählten Reservierungsagenten innerhalb von 6 Monaten an - vor und nachdem die Kurzschlafphasen eingeführt wurden.

Mitarbeiter	1	2	3	4	5	6	7
1999	9	3	16	10	8	2	1
2000	6	0	12	8	6	4	2

Überprüfen Sie mit einem geeigneten statistischen Test ($\alpha = 0.025$), ob sich die mittlere Anzahl der Beschwerden pro Mitarbeiter *verringert* hat. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty,1.6]$. (B) $(1.6,1.7]$. (C) $(1.7,1.8]$. (D) $(1.8,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Werts liegt in

A52: (A) $(-\infty,2.0]$. (B) $(2.0,2.2]$. (C) $(2.2,2.4]$. (D) $(2.4,\infty)$.

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 500 zufällig ausgewählte Haushalte im Nordosten Amerikas (X) und 500 zufällig ausgewählte Haushalte im Südosten (Y) befragt. 21 bzw. 12 der Haushalte im Nordosten bzw. Südosten haben angegeben, sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen zu wollen. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05, ob Anteil der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen, im Nordosten und Südosten gleich groß ist.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A53: (A) $(-\infty,1.3]$. (B) $(1.3,1.5]$. (C) $(1.5,1.7]$. (D) $(1.7,\infty)$.

(b) Die Nullhypothese wird beibehalten. Die Aussage ist

A54: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Von 10 gesunden Männern wurden das Lebensalter, x_i, und der systolische Blutdruck, y_i (in [mbar]), erfasst. Die zusammengefassten Ergebnisse sind:

$$\bar{x} = 38.3, \quad \bar{y} = 141.7, \quad s_X^2 = 198.2, \quad s_Y^2 = 872.1, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 56112.$$

Der Schätzwert für die Stichprobenkovarianz liegt in

A55: (A) $(-\infty,200]$. (B) $(200,210]$. (C) $(210,220]$. (D) $(220,\infty)$.

Überprüfen Sie, ob die Merkmale Alter und Blutdruck unkorreliert sind. Führen Sie dazu einen geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ durch! Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten Beobachtungen aus! Der Wert der Teststatistik liegt in

A56: (A) $(0,1.7]$. (B) $(1.7,1.8]$. (C) $(1.8,1.9]$. (D) $(1.9,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt in

A57: (A) $(0,2.4]$. (B) $(2.4,2.9]$. (C) $(2.9,3.4]$. (D) $(3.4,\infty)$.

Aufgabe
Die folgende Tabelle gibt die Höhe der Importe der Industriestaaten (X) und der sich entwickelnden Staaten (Y) (je in Milliarden Dollar).

Jahr	1950	1960	1970	1980	1990
x_i	39.8	85.4	226.9	1370.2	2037.9
y_i	21.1	40.1	75.6	556.4	819.4

Der Zusammenenhang zwischen den x- und y-Werten soll beschrieben werden mit einem linearen Regressionsmodell der Form: $y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$. *Hinweis:*

$$s_X^2 = 815\,756.1, \quad s_Y^2 = 132\,793.5, \quad \sum_i x_i y_i = 2\,453\,653$$

(a) Der KQ-Koeffizient für β ist in

A58: (A) $(-\infty,0.31]$. (B) $(0.31,0.35]$. (C) $(0.35,0.39]$. (D) $(0.39,\infty)$.

(b) Die Prognose für die Importe der sich entwickelnden Staaten für eine Importsumme von 1600 Milliarden Dollar der Industriestaaten liegt in

A59: (A) $(0,615]$. (B) $(615,625]$. (C) $(625,635]$. (D) $(635,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n, mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Wenn $\sigma^2 = 0$, dann ist $P(\hat{\beta} = 0) = 1$. Die Aussage ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 1. Termin, 11. Juni 2010
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 15 Mannschaften teil. 3 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in drei unterschiedlichen Gruppen, A bis C, gespielt; jede Gruppe besteht aus 5 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 3 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der 3 stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A) $(0, 150 \cdot 10^3]$. (B) $(150 \cdot 10^3, 300 \cdot 10^3]$. (C) $(300 \cdot 10^3, 1 \cdot 10^6]$. (D) $(1 \cdot 10^6, \infty)$.

Aufgabe
Skatkarten umfassen 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhalte 12 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) aus dem gut durchgemischten Kartenspiel.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler den Herz Buben erhält, liegt in

A2: (A) [0,0.35]. (B) (0.35,0.37]. (C) (0.37,0.39]. (D) (0.39,1].

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mindestens einen Buben und mindestens ein Ass erhält, liegt in

A3: (A) [0,0.70]. (B) (0.70,0.73]. (C) (0.73,0.76]. (D) (0.76,1].

Aufgabe
Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \cup B) = 0.8$.
(a) $P(B \setminus A)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.1]. (B) (0.1,0.2]. (C) (0.2,0.3]. (D) (0.3,1].

(b) A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) disjunkt. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
(a) Wenn A und B disjunkt sind, dann sind A und B unabhängig. Die Aussage ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cup B) - P(B) = P(A) - P(A \cap B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen T_1 und T_2 zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.
Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.04 aus. 40% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.05.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A8: (A) [0,0.045]. (B) (0.045,0.047]. (C) (0.047,0.049]. (D) (0.049,0.1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A9: (A) (0,0.081). (B) [0.081,0.083]. (C) (0.083,0.085). (D) [0.085,1].

Aufgabe

X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.15	0.0	0.2	0.3	0.2	0.15

(a) $P(X \leq 2) \in$

A10: (A) [0,0.6]. (B) (0.6,0.7]. (C) (0.7,0.8]. (D) (0.8,1].

(b) Der Träger von X ist

A11: (A) $\{-2, 0, 1, 2, 3\}$. (B) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. (C) $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$.

(c) $E((X + 1)^2)$ liegt im Intervall

A12: (A) $(-\infty$,6]. (B) (6,6.5]. (C) (6.5,7]. (D) (7,∞).

(d) Das 0.5-Quantil zu X liegt in

A13: (A) (-∞,1]. (B) (1,2]. (C) (2,3]. (D) (3,∞).

Aufgabe

X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{2}{9} I_{(1,4)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.

(a) F(1.5) liegt in

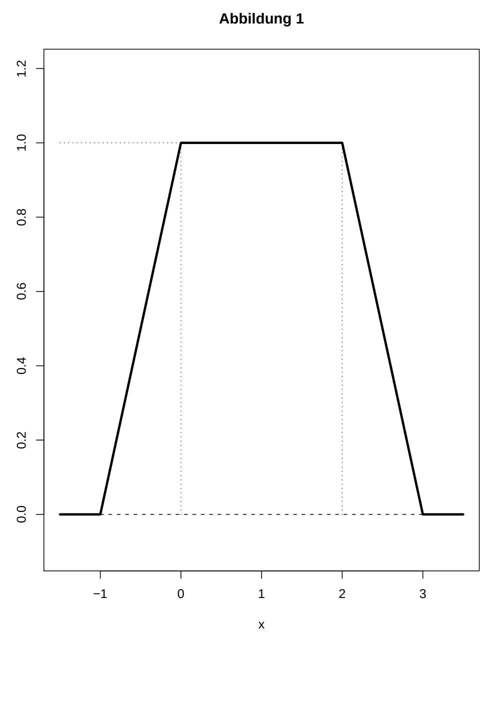
A14: (A) (0,0.46). (B) [0.46,0.52]. (C) (0.52,0.58). (D) [0.58,1].

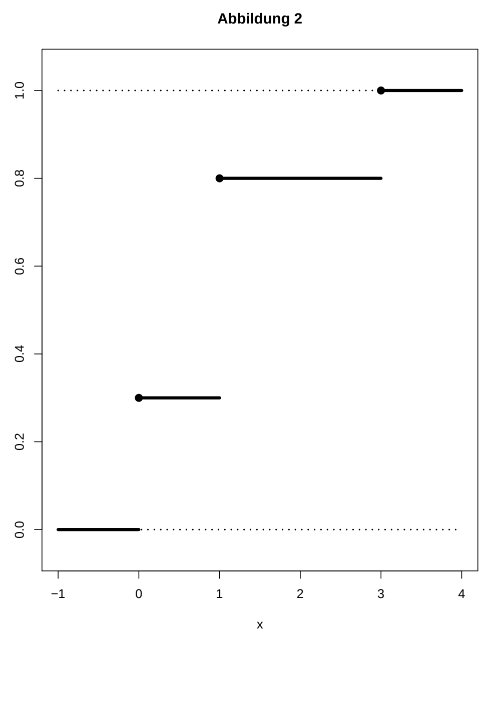
(b) $E(X)$ ist in

A15: (A) (-∞,1.8]. (B) (1.8,1.9]. (C) (1.9,2.0]. (D) (2.0,∞).

(c) Das 0.8-Quantil zu X liegt im Intervall

A16: (A) (-∞,2.9]. (B) (2.9,3.1]. (C) (3.1,3.3]. (D) (3.3,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Für alle reellen Zahlen x ist $f(x) > 0$. Die Aussage ist

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der geschossenen Tore, die in einem Fussballspiel in Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.2$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A20: (A) (0,0.30]. (B) (0.30,0.34]. (C) (0.34,0.38]. (D) (0.38,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel mehr als zwei Tore geschossen werden, liegt in

A21: (A) (0,0.13]. (B) (0.13,0.16]. (C) (0.16,0.19]. (D) (0.19,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft, in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A22: (A) (0,0.77]. (B) (0.77,0.80]. (C) (0.80,0.83]. (D) (0.83,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2500 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 25 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2490 und kleiner als 2520 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A23: (A) [0,0.46]. (B) (0.46,0.49]. (C) (0.49,0.52]. (D) (0.52,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1380 Grad Celsius ist, liegt in

A24: (A) [0,0.66). (B) [0.66,0.69). (C) [0.69,0.72). (D) [0.72,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsfunktion f.

$X\backslash Y$	1	2	3
0	0.1	0.15	c
1	0.2	0.15	0.1

(a) c ist gleich

A25: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(X \geq 1) \in$

A26: (A) (0,0.25]. (B) (0.25,0.3]. (C) (0.3,0.4]. (D) (0.4,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A27: (A) $(-\infty$,0.6]. (B) (0.6,0.65]. (C) (0.65,0.7]. (D) $(0.7,\infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{1}{7}(1 + 2x + y)I_{[0,2]}(x)I_{[0,1]}(y).$$

(a) Eine Randdichte zu X ist gleich

A28: (A) $(\frac{2}{7} + \frac{1}{7}x)I_{[0,1]}(x)$. (B) $(\frac{3}{14} + \frac{2}{7}x)I_{[0,2]}(x)$. (C) $(\frac{1}{14} + \frac{3}{7}x)I_{(0,2)}(x)$.

(b) $E(X \cdot Y) \in$

A29: (A) $(-\infty$,0.57]. (B) (0.57,0.60]. (C) (0.60,0.63]. (D) $(0.63,\infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.4 \cdot U + 0.4 \cdot V$.
(a) $E(X) \in$

A30: (A) $(-\infty$,0.55). (B) [0.55,0.6]. (C) (0.6,0.65). (D) $[0.65,\infty)$.

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A31: (A) [-1,0.43]. (B) (0.43,0.46]. (C) (0.46,0.49]. (D) (0.49,1].

Aufgabe
Eine ideale Münze werde 50 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, genau 20 mal „Zahl“ zu werden, liegt in

A32: (A) [0,0.05]. (B) (0.05,0.06]. (C) (0.06,0.07]. (D) (0.07,1].

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die relative Häufigkeit für das Werfen von „Zahl“, im Intervall $[0.4, 0.57]$ liegt, ist in

A33: (A) [0,0.75]. (B) (0.75,0.79]. (C) (0.79,0.82]. (D) (0.82,1].

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ seien u.i.v. und $S = (X_1 + X_3)/3$ ein Schätzer für den Parameter $\theta = 1/\lambda$. Von den drei Eigenschaften Erwartungstreue, asymptotischer Erwartungstreue und Konsistenz sind wieviele erfüllt?

A34: (A) Keine. (B) Eine. (C) Zwei. (D) Alle drei.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{4} I_{[-1,0]}(x) + \frac{3}{4} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A35: (A) $\frac{4}{3}\bar{X}_n - \frac{1}{3}$. (B) $\frac{5}{3}\bar{X}_n + \frac{1}{6}$. (C) $\bar{X}_n$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. und stetig gleichverteilt auf [1,2]. Es sei $T_n = \bar{X}_n$.
$P(T_n \in [1.3, 1.6])$ strebt für $n \to \infty$ gegen

A36: (A) 0. (B) 1. (C) Weder (A) noch (B) ist richtig.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 13 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.448 \quad , \quad \sum_{i=1}^{13} x_i^2 = 157.59.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A37: (A) (0,0.23]. (B) (0.23,0.24]. (C) (0.24,0.25]. (D) (0.25,∞).

Das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit enthält das Intervall

A38: (A) (2.8,3.4). (B) (2.9,3.5). (C) (3.0,3.6). (D) (3.1,3.7).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 52 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil der der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Das 0.95-Konfidenzintervall für π enthält die Werte

A39: (A) 0.035 und 0.057. (B) 0.04 und 0.062. (C) 0.045 und 0.068.

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem benötigten Mindeststichprobenumfang ausgehen, der in

A40: (A) (0,2000] (B) (2000,5 000] (C) (5 000,10 000] (D) (10 000,∞)

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.04 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A41: (A) (0,1.96]. (B) (1.96,2.16]. (C) (2.16,2.36]. (D) (2.36,∞).

Aufgabe
Eine Maschine produziere im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 17 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.58. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.25$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel produzierte Anzahl von Teilen pro Stunde signifikant erhöht hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A42: (A) $\mu = 15.5$. (B) $\mu \neq 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) (-∞,1.0]. (B) (1.0,1.2]. (C) (1.2,1.4]. (D) (1.4,∞).

(c) Der p-Wert ist in

A44: (A) [0,0.08]. (B) (0.08,0.09]. (C) (0.09,0.10]. (D) (0.10,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0,1)$ konstruiert.
Wenn die Nullhypothese vorliegt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, eine falsche Entscheidung zu treffen, stets kleiner oder gleich α. Die Aussage ist

A45: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 15 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1406.74 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel eingehalten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) (-∞,1.5]. (B) (1.5,1.8]. (C) (1.8,2.1]. (D) (2.1,∞).

(b) Der Betrag der kritischen Werte liegt in

A47: (A) (-∞,1.8). (B) (1.8,1.9]. (C) (1.9,2.1]. (D) (2.1,∞).

(c) Die Nullhypothese wird nicht abgelehnt. Die Aussage ist

A48: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Mittelwert der Körpergröße (X) von 27 Frauen in einer zufälligen Stichprobe betrage $\bar{x} = 170.85$ cm. und die Stichprobenvarianz $s_X^2 = 23.52\ cm^2$. Für 58 Männer wurde ein Mittelwert der Körpergröße (Y) von $\bar{y} = 183.34$ cm festgestellt bei einer Stichprobenvarianz von $s_Y^2 = 29.91$ cm^2. Folgende Vermutung soll gezeigt werden: Männer der betrachteten Altersgrupppe sind im Mittel mehr als 10 cm größer als Frauen. Führen Sie einen Test zum Signifikanzniveau 0.05 durch. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen und gleichen Varianzen für Männer und Frauen aus!
Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, -2.0]$. (B) $(-2.0, -1.9]$. (C) $(-1.9, -1.8]$. (D) $(-1.8, \infty)$.

(b) Der kritische Wert liegt in

A50: (A) $(-\infty, -2.0]$. (B) $(-2.0, -1.8]$. (C) $(-1.8, -1.6]$. (D) $(-1.6, \infty)$.

Aufgabe
Übermüdung verringert die Produktivität. Eine Fluglinie hat ihre Mitarbeiter ermutigt, während der Pause ein Nickerchen zu machen. Die unten stehende Tabelle gibt die Anzahl der Beschwerden von 8 zufällig ausgewählten Reservierungsagenten innerhalb von 6 Monaten vor und nachdem die Kurzschlaftphasen eingeführt wurden, an.

Mitarbeiter	1	2	3	4	5	6	7	8
1999	10	3	16	11	8	2	1	14
2000	5	0	7	4	6	4	2	5

Überprüfen Sie mit einem geeigneten statistischen Test ($\alpha = 0.05$), ob sich die mittlere Anzahl der Beschwerden pro Mitarbeiter verringert hat. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty$,2.5]. (B) (2.5,2.7]. (C) (2.7,2.9]. (D) (2.9,∞).

Der *Betrag* des kritischen Werts liegt in

A52: (A) $(-\infty$,1.65]. (B) (1.65,1.75]. (C) (1.75,1.85]. (D) (1.85,∞).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte im Nordosten Amerikas (X) und 1000 zufällig ausgewählte Haushalte im Südosten (Y) befragt. 62 bzw. 44 der Haushalte im Nordosten bzw. Südosten haben angegeben, sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen zu wollen. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05, ob der Anteil der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen, im Nordosten und Südosten gleich groß ist.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A53: (A) $(-\infty$,1.82]. (B) (1.82,1.92]. (C) (1.92,2.02]. (D) (2.02,∞).

(b) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A54: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Von 10 gesunden Männern wurden das Lebensalter, x_i, und der systolische Blutdruck, y_i (in [mbar]), erfasst. Die zusammengefassten Ergebnisse sind:

$$\bar{x} = 38.3, \quad \bar{y} = 141.7, \quad s_X^2 = 198.2, \quad s_Y^2 = 872.1, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 55112.$$

Der Schätzwert für die Stichprobenkovarianz liegt in

A55: (A) $(-\infty,100]$. (B) $(100,110]$. (C) $(110,120]$. (D) $(120,\infty)$.

Es soll gezeigt werden, dass der Korrelationskoeffizient zu den Merkmalen Alter und Blutdruck positiv ist. Führen Sie dazu einen geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ durch! Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten Beobachtungen aus! Der Wert der Teststatistik liegt in

A56: (A) $(0,0.6]$. (B) $(0.6,0.7]$. (C) $(0.7,0.8]$. (D) $(0.8,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt in

A57: (A) $(0,2.45]$. (B) $(2.45,2.65]$. (C) $(2.65,2.85]$. (D) $(2.85,\infty)$.

Aufgabe
Die folgende Tabelle gibt die Höhe der Importe der Industriestaaten (X) und der sich entwickelnden Staaten (Y) (je in Milliarden Dollar).

Jahr	1960	1970	1980	1990
x_i	85.4	226.9	1370.2	2237.9
y_i	40.1	75.6	556.4	819.4

Der Zusammenenhang zwischen den x- und y-Werten soll beschrieben werden mit einem linearen Regressionsmodell der Form: $y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$. *Hinweis:*

$$s_X^2 = 1\,034\,012, \quad s_Y^2 = 144\,059.2, \quad \sum_i x_i y_i = 2\,616\,693$$

(a) Der KQ-Koeffizient für β ist in

A58: (A) $(-\infty,0.33]$. (B) $(0.33,0.36]$. (C) $(0.36,0.39]$. (D) $(0.39,\infty)$.

(b) Die Prognose für die Importe der sich entwickelnden Staaten für eine Importsumme von 1900 Milliarden Dollar der Industriestaaten liegt in

A59: (A) $(0,700]$. (B) $(700,710]$. (C) $(710,720]$. (D) $(720,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n mit Normalverteilungsannahme, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Aus $\hat{\alpha} = 0$ folgt $\alpha = 0$. Die Aussage ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2010, 1. Termin, 11. Juni 2010
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 9 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

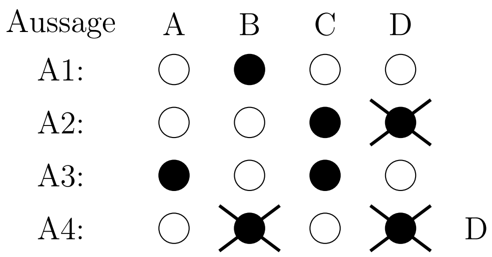
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 36 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen, der keine Integration oder fortgeschrittene Statistik-Funktionen unterstützt.

Viel Erfolg!

Aufgabe
An einem Turnier nehmen 15 Mannschaften teil. 5 von diesen Mannschaften haben sich in der Qualifikation als am stärksten herausgestellt. Das Turnier wird in fünf unterschiedlichen Gruppen, A bis E, gespielt; jede Gruppe besteht aus 3 Mannschaften. Die Anzahl der verschiedenen Einteilungen der Mannschaften in die 5 Gruppen, wenn in jeder Gruppe genau eine der fünf stärksten Mannschaften spielen soll, liegt in

A1: (A)$(0, 3 \cdot 10^9]$. (B)$(3 \cdot 10^9, 8 \cdot 10^9]$. (C)$(8 \cdot 10^9, 16 \cdot 10^9]$. (D)$(16 \cdot 10^9, \infty)$.

Aufgabe
Skatkarten umfassen 32 Karten. Dazu werden 4 „Farben“ (Karo, Herz, Pik, Kreuz) mit 8 „Werten“ (7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) kombiniert. Ein Spieler erhalte 9 Karten (ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) aus dem gut durchgemischten Kartenspiel.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler den Karo Buben erhält, liegt in

A2: (A) [0,0.26]. (B) (0.26,0.30]. (C) (0.30,0.34]. (D) (0.34,1].

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mindestens einen Buben und mindestens ein Ass erhält, liegt in

A3: (A) [0,0.51]. (B) (0.51,0.54]. (C) (0.54,0.57]. (D) (0.57,1].

Aufgabe
Für die Ereignisse A und B seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ und $P(A \cup B) = 0.8$.
(a) $P(B \setminus A)$ liegt im Intervall

A4: (A) [0,0.2] (B) (0.2,0.3] (C) (0.3,0.4] (D) (0.4,1]

(b) A und B sind

A5: (A) unabhängig. (B) disjunkt. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

Aufgabe
A und B seien beliebige Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$.
(a) Wenn A und B disjunkt sind, dann sind A und B unabhängig. Die Aussage ist

A6: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Die Aussage ist

A7: (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Das Erzeugnis E setze sich aus zwei Teilen T_1 und T_2 zusammen. Die Funktionstüchtigkeit von E werde über den Garantiezeitraum betrachtet. Das Erzeugnis falle genau dann aus, wenn mindestens eines der beiden Teile T_i ausfällt. Hierbei soll der Ausfall des einen Teils den Ausfall des anderen Teils nicht beeinflussen.
Teil T_1 werde in Werk W_A produziert und falle mit Wahrscheinlichkeit 0.01 aus. 60% der Produktion von Teil T_2 werde ebenfalls in Werk W_A in ebenso hoher Qualität gefertigt. Der Rest der Produktion von T_2 finde im Werk W_B statt. Die dort produzierten Teile besitzen die Ausfallwahrscheinlichkeit 0.04.
Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines zufällig ausgewählten Teiles T_2 liegt in

A8: (A) [0,0.015]. (B) (0.015,0.02]. (C) (0.02,0.025]. (D) (0.025,1].

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Erzeugnis E im Garantiezeitraum ausfällt, ist in

A9: (A) (0,0.032). (B) [0.032,0.035]. (C) (0.035,0.038). (D) [0.038,1].

Aufgabe

X sei eine Zufallsgröße, für die folgende Einzelwahrscheinlichkeiten bekannt seien:

a_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = a_i)$	0.1	0.2	0.1	0.3	0	0.3

(a) $P(X \geq 2.5) \in$

A10: (A) [0,0.3]. (B) (0.3,0.6]. (C) (0.6,0.7]. (D) (0.7,1].

(b) Der Träger von X ist

A11: (A) $\{-2, -1, 0, 1, 3\}$. (B) $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$. (C) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

(c) $E((X + 1)^2)$ liegt im Intervall

A12: (A) $(-\infty$,5]. (B) (5,5.5]. (C) (5.5,6]. (D) $(6,\infty)$.

(d) Das 0.8-Quantil zu X liegt in

A13: (A) (-∞,1]. (B) (1,2]. (C) (2,3). (D) [3,∞).

Aufgabe

X sei stetig verteilt mit Dichtefunktion $f(x) = x^2\, I_{(0,1]}(x) + \frac{1}{3} I_{(2,4)}(x)$ und Verteilungsfunktion F.

(a) F(2.3) liegt in

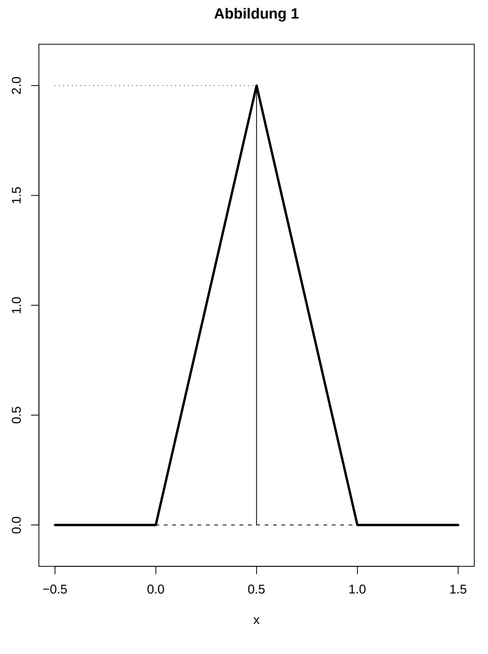
A14: (A) (0,0.40). (B) [0.40,0.45]. (C) (0.45,0.50). (D) [0.50,1].

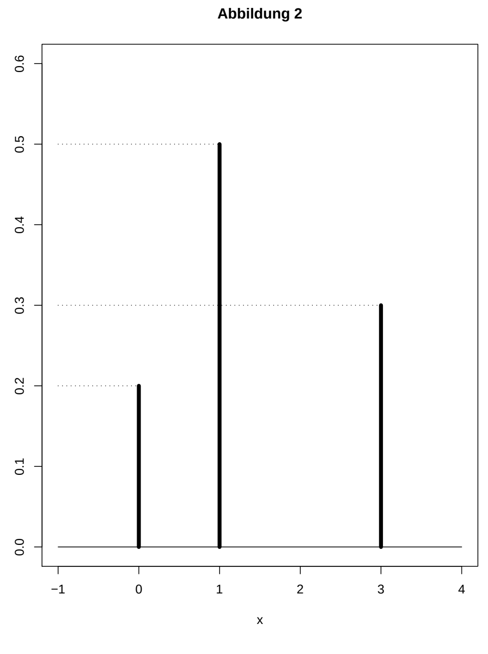
(b) $E(X)$ ist in

A15: (A) (-∞,2.3]. (B) (2.3,2.5]. (C) (2.5,2.7]. (D) (2.7,∞).

(c) Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A16: (A) (-∞,3.7]. (B) (3.7,3.8]. (C) (3.8,3.9]. (D) (3.9,∞).





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A17: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A18: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
X sei eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f und Träger $\mathbb{R}$.
Es gibt reelle Zahlen x,y mit $x < y$, so dass $F(x) = F(y)$. Die Aussage ist

A19: (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch falsch. (C) stets falsch.

Aufgabe
Die Anzahl der geschossenen Tore, die in einem Fussballspiel in Rahmen eines Turniers geschossen werden, sei Poisson-verteilt mit $\lambda = 1.6$ und von Spiel zu Spiel unabhängig.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel genau ein Tor geschossen wird, liegt in

A20: (A) (0,0.29]. (B) (0.29,0.31]. (C) (0.31,0.33]. (D) (0.33,1).

(b) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Spiel höchstens zwei Tore geschossen werden, liegt in

A21: (A) (0,0.71]. (B) (0.71,0.74]. (C) (0.74,0.77]. (D) (0.77,1).

(c) Die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Spielen einer Mannschaft in mindestens 2 Spielen mindestens 1 Tor geschossen wird, ist in

A22: (A) (0,0.88]. (B) (0.88,0.91]. (C) (0.91,0.94]. (D) (0.94,1].

Aufgabe
Die Temperatur X der Eisenschmelze im Rahmen der Produktion von Gusseisenteilen sei normalverteilt mit Erwartungswert 2600 Grad Fahrenheit und Standardabweichung 25 Grad Fahrenheit.
(a) Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer als 2580 und kleiner als 2610 Grad Fahrenheit ist, liegt in

A23: (A) [0,0.37]. (B) (0.37,0.40]. (C) (0.40,0.43]. (D) (0.43,1].

(b) Um die Temperatur in Fahrenheit (T_F) in die in Europa üblichen Grad Celsius (T_C) umzurechnen, verwendet man die Formel $T_C = (T_F - 32) \cdot 5/9$. Die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 1430 Grad Celsius ist, liegt in

A24: (A) [0,0.59). (B) [0.59,0.62). (C) [0.62,0.65). (D) [0.65,1].

Aufgabe
Gegeben sei die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle der beiden Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsfunktion f.

$X \backslash Y$	1	2	3
0	0.1	0.1	0.1
1	0.2	0.3	c

(a) c ist gleich

A25: (A) 0. (B) 0.1. (C) 0.2. (D) 0.3.

(b) $P(Y \leq 2) \in$

A26: (A) [0,0.5). (B) [0.5,0.6). (C) [0.6,0.7). (D) [0.7,1].

(c) $E(X|\,Y = 1) \in$

A27: (A) $(-\infty,0.55]$. (B) [0.55,0.65]. (C) (0.65,0.75). (D) $[0.75,\infty)$.

Aufgabe
Der zweidimensionale Vektor (X, Y) sei stetig verteilt mit folgender Dichtefunktion

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(1 + 2x + 2y)I_{[0,1]}(x)I_{[0,2]}(y).$$

(a) Eine Randdichte zu Y ist gleich

A28: (A) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}y)I_{[0,1]}(y)$. (B) $(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}y)I_{[0,2]}(y)$. (C) $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}y)I_{(0,2)}(y)$.

(b) $E(X \cdot Y) \in$

A29: (A) $(-\infty,0.58]$. (B) (0.58,0.61]. (C) (0.61,0.64]. (D) $(0.64,\infty)$.

Aufgabe
$U \sim B(1, 0.5)$ und $V \sim \text{Exp}(1)$ seien unabhängig. Es sei $X = 0.5 \cdot U + 0.3 \cdot V$.
(a) $E(X) \in$

A30: (A) $(-\infty,0.35)$. (B) [0.35,0.45). (C) [0.45,0.55). (D) $[0.55,\infty)$.

(b) Der Korrelationskoeffizient von X und U liegt in

A31: (A) [-1,0.59]. (B) (0.59,0.62]. (C) (0.62,0.65]. (D) (0.65,1].

Aufgabe
Eine ideale Münze werde 50 mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, genau 24 mal „Zahl“ zu werden, liegt in

A32: (A) [0,0.10]. (B) (0.10,0.11]. (C) (0.11,0.12]. (D) (0.12,1].

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die relative Häufigkeit für das Werfen von „Zahl“, im Intervall $[0.43, 0.6]$ liegt, ist in

A33: (A) [0,0.69]. (B) (0.69,0.72]. (C) (0.72,0.75]. (D) (0.75,1].

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Exp(\lambda)$ seien u.i.v. und $S = (1 - \frac{1}{n}) \cdot X_1$ ein Schätzer für den Parameter $\theta = 1/\lambda$. Von den drei Eigenschaften Erwartungstreue, asymptotischer Erwartungstreue und Konsistenz sind wieviele erfüllt?

A34: (A) Keine. (B) Eine. (C) Zwei. (D) Alle drei.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. und stetig verteilt gemäß folgender Dichtefunktion

$$f_\theta(x) = \frac{1}{3} I_{[-1,0]}(x) + \frac{2}{3} I_{[\theta,\theta+1]}(x)$$

für ein unbekanntes $\theta > 0$. Der Momentenschätzer für θ ist

A35: (A) $\frac{2}{3}\bar{X}_n + \frac{1}{6}$. (B) $\bar{X}_n$. (C) $\frac{3}{2}\bar{X}_n - \frac{1}{4}$. (D) (A) bis (C) sind falsch.

Aufgabe
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. und stetig gleichverteilt auf [1,2]. Es sei $T_n = \bar{X}_n$.
$P(T_n \in [0.6, 1.4])$ strebt für $n \to \infty$ gegen

A36: (A) 1. (B) 0. (C) Weder (A) noch (B) ist richtig.

Aufgabe
Zum Durchfahren einer Strecke von 5 Kilometer benötigten 15 beobachtete Fahrzeuge Durchfahrzeiten x_i (Angaben in *Minuten*), für die folgende Werte bekannt sind:

$$\bar{x} = 3.648 \quad , \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 205.54.$$

Gehen Sie davon aus, dass die Durchfahrtzeiten normalverteilt sind.
Die Stichprobenvarianz liegt in

A37: (A) (0,0.36]. (B) (0.36,0.37]. (C) (0.37,0.38]. (D) $(0.38,\infty)$.

Das 0.98-Konfidenzintervall für die mittlere Durchfahrtzeit enthält das Intervall

A38: (A) (3.28,4.03). (B) (3.38,4.13). (C) (3.48,4.23). (D) (3.58,4.33).

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 1000 zufällig ausgewählte Haushalte befragt. 72 der Haushalte haben angegeben, dass sie sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen wollen. π bezeichne den Anteil der der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen.
(a) Das 0.95-Konfidenzintervall für π enthält die Werte

A39: (A) 0.046 und 0.071. (B) 0.052 und 0.077. (C) 0.058 und 0.083.

Um ein 0.95-Konfidenzintervall für π der Länge 0.01 zu erhalten, kann man bei gegebener Datenlage von einem notwendigen Mindeststichprobenumfang ausgehen der in

A40: (A) (0,8 000] (B) (8 000,16 000] (C) (16 000,32 000] (D) $(32\,000,\infty)$

liegt. (b) Es soll mit einem Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass π größer als 0.06 ist. Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A41: (A) (0,1.65]. (B) (1.65,1.85]. (C) (1.85,2.05]. (D) (2.05,∞).

Aufgabe
Eine Maschine produziere im Mittel 15.5 Transformatorteile pro Stunde. Nach einer gründlichen Überholung der Maschine ergab sich bei 16 Produktionsdurchläufen als arithmetisches Mittel der pro Stunde produzierten Transformatorteile 15.56. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus und einer Standardabweichung von $\sigma = 0.25$. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test, ob sich die im Mittel pro Stunde produzierte Anzahl von Transformatorteilen signifikant verändert hat.
(a) Die Nullhypothese des Testproblems ist H_0 :

A42: (A) $\mu \neq 15.5$. (B) $\mu = 15.5$. (C) $\mu \geq 15.5$. (D) $\mu \leq 15.5$.

(b) Der Wert der Teststatistik liegt in

A43: (A) (-∞,1]. (B) (1,1.1]. (C) (1.1,1.2]. (D) (1.2,∞).

(c) Der p-Wert ist in

A44: (A) [0,0.33]. (B) (0.33,0.35]. (C) (0.35,0.37]. (D) (0.37,1].

Aufgabe
Für eine Nullhypothese H_0 und eine Alternative H_1 wurde ein Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ konstruiert.
Die Wahrscheinlichkeit, eine Fehlentscheidung zu treffen, ist stets kleiner oder gleich α. Die Aussage ist

A45: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.

Aufgabe
In einem Stahlwerk werden Kurbelwellen gegossen. Die Temperatur des flüssigen Stahls soll kontrolliert werden. Die Zieltemperatur betrage 1400 Grad Celsius. Eine Messung der Temperatur an 25 Kurbelwellen ergab einen Mittelwert von 1404.44 Grad Celsius und eine Stichprobenvarianz von 159.69 Grad Celsius^2. Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Zieltemperatur im Mittel signifikant überschrittten wird, mit einem geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$! Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.
(a) Der Wert der Teststatistik liegt in

A46: (A) ($-\infty$,1.54]. (B) (1.54,1.64]. (C) (1.64,1.74]. (D) (1.74,∞).

(b) Der kritische Wert liegt in

A47: (A) (-∞,1.7]. (B) (1.7,1.8]. (C) (1.8,1.9]. (D) (1.9,∞).

(c) Die Nullhypothese wird nicht abgelehnt. Die Aussage ist

A48: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Der Mittelwert der Körpergröße (X) von 27 Frauen in einer zufälligen Stichprobe betrage $\bar{x} = 170.85$ cm. und die Stichprobenvarianz $s_X^2 = 23.52\ cm^2$. Für 58 Männer wurde ein Mittelwert der Körpergröße (Y) von $\bar{y} = 183.44$ cm festgestellt bei einer Stichprobenvarianz von $s_Y^2 = 29.91$ cm^2. Folgende Vermutung soll gezeigt werden: Männer der betrachteten Altersgrupppe sind im Mittel mehr als 10.5 cm größer als Frauen. Führen Sie einen Test zum Signifikanzniveau 0.025 durch. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen und gleichen Varianzen für Männer und Frauen aus!
Der Wert der Teststatistik liegt in

A49: (A) $(-\infty, -2.0]$. (B) $(-2.0, -1.9]$. (C) $(-1.9, -1.8]$. (D) $(-1.8, \infty)$.

(b) Der kritische Wert liegt in

A50: (A) $(-\infty, -2.1]$. (B) $(-2.1, -2.0]$. (C) $(-2.0, -1.9]$. (D) $(-1.9, \infty)$.

Aufgabe
Übermüdung verringert die Produktivität. Eine Fluglinie hat ihre Mitarbeiter ermutigt, während der Pause ein Nickerchen zu machen. Die unten stehende Tabelle gibt die Anzahl der Beschwerden von 8 zufällig ausgewählten Reservierungsagenten innerhalb von 6 Monaten an - vor und nachdem die Kurzschlafphasen eingeführt wurden.

Mitarbeiter	1	2	3	4	5	6	7	8
1999	9	3	16	10	8	2	1	14
2000	6	0	12	8	6	4	2	5

Überprüfen Sie mit einem geeigneten statistischen Test ($\alpha = 0.025$), ob sich die mittlere Anzahl der Beschwerden pro Mitarbeiter *verringert* hat. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Der *Betrag* des Wertes der Teststatistik liegt in

A51: (A) $(-\infty$,2.25]. (B) (2.25,2.4]. (C) (2.4,2.55]. (D) $(2.55,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Werts liegt in

A52: (A) $(-\infty$,2.0]. (B) (2.0,2.2]. (C) (2.2,2.4]. (D) $(2.4,\infty)$.

Aufgabe
Ein amerikanischer Hersteller von Jet Skis möchte das Potential für seine Produkte analysieren. Dazu wurden 500 zufällig ausgewählte Haushalte im Nordosten Amerikas (X) und 500 zufällig ausgewählte Haushalte im Südosten (Y) befragt. 51 bzw. 32 der Haushalte im Nordosten bzw. Südosten haben angegeben, sich innerhalb der nächsten 5 Jahre ein Jet Ski kaufen zu wollen. Überprüfen Sie mit einem statistischen Test zum Niveau 0.05, ob der Anteil der Haushalte, die eine Anschaffung eines Jet Skis planen, im Nordosten und Südosten gleich groß ist.
(a) Der Wert der Teststatistik ist in

A53: (A) $(-\infty$,1.7]. (B) (1.7,1.9]. (C) (1.9,2.1]. (D) $(2.1,\infty)$.

(b) Die Nullhypothese wird abgelehnt. Die Aussage ist

A54: (A) richtig. (B) falsch.

Aufgabe
Von 10 gesunden Männern wurden das Lebensalter, x_i, und der systolische Blutdruck, y_i (in [mbar]), erfasst. Die zusammengefassten Ergebnisse sind:

$$\bar{x} = 38.3, \quad \bar{y} = 141.7, \quad s_X^2 = 198.2, \quad s_Y^2 = 872.1, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 57612.$$

Der Schätzwert für die Stichprobenkovarianz liegt in

A55: (A) $(-\infty,370]$. (B) (370,380]. (C) (380,390]. (D) $(390,\infty)$.

Überprüfen Sie, ob die Merkmale Alter und Blutdruck unkorreliert sind. Führen Sie dazu einen geeigneten statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ durch! Gehen Sie von gemeinsam normalverteilten Beobachtungen aus! Der Wert der Teststatistik liegt in

A56: (A) (0,5.3]. (B) (5.3,5.5]. (C) (5.5,5.7]. (D) $(5.7,\infty)$.

Der *Betrag* des kritischen Wertes liegt in

A57: (A) (0,2.9]. (B) (2.9,3.4]. (C) (3.4,3.6]. (D) $(3.6,\infty)$.

Aufgabe
Die folgende Tabelle gibt die Höhe der Importe der Industriestaaten (X) und der sich entwickelnden Staaten (Y) (je in Milliarden Dollar).

Jahr	1960	1970	1980	1990
x_i	85.4	226.9	1370.2	2037.9
y_i	40.1	75.6	556.4	819.4

Der Zusammenenhang zwischen den x- und y-Werten soll beschrieben werden mit einem linearen Regressionsmodell der Form: $y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$. *Hinweis:*

$$s_X^2 = 876\,305.7, \quad s_Y^2 = 144\,059.2, \quad \sum_i x_i y_i = 2\,452\,813$$

(a) Der KQ-Koeffizient für β ist in

A58: (A) $(-\infty,0.42]$. (B) (0.42,0.45]. (C) (0.45,0.48]. (D) $(0.48,\infty)$.

(b) Die Prognose für die Importe der sich entwickelnden Staaten für eine Importsumme von 1900 Milliarden Dollar der Industriestaaten liegt in

A59: (A) (0,750]. (B) (750,760]. (C) (760,770]. (D) $(770,\infty)$.

Aufgabe
Gegeben sei das Standardmodell der linearen Einfachregression $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, i=1,...,n, mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ und $\hat{\sigma}^2$ seien die Schätzer für α, β und σ^2 gemäß Formelsammlung.
Für beliebiges reelles x ist $E(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot x) = \alpha + \beta \cdot x$. Die Aussage ist

A60: (A) stets richtig. (B) nicht stets richtig.