Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

# Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

**FSS 2013, 1. Termin, 07. Juni 2013**
**Version: A**

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

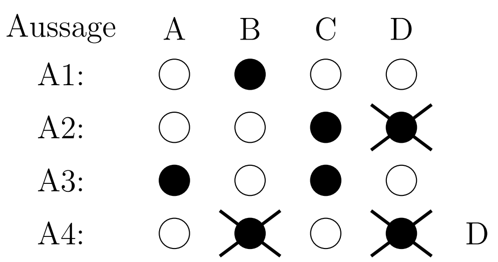
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen




Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe**
In einer Urne befinden sich 30 Kugeln, 7 davon sind rot. $\pi$ sei die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Kugel aus der Urne eine rote Kugel zu ziehen.
Dann ist 7/30 für $\pi$

**A1:** (A) die klassische Wahrscheinlichkeit. (B) die statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A) und (B) sind falsch.

**Aufgabe**
Beim Lotto „6 aus 36" werden 6 Kugeln aus einer Urne mit 36 Kugeln, die mit 1 bis 36 nummeriert sind, ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen.
Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen höchstens eine der Zahlen 1 bis 6 gezogen wird, liegt in (Angaben in 1000)

**A2:** (A) $(150, 300]$. (B) $(300, 600]$. (C) $(600, 1\,200]$. (D) $(1\,200, 2\,400]$.

**Aufgabe**
In einem Beutel mit Scabble-Buchstaben befinden sich 12 Buchstaben, 7 verschiedene Konsonanten und 5 verschiedene Vokale. Sie ziehen nacheinander und ohne Zurücklegen 7 Buchstaben und bilden in der Reihenfolge der gezogenen Buchstaben ein Wort.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie ein Wort mit genau 4 Konsonanten und 3 Vokalen erhalten, dass mit einem Konsonanten anfängt, liegt in

**A3:** (A) $(0, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.23]$. (C) $(0.23, 0.27]$. (D) $(0.27, 1]$.

**Aufgabe**
A und B seien Ereignisse. Das Ereignis „mindestens eines der Ereignisse A oder B tritt ein" wird ausgedrückt durch

**A4:** (A) $A \cap B$. (B) $\overline{A} \cap \overline{B}$. (C) $A \cup B$. (D) keinen der Ausdrücke (A)-(C).

**Aufgabe**
Bei einem Zufallsexperiment werden die beiden Ereignisse A und B beobachtet und es seien $P(A \cup B) = 0.9$, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.8$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.3$. $P(A \cap \bar{B})$ liegt in

**A5:** (A) $[0.05, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 0.45]$.

**Aufgabe**
Die Kugeln in einer Urne sind mit 1 bis 6 nummeriert. Peter und Paul ziehen nacheinander und mit Zurücklegen jeder eine Kugel. Es sei A=„Peter zieht eine gerade Zahl" und B=„Paul zieht die gleiche Zahl wie Peter".
A und B sind

**A6:** (A) weder disjunkt noch unabhängig. (B) disjunkt. (C) unabhängig.

$P(A \cup B)$ liegt in

**A7:** (A) $[0.45, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.60]$. (D) $(0.60, 0.65]$.

**Aufgabe**
In einem Unternehmen kann davon ausgegangen werden, dass 3% aller gefertigten Teile Ausschuss sind. Ein betriebsinternes Qualitätskontrollverfahren habe die Eigenschaft, dass es bei der Prüfung von Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.93 diese als solche erkennt und bei Nicht-Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.03 diese als „Ausschuss" identifiziert.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Teil durch das Qualitätskontrollverfahren als „Ausschuss" eingestuft wird, liegt in

**A8:** (A) $[0.035, 0.040]$. (B) $(0.040, 0.045]$. (C) $(0.045, 0.055]$. (D) $(0.055, 0.060]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein gefertigtes Teil tatsächlich Ausschuss ist, wenn es aufgrund der Qualitätskontrolle als „Ausschuss" identifiziert wurde, ist in

**A9:** (A) $[0.47, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.53]$. (C) $(0.53, 0.56]$. (D) $(0.56, 0.59]$.

**Aufgabe**
Die in Abbildung 1 auf S.8 dargestellte Funktion ist eine

**A10:** (A) Dichtefunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Verteilungsfunktion.

**Aufgabe**
Eine diskrete Zufallsvariable X besitze die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{4}\, I_{[-1,1)}(x) + \frac{3}{4}\, I_{[1,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

Ein Träger zu $X$ ist

**A11:** (A) $[-1, 3\,]$. (B) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$. (C) $\{-1, 1, 3\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

$P(X > 1)$ ist

**A12:** (A) 1/2. (B) 1. (C) 3/4. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
Die Wahrscheinlichkeitstabelle der Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei:

| $a_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = a_i)$ | 0.20 | 0.50 | 0.20 | 0.10 |

$E(X)$ liegt in

**A13:** (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 2.0]$. (C) $(2.0, 2.3]$. (D) $(2.3, \infty)$.

$E(2/X)$ liegt in

**A14:** (A) $(-\infty, 0.8]$. (B) $(0.8, 1.0]$. (C) $(1.0, 1.2]$. (D) $(1.2, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Hersteller liefert Zweierpackungen eines Produktes. Für jede Packung mit mindestens einem fehlerhaften Produkt muss er den Kaufpreis zurückerstatten. (Eine mögliche Wiederverwertung einzelner Produkte werde nicht berücksichtigt.) Die Herstellung einer Zweierpackung kostet 2.00 Euro. Die Wahrscheinlichkeit für die Produktion eines fehlerfreien Produkts betrage (unabhängig von anderen Produkten) 0.90. Der Preis (in Euro), den der Hersteller verlangen muss, um einen erwarteten Gewinn pro Zweierpackung von 0.48 Euro zu erzielen, liegt in

**A15:** (A) $[0, 3.02]$. (B) $(3.02, 3.08]$. (C) $(3.08, 3.14]$. (D) $(3.14, \infty)$.

**Aufgabe**
X und Y seien Zufallsvariable mit $Var(X), Var(Y) < \infty$.
Die Gleichung „$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$“ ist

**A16:** (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
X sei eine stetige Zufallsvariable.
Die Aussage „Für jedes reelle x ist $P(X = x) = 0$.“ ist

**A17:** (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen $X$ sei gegeben durch

$$f_X(x) = \frac{1}{6}(x+2) I_{[0,2]}(x).$$

$E(X+2)$ liegt in

**A18:** (A) $(-\infty, 3.2]$. (B) $(3.2, 3.4]$. (C) $(3.4, 3.6]$. (D) $(3.6, \infty)$.

Die Varianz von $2 \cdot X$ ist in

**A19:** (A) $[0, 0.90]$. (B) $(0.90, 1.10]$. (C) $(1.10, 1.30]$. (D) $(1.30, \infty)$.

**Aufgabe**
Das 0.7-Quantil der stetigen Zufallsvariable X sei eindeutig bestimmt und gleich 1.
Das 0.3-Quantil der Zufallsvariable Y=2-X ist dann

**A20:** (A) 3. (B) 1. (C) $-1$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
X,Y,Z seien u.i.v. Zufallsvariablen mit $E(X) = 1.5$ und $Var(X) = 2$.
$E((X+Y) \cdot (Y+Z))$ liegt in

**A21:** (A) $(-\infty, 7.5]$. (B) $(7.5, 9.5]$. (C) $(9.5, 11.5]$. (D) $(11.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Zwei ideale Würfel werden 10 Mal gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 2 Mal bei einem Wurf mindestens eine Sechs geworfen wird, liegt in

**A22:** (A) $[0, 0.76]$. (B) $(0.76, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.84]$. (D) $(0.84, 1]$.

X sei die Anzahl der Würfe, für die beide Würfel das gleiche Ergebnis anzeigen. Die Varianz von X liegt in

**A23:** (A) $[0, 1.2]$. (B) $(1.2, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.6]$. (D) $(1.6, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim Po(3)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

**A24:** (A) $[0, 0.72]$. (B) $(0.72, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.78]$. (D) $(0.78, 1]$.

**Aufgabe**
Es seien $X_i \sim B(1, \pi)$ u.i.v. Dann ist $Var(\bar{X}_n)$ gleich

**A25:** (A) $\pi \cdot (1-\pi)/n$. (B) $\pi \cdot n$. (C) $n \cdot \pi \cdot (1-\pi)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
$X \sim U(-1, 2)$ und $Y \sim \text{Exp}(1.1)$ seien unabhängig.
$Var(X - Y)$ liegt in

**A26:** (A) $[0, 1.0]$. (B) $(1.0, 1.2]$. (C) $(1.2, 1.4]$. (D) $(1.4, \infty)$.

$P(-0.1 \leq Y \leq 1.5)$ ist in

**A27:** (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.86]$. (C) $(0.86, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

**Aufgabe**
Die Gewichte von Stangen Spargel werden als unabhängig und normalverteilt angesehen mit $\mu = 52g$ und $\sigma = 5g$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von 10 Stangen Spargel größer als 530 g ist, liegt in

**A28:** (A) $[0, 0.28]$. (B) $(0.28, 0.31]$. (C) $(0.31, 0.34]$. (D) $(0.34, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Lebensmittelhersteller füllt Nüsse in Beutel ab. Die Füllgewichte $G_i$ der Beutel seien unabhängig und normalverteilt mit Erwartungswert $\mu$ =200 g (Gramm) und Standardabweichung 2 g. Der Stichprobenumfang n, so dass $P(|\bar{G}_n - \mu| \leq 0.5) = 0.9876$ (gerundet) ist, liegt in

**A29:** (A) $[0, 75]$. (B) $(75, 85]$. (C) $(85, 95]$. (D) $(95, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sei folgende Kontingenztabelle der Wahrscheinlichkeiten für die gemeinsame Verteilung zweier diskreter Zufallsvariablen X und Y.

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.15 | 0.20 | 0.10 |
| 2 | 0.10 | 0.30 | 0.15 |

$P(Y = 1)$ liegt in

**A30:** (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

$P(X < Y)$ ist in

**A31:** (A) $[0, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.60]$. (D) $(0.60, 1]$.

Der bedingte Erwartungswert von Y gegeben X=2 ist in

**A32:** (A) $(-\infty, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.2]$. (C) $(2.2, 2.4]$. (D) $(2.4, \infty)$.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n \sim \text{Exp}(2)$ u.i.v. Dann konvergiert $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i Y_i$ in Wahrscheinlichkeit gegen einen Wert aus

**A33:** (A) $(-\infty, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.22]$. (D) $(0.22, \infty)$.

**Aufgabe**
In einer Goldmine streue der Goldgehalt des Golderzes pro geförderter Tonne unabhängig voneinander um den Erwartungswert 3.0 g (Gramm) mit der Standardabweichung 1 g. In der Mine werde pro Tag 100 Tonnen Erz gewonnen.
Die approximative Wahrscheinlichkeit, dass die Tagesausbeute höchstens 295 g Gold beträgt, liegt in

**A34:** (A) $[0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

**Aufgabe**
In einer Online-Umfrage haben sich 760 Personen zur Aussage A=„Ein- und Zwei-Cent-Münzen sollten abgeschafft werden.“ geäußert. 434 Personen haben der Aussage zugestimmt. Gehen Sie von einer repräsentativen Umfrage aus. $\pi$ sei der Bevölkerungsanteil, der für die Aussage A stimmen würde.
Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für $\pi$ ist in

**A35:** (A) $[0, 0.560]$. (B) $(0.560, 0.565]$. (C) $(0.565, 0.570]$. (D) $(0.570, 1]$.

Die untere Grenze des approximativen 0.9-Konfidenzintervall für $\pi$ liegt in

**A36:** (A) $[0, 0.547]$. (B) $(0.547, 0.557]$. (C) $(0.557, 0.567]$. (D) $(0.567, 1]$.

**Aufgabe**
Der Anteil $\pi$ der Abiturienten eines Jahrgangs, die unmittelbar nach dem Abitur ein Studium aufnehmen wollen, soll durch den entsprechenden Stichprobenanteil in einer Zufallsstichprobe geschätzt werden. Dabei kann angenommen werden, dass $\pi \leq 0.3$ ist.
Um bei einem Sicherheitsniveau von 0.9907 eine Genauigkeit von 0.03 zu erreichen, muss der Mindeststichprobenumfang in

**A37:** (A) $[0, 1700]$ (B) $(1700, 1900]$ (C) $(1900, 2100]$ (D) $(2100, \infty)$

liegen.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \dots, X_n \sim Po(\lambda)$ u.i.v. Von den drei Schätzern

$$S_n = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_n, \qquad T_n = \bar{X}_n, \qquad U_n = (3X_1 - X_2)/2$$

sind

**A38:** (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

erwartungstreu für das Schätzen von $\lambda$. Folgende Schätzer sind konsistent für $\lambda$:

**A39:** (A) $S_n$ und $T_n$. (B) $T_n$, aber $S_n$ nicht. (C) $S_n$, aber $T_n$ nicht.

**Aufgabe**
Die Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n \sim U(\theta, 2\theta)$ seien u.i.v. mit unbekanntem Parameter $\theta > 0$. Für geeignetes reelles c ist $S_n = c \cdot \bar{X}_n$ der Momentenschätzer für $\theta$.
$c$ liegt in

**A40:** (A) $(-\infty, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.84]$. (D) $(0.84, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der Produktion von Drahtseilen ist die Varianz $\sigma^2$ der Durchmesserwerte eine wichtige Qualitätskenngröße. 5 Durchmesserwerte wurden gemessen:

$$9,\ 9.5,\ 10,\ 10.5,\ 11.$$

Die Beobachtungen seien normalverteilt. Dann ist

$$\left[ \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,\alpha/2}} \right]$$

ein $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall für $\sigma^2$, wobei $S_n^2$ die Stichprobenvarianz ist und $q_{n,\alpha}$ die $\alpha$-Quantile der $\chi^2(n)$-Verteilung bezeichnen.
Die obere Grenze des realisierten 0.95-Konfidenzintervalls liegt in

**A41:** (A) $[0, 1.0]$. (B) $(1.0, 3.0]$. (C) $(3.0, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der wiederholten Messung der Löslichkeit von Kochsalz in 50 Grad warmen Wasser wurde aus n=10 Messungen ein arithmetisches Mittel 81.5 g und eine Stichprobenvarianz von 4.5 $g^2$ ermittelt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für die im Mittel zu erwartende gelöste Menge Salz liegt in

**A42:** (A) $(-\infty, 82.9]$. (B) $(82.9, 83.2]$. (C) $(83.2, 83.5]$. (D) $(83.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Die Nullhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha$ getestet werden.
$\alpha$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass

**A43:** (A) $H_0$ verworfen wird. (B) $H_0$ verworfen wird, wenn $\mu = \mu_0$ ist.
(C) $H_0$ nicht verworfen wird, wenn $\mu \neq \mu_0$ ist. (D) $H_0$ nicht verworfen wird.

**Aufgabe**
Ein Kfz-Hersteller bezieht täglich von einem Zulieferer 8 000 Batterien, $\pi$ sei der Anteil der nicht funktionsfähigen Batterien in einer Lieferung. Bei der Eingangs-Qualitätskontrolle prüft der Kfz-Hersteller anhand einer Stichprobe mit Hilfe der üblichen Parametertests die Nullhypothese $H_0 : \pi \leq 0.05$ zum Signifikanzniveau 0.1.
Angenommen von den 8 000 gelieferten Batterien sind tatsächlich 300 fehlerhaft und nach Durchführung des Tests lautet die Testentscheidung: $H_0$ wird abgelehnt. Dann liegt folgendes vor:

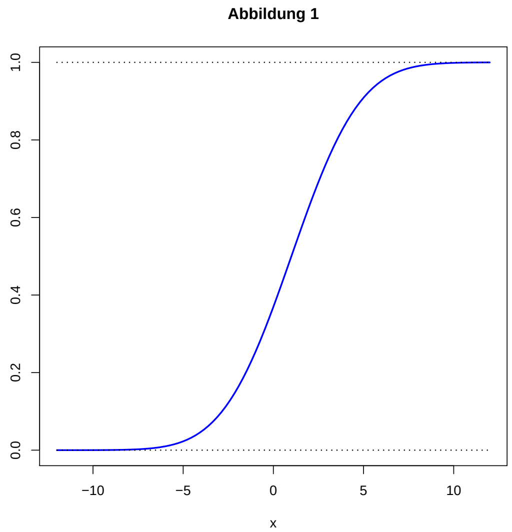
**A44:** (A) ein Fehler 1.Art. (B) ein Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

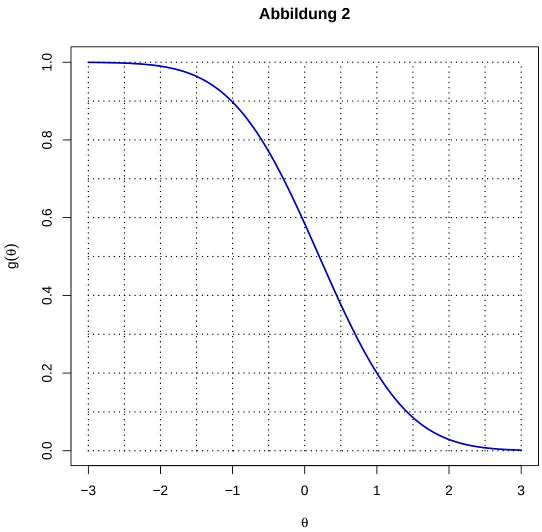
**Aufgabe**
Der Milchfettgehalt (in %) der Marke „Olle Kuh“ sei normalverteilt mit bekannter Standardabweichung 0.25 (in %). Eine Stichprobe von 20 Milchpackungen ergab einen Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 3.5$. Der Hersteller möchte nachweisen, dass der Milchfettgehalt im Mittel kleiner als 3.6 % ist.
Der p-Wert des Tests liegt in

**A45:** (A) $[0, 0.015]$. (B) $(0.015, 0.025]$. (C) $(0.0.25, 0.035]$. (D) $(0.035, 0.045]$.

Die Aussage „Der Hersteller kann zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die gewünschte Aussage *nicht* statistisch nachweisen.“ ist

**A46:** (A) richtig. (B) falsch.




**Aufgabe**
Abbildung 2 stelle die Gütefunktion $g(\theta) = P_\theta($„$H_0$ ablehnen“$)$ für einen Test zum Testproblem $H_0 : \theta \geq 1$ gegen $H_1 : \theta < 1$ dar. Dann liegt die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung für $\theta = 0.5$ in

**A47:** (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Fernseher-Hersteller gibt für ein Modell einen mittleren Stromverbrauch $\mu$ von nicht mehr als 65 W/Stunde an. Mit mehreren Messungen an verschiedenen zufällig ausgewählten Exemplaren wurde der Stromverbrauch gemessen und folgende Werte (in W/Stunde) festgestellt:

$$70.3 \quad 66.5 \quad 63.1 \quad 68.2.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Es soll ein Test zum Niveau 0.05 durchgeführt werden, mit dem sich die Aussage des Herstellers widerlegen lässt.
Die Nullhypothese lautet

**A48:** (A) $H_0 : \mu < 65$. (B) $H_0 : \mu > 65$. (C) $H_0 : \mu \leq 65$. (D) $H_0 : \mu \geq 65$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A49:** (A) $(-\infty, 1.50]$. (B) $(1.50, 1.70]$. (C) $(1.70, 1.90]$. (D) $(1.90, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $x$ eine Realisierung von $X$. Die Nullhypothese $H_0 : \pi \leq \pi_0$ soll anhand einer Stichprobe vom Umfang $n \geq 30$ mit Hilfe der relativen Häufigkeit $\hat{\pi} = x/n$ zum Signifikanzniveau $\alpha$ getestet werden.
Es bezeichne $\delta = \sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}$. $H_0$ wird abgelehnt, wenn gilt: $\hat{\pi}$

**A50:** (A) $> \pi_0 - z_\alpha \cdot \delta$. (B) $> \pi_0 - z_{1-\alpha} \cdot \delta$. (C) $< \pi_0 - z_\alpha \cdot \delta$. (D) $< \pi_0 - z_{1-\alpha} \cdot \delta$.

**Aufgabe**
Eine Multiple-Choice-Klausur bestehe aus 70 Aufgaben mit jeweils 5 vorgegebenen Antworten, von denen genau stets eine richtig ist.
$x$ sei die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben eines Teilnehmers. Dieser hat dann bestanden, wenn ein geeigneter einseitiger Signifikanztest ($\alpha = 0.025$) anhand von $x$ zu dem Schluss kommt, dass der Teilnehmer im Mittel mehr Aufgaben richtig gelöst hat, als man durch zufälliges Raten erwarten würde.
Die zum Bestehen nötige Mindestpunktzahl richtig gelöster Aufgaben ist dann

**A51:** (A) $\leq 19$. (B) 20. (C) 21. (D) $\geq 22$.

**Aufgabe**
Eine Zufallsstichprobe von 100 Jungen eines speziellen Alters ergab einen Mittelwert für die Größe der Jungen von 152.3 cm und eine Stichprobenvarianz von 36 $cm^2$. Für 120 Mädchen des gleichen Alters erhielt man einen Mittelwert der Größe von 148.6 cm und eine Stichprobenvarianz von 25 $cm^2$. Es soll mit einem geeigneten Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass Jungen im Mittel 2 cm größer als Mädchen dieses Alters sind.
Es ist ein Zweistichprobentest durchzuführen, und zwar ein entsprechender

**A52:** (A) t-Test. (B) Gauß-Test. (C) approximativer Gauß-Test.

Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

**A53:** (A) $[0, 2.20]$. (B) $(2.20, 2.30]$. (C) $(2.30, 2.40]$. (D) $(2.40, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Pädagoge behauptet, dass zwischen dem Intelligenzquotienten (IQ) und den schulischen Leistungen ein Zusammenhang besteht. Er versucht die Behauptung durch einen $\chi^2$-Unabhängigkeitstest zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$ zu bestätigen. Eine 200 Schülerinnen und Schüler umfassende Stichprobe aus der Gesamtheit aller Schülerinnen und Schüler einer Großstadt ergibt folgende Tabelle:

| IQ/Leistung | höchstens ausreichend | befriedigend bis gut | sehr gut |
|---|---|---|---|
| unter 100 | 50 | 50 | 0 |
| 100 und mehr | 40 | 50 | 10 |

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A54:** (A) $[0, 8.0]$. (B) $(8.0, 10.0]$. (C) $(10.0, 12.0]$. (D) $(12.0, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests ist in

**A55:** (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.5]$. (C) $(4.5, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sind folgende Informationen über die Datenpaare $(x_i, y_i)$ für das Alter ($x_i$, in Jahre) und den Preis ($y_i$, in 1000 Euro) von n=16 Gebrauchtwagen:

$$\bar{x} = 5, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 458, \quad \bar{y} = 8, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1239.8, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 530.2.$$

$\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ seien die KQ-Koeffizienten der zugehörigen KQ-Geraden.
$\hat{\beta}$ liegt in

**A56:** (A) $(-\infty, -2.00]$. (B) $(-2.00, -1.80]$. (C) $(-1.80, -1.60]$. (D) $(-1.60, \infty)$.

Das Bestimmtheitsmaß liegt in

**A57:** (A) $[0.86, 0.89]$. (B) $(0.89, 0.92]$. (C) $(0.92, 0.95]$. (D) $(0.95, 0.98]$.

**Aufgabe**
Anhand einer Zufallsstichprobe soll die Abhängigkeit des Gewichts $y_i$ (in kg) von der Größe $x_i$ (in cm) von männlichen Erwachsenen mit einem Standardmodell der linearen Einfachregression untersucht werden. In der folgenden Stata-Ausgabe finden Sie das Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =       8
-------------+------------------------------           F(  1,     6) =   11.11
       Model |  284.193594     1  284.193594           Prob > F      =  0.0158
    Residual |    153.5252     6  25.5875333           R-squared     =  0.6493
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5908
       Total |  437.718794     7  62.5312562           Root MSE      =  5.0584

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   1.040464   .3122009     3.33   0.016      .276536    1.804392
       _cons |  -108.2723   54.40309    -1.99   0.094    -241.3919    24.84725
------------------------------------------------------------------------------
```

Gehen Sie von der Normalverteilungsannahme aus.
Für einen Mann mit einer Größe von 190 cm erwartet man im Mittel ein Gewicht von

**A58:** (A) $[0, 86.5]$. (B) $(86.5, 88.5]$. (C) $(88.5, 90.5]$. (D) $(90.5, \infty)$.

Der Wert der Teststatistik zur Nullhypothese $H_0 : \beta \leq 0.80$ liegt in

**A59:** (A) $(-\infty, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.90]$. (D) $(0.90, \infty)$.

$s_x^2$ liegt in

**A60:** (A) $[0, 35.0]$. (B) $(35.0, 40.0]$. (C) $(40.0, 45.0]$. (D) $(45.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

# Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

**FSS 2013, 1. Termin, 07. Juni 2013**
**Version: B**

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

| Aussage | A | B | C | D | |
|---|---|---|---|---|---|
| A1: | ○ | ● | ○ | ○ | |
| A2: | ○ | ○ | ● | ~~●~~ | |
| A3: | ● | ○ | ● | ○ | |
| A4: | ○ | ~~●~~ | ○ | ~~●~~ | D |

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe**
In einer Urne befinden sich 30 Kugeln. $\pi$ sei die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Kugel aus der Urne eine rote Kugel zu ziehen. Es wurden nacheinander und mit Zurücklegen 30 Kugeln aus der Urne gezogen und dabei wurde 7 Mal eine rote Kugel gezogen. Dann ist 7/30 für $\pi$

**A1:** (A) die klassische Wahrscheinlichkeit. (B) die statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A) und (B) sind falsch.

**Aufgabe**
Beim Lotto „5 aus 45“ werden 5 Kugeln aus einer Urne mit 45 Kugeln, die mit 1 bis 45 nummeriert sind, ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen.
Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen höchstens eine der Zahlen 1 bis 10 gezogen wird, liegt in (Angaben in 1000)

**A2:** (A) $(150, 300]$. (B) $(300, 600]$. (C) $(600, 1\,200]$. (D) $(1\,200, 2\,400]$.

**Aufgabe**
In einem Beutel mit Scabble-Buchstaben befinden sich 14 Buchstaben, 9 verschiedene Konsonanten und 5 verschiedene Vokale. Sie ziehen nacheinander und ohne Zurücklegen 8 Buchstaben und bilden in der Reihenfolge der gezogenen Buchstaben ein Wort.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie ein Wort mit genau 5 Konsonanten und 3 Vokalen erhalten, dass mit einem Konsonanten anfängt, liegt in

**A3:** (A) $(0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.32]$. (D) $(0.32, 1.0]$.

**Aufgabe**
A und B seien Ereignisse. Das Ereignis „höchstens eines der Ereignisse A oder B tritt ein“ wird ausgedrückt durch

**A4:** (A) $A \cap B$. (B) $\overline{A} \cup \overline{B}$. (C) $\overline{A} \cap \overline{B}$. (D) keinen der Ausdrücke (A)-(C).

**Aufgabe**
Bei einem Zufallsexperiment werden die beiden Ereignisse A und B beobachtet und es seien $P(A \cup B) = 0.9$, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.7$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.4$. $P(A \cap \bar{B})$ liegt in

**A5:** (A) $[0.15, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 0.55]$.

**Aufgabe**
Die Kugeln in einer Urne sind mit 1 bis 10 nummeriert. Peter und Paul ziehen nacheinander und mit Zurücklegen jeder eine Kugel. Es sei A=„Peter zieht eine Zahl $< 5$“ und B=„Paul zieht die gleiche Zahl wie Peter“.
A und B sind

**A6:** (A) disjunkt. (B) unabhängig. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

$P(A \cup B)$ liegt in

**A7:** (A) $[0.40, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.55]$. (D) $(0.55, 0.60]$.

**Aufgabe**
In einem Unternehmen kann davon ausgegangen werden, dass 8% aller gefertigten Teile Ausschuss sind. Ein betriebsinternes Qualitätskontrollverfahren habe die Eigenschaft, dass es bei der Prüfung von Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.90 diese als solche erkennt und bei Nicht-Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.15 diese als „Ausschuss" identifiziert.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Teil durch das Qualitätskontrollverfahren als „Ausschuss" eingestuft wird, liegt in

**A8:** (A) $[0.20, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.24]$. (C) $(0.24, 0.26]$. (D) $(0.26, 0.28]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein gefertigtes Teil tatsächlich Ausschuss ist, wenn es aufgrund der Qualitätskontrolle als „Ausschuss" identifiziert wurde, ist in

**A9:** (A) $[0.30, 0.33]$. (B) $(0.33, 0.36]$. (C) $(0.36, 0.39]$. (D) $(0.39, 0.42]$.

**Aufgabe**
Die in Abbildung 1 auf S.8 dargestellte Funktion ist eine

**A10:** (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion.

**Aufgabe**
Eine diskrete Zufallsvariable X besitze die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{5}\, I_{[-1,2)}(x) + \frac{3}{5}\, I_{[2,4)}(x) + I_{[4,\infty)}(x).$$

Ein Träger zu $X$ ist

**A11:** (A) $[-1, 4]$. (B) $\{-1, 2\}$. (C) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

$P(X > 2)$ ist

**A12:** (A) 3/5. (B) 1/5. (C) 2/5. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
Die Wahrscheinlichkeitstabelle der Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei:

| $a_i$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = a_i)$ | 0.10 | 0.40 | 0.30 | 0.20 |

$E(X)$ liegt in

**A13:** (A) $(-\infty, 3.4]$. (B) $(3.4, 3.7]$. (C) $(3.7, 4.0]$. (D) $(4.0, \infty)$.

$E(3/X)$ liegt in

**A14:** (A) $(-\infty, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.85]$. (C) $(0.85, 1.0]$. (D) $(1.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Hersteller liefert Zweierpackungen eines Produktes. Für jede Packung mit mindestens einem fehlerhaften Produkt muss er den Kaufpreis zurückerstatten. (Eine mögliche Wiederverwertung einzelner Produkte werde nicht berücksichtigt.) Die Herstellung einer Zweierpackung kostet 2.50 Euro. Die Wahrscheinlichkeit für die Produktion eines fehlerfreien Produkts betrage (unabhängig von anderen Produkten) 0.85. Der Preis (in Euro), den der Hersteller verlangen muss, um einen erwarteten Gewinn pro Zweierpackung von 0.65 Euro zu erzielen, liegt in

**A15:** (A) $[0, 4.32]$. (B) $(4.32, 4.39]$. (C) $(4.39, 4.46]$. (D) $(4.46, \infty)$.

**Aufgabe**
X sei eine Zufallsvariable mit $Var(X) < \infty$ und $c > 0$ eine reelle Zahl.
Die Gleichung „$Var(c + X) = c + Var(X)$“ ist

**A16:** (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
X sei eine diskrete Zufallsvariable.
Die Aussage „Für jedes reelle x ist $P(X = x) = 0$.“ ist

**A17:** (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen $X$ sei gegeben durch

$$f_X(x) = \frac{1}{40}(x+8)\, I_{[0,4]}(x).$$

$E(1 + 2X)$ liegt in

**A18:** (A) $(-\infty, 4.5]$. (B) $(4.5, 4.8]$. (C) $(4.8, 5.1]$. (D) $(5.1, \infty)$.

Die Varianz von $2.5 \cdot X$ ist in

**A19:** (A) $[0, 7.0]$. (B) $(7.0, 7.5]$. (C) $(7.5, 8.0]$. (D) $(8.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Das 0.1-Quantil der stetigen Zufallsvariable X sei eindeutig bestimmt und gleich 2.
Das 0.9-Quantil der Zufallsvariable Y=4-X ist dann

**A20:** (A) 4. (B) 6. (C) 2. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
X,Y,Z seien u.i.v. Zufallsvariablen mit $E(X) = 2.5$ und $Var(X) = 3$.
$E((X + Y) \cdot (Y + Z))$ liegt in

**A21:** (A) $(-\infty, 27.0]$. (B) $(27.0, 30.0]$. (C) $(30.0, 33.0]$. (D) $(33.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Zwei ideale Würfel werden 15 Mal gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 2 Mal bei einem Wurf mindestens eine Sechs geworfen wird, liegt in

**A22:** (A) $[0, 0.87]$. (B) $(0.87, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.95]$. (D) $(0.95, 1]$.

X sei die Anzahl der Würfe, für die beide Würfel das gleiche Ergebnis anzeigen. Die Varianz von X liegt in

**A23:** (A) $[0, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.3]$. (C) $(2.3, 2.6]$. (D) $(2.6, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim Po(5)$. Dann liegt $P(X \leq 3)$ in

**A24:** (A) $[0, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.31]$. (D) $(0.31, 1]$.

**Aufgabe**
Es seien $X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$ u.i.v. Dann ist $Var(\bar{X}_n)$ gleich

**A25:** (A) $\lambda/n$. (B) $n/\lambda^2$. (C) $1/(n\lambda)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
$X \sim U(-1, 3)$ und $Y \sim \text{Exp}(1.5)$ seien unabhängig.
$Var(X - Y)$ liegt in

**A26:** (A) $[0, 1.2]$. (B) $(1.2, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

$P(-0.1 \leq Y \leq 0.8)$ ist in

**A27:** (A) $[0, 0.62]$. (B) $(0.62, 0.68]$. (C) $(0.68, 0.74]$. (D) $(0.74, 1]$.

**Aufgabe**
Die Gewichte von Stangen Spargel werden als unabhängig und normalverteilt angesehen mit $\mu = 56g$ und $\sigma = 6g$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von 20 Stangen Spargel kleiner als 1150 g ist, liegt in

**A28:** (A) $[0, 0.76]$. (B) $(0.76, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.84]$. (D) $(0.84, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Lebensmittelhersteller füllt Nüsse in Beutel ab. Die Füllgewichte $G_i$ der Beutel seien unabhängig und normalverteilt mit Erwartungswert $\mu$ =300 g (Gramm) und Standardabweichung 4 g. Der Stichprobenumfang n, so dass $P(|\bar{G}_n - \mu| \leq 0.5) = 0.9938$ (gerundet) ist, liegt in

**A29:** (A) $[0, 500]$. (B) $(500, 530]$. (C) $(530, 560]$. (D) $(560, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sei folgende Kontingenztabelle der Wahrscheinlichkeiten für die gemeinsame Verteilung zweier diskreter Zufallsvariablen X und Y.

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.05 | 0.15 | 0.20 |
| 2 | 0.10 | 0.25 | 0.25 |

$P(Y = 3)$ liegt in

**A30:** (A) $[0, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) $(0.40, 1]$.

$P(X > Y)$ ist in

**A31:** (A) $[0, 0.10]$. (B) $(0.10, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.30]$. (D) $(0.30, 1]$.

Der bedingte Erwartungswert von Y gegeben X=2 ist in

**A32:** (A) $(-\infty, 2.1]$. (B) $(2.1, 2.3]$. (C) $(2.3, 2.5]$. (D) $(2.5, \infty)$.

**Aufgabe**

Es seien $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n \sim \text{Exp}(3)$ u.i.v. Dann konvergiert $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i Y_i$ in Wahrscheinlichkeit gegen einen Wert aus

**A33:** (A) $(-\infty, 0.12]$. (B) $(0.12, 0.16]$. (C) $(0.16, 0.20]$. (D) $(0.20, \infty)$.

**Aufgabe**

In einer Goldmine streue der Goldgehalt des Golderzes pro geförderter Tonne unabhängig voneinander um den Erwartungswert 4.0 g (Gramm) mit der Standardabweichung 1.5 g. In der Mine werde pro Tag 150 Tonnen Erz gewonnen.
Die approximative Wahrscheinlichkeit, dass die Tagesausbeute höchstens 620 g Gold beträgt, liegt in

**A34:** (A) $[0, 0.84]$. (B) $(0.84, 0.87]$. (C) $(0.87, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

**Aufgabe**

In einer Online-Umfrage haben sich 560 Personen zur Aussage A=„Ein- und Zwei-Cent-Münzen sollten abgeschafft werden." geäußert. 334 Personen haben der Aussage zugestimmt. Gehen Sie von einer repräsentativen Umfrage aus. $\pi$ sei der Bevölkerungsanteil, der für die Aussage A stimmen würde.
Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für $\pi$ ist in

**A35:** (A) $[0, 0.570]$. (B) $(0.570, 0.575]$. (C) $(0.575, 0.580]$. (D) $(0.580, 1]$.

Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervall für $\pi$ liegt in

**A36:** (A) $[0, 0.54]$. (B) $(0.54, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.56]$. (D) $(0.56, 1]$.

**Aufgabe**

Der Anteil $\pi$ der Abiturienten eines Jahrgangs, die unmittelbar nach dem Abitur ein Studium aufnehmen wollen, soll durch den entsprechenden Stichprobenanteil in einer Zufallsstichprobe geschätzt werden. Dabei kann angenommen werden, dass $\pi \leq 0.35$ ist.
Um bei einem Sicherheitsniveau von 0.9722 eine Genauigkeit von 0.05 zu erreichen, muss der Mindeststichprobenumfang in

**A37:** (A) $[0, 450]$ (B) $(450, 500]$ (C) $(500, 550]$ (D) $(550, \infty)$

liegen.

**Aufgabe**

Es seien $X_1, \dots, X_n \sim Po(\lambda)$ u.i.v. Von den drei Schätzern

$$S_n = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_n, \qquad T_n = \bar{X}_n, \qquad U_n = (3X_1 - X_2)/2$$

sind

**A38:** (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

erwartungstreu für das Schätzen von $\lambda$. Folgende Schätzer sind konsistent für $\lambda$:

**A39:** (A) $T_n$, aber $S_n$ nicht. (B) $S_n$, aber $T_n$ nicht. (C) $S_n$ und $T_n$.

**Aufgabe**
Die Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n \sim U(\theta, 3\theta)$ seien u.i.v. mit unbekanntem Parameter $\theta > 0$. Für geeignetes reelles c ist $S_n = c \cdot \bar{X}_n$ der Momentenschätzer für $\theta$.
$c$ liegt in

**A40:** (A) $(-\infty, 0.33]$. (B) $(0.33, 0.39]$. (C) $(0.39, 0.45]$. (D) $(0.45, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der Produktion von Drahtseilen ist die Varianz $\sigma^2$ der Durchmesserwerte eine wichtige Qualitätskenngröße. 4 Durchmesserwerte wurden gemessen:

$$8.5,\ 10,\ 10.5,\ 11.$$

Die Beobachtungen seien normalverteilt. Dann ist

$$\left[ \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,\alpha/2}} \right]$$

ein $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall für $\sigma^2$, wobei $S_n^2$ die Stichprobenvarianz ist und $q_{n,\alpha}$ die $\alpha$-Quantile der $\chi^2(n)$-Verteilung bezeichnen.
Die obere Grenze des realisierten 0.9-Konfidenzintervalls liegt in

**A41:** (A) $[0, 6.5]$. (B) $(6.5, 8.5]$. (C) $(8.5, 10.5]$. (D) $(10.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der wiederholten Messung der Löslichkeit von Kochsalz in 60 Grad warmen Wasser wurde aus n=15 Messungen ein arithmetisches Mittel 84.0 g und eine Stichprobenvarianz von 3.5 $g^2$ ermittelt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Die obere Grenze des 0.99-Konfidenzintervalls für die im Mittel zu erwartende gelöste Menge Salz liegt in

**A42:** (A) $(-\infty, 84.70]$. (B) $(84.70, 85.00]$. (C) $(85.00, 85.30]$. (D) $(85.30, \infty)$.

**Aufgabe**
Die Nullhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha$ getestet werden.
$\alpha$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass

**A43:** (A) $H_0$ verworfen wird. (B) $H_0$ nicht verworfen wird, wenn $\mu \neq \mu_0$ ist. (C) $H_0$ verworfen wird, wenn $\mu = \mu_0$ ist. (D) $H_0$ nicht verworfen wird.

**Aufgabe**
Ein Kfz-Hersteller bezieht täglich von einem Zulieferer 8 000 Batterien, $\pi$ sei der Anteil der nicht funktionsfähigen Batterien in einer Lieferung. Bei der Eingangs-Qualitätskontrolle prüft der Kfz-Hersteller anhand einer Stichprobe mit Hilfe der üblichen Parametertests die Nullhypothese $H_0 : \pi \geq 0.04$ zum Signifikanzniveau 0.1.
Angenommen von den 8 000 gelieferten Batterien sind tatsächlich 300 fehlerhaft und nach Durchführung des Tests lautet die Testentscheidung: $H_0$ wird abgelehnt. Dann liegt folgendes vor:

**A44:** (A) ein Fehler 1.Art. (B) ein Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

**Aufgabe**
Der Milchfettgehalt (in %) der Marke „Olle Kuh“ sei normalverteilt mit bekannter Standardabweichung 0.4 (in %). Eine Stichprobe von 25 Milchpackungen ergab einen Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 1.5$. Der Hersteller möchte nachweisen, dass der Milchfettgehalt im Mittel größer als 1.35 % ist.
Der p-Wert des Tests liegt in

**A45:** (A) $[0.015, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.035]$. (C) $(0.035, 0.045]$. (D) $(0.045, 0.055]$.

Die Aussage „Der Hersteller kann zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.025$ die gewünschte Aussage *nicht* statistisch nachweisen.“ ist

**A46:** (A) richtig. (B) falsch.

Abbildung 1

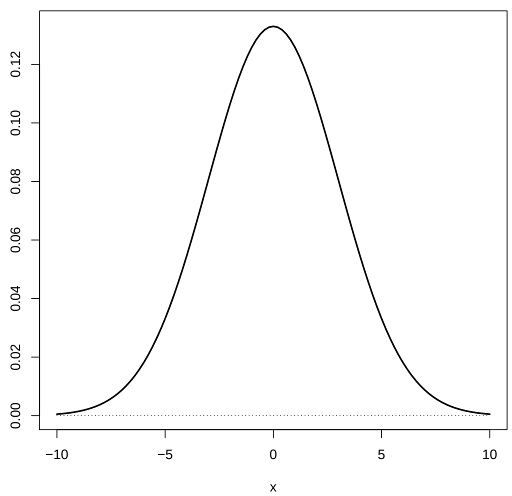
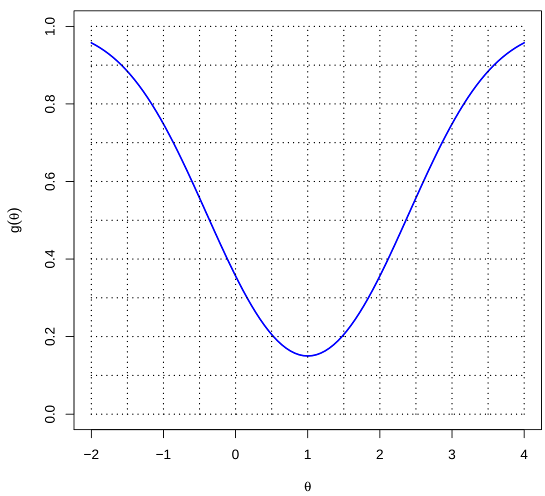



Abbildung 2




**Aufgabe**
Abbildung 2 stelle die Gütefunktion $g(\theta) = P_\theta(\text{„}H_0 \text{ ablehnen“})$ für einen Test zum Testproblem $H_0 : \theta = 1$ gegen $H_1 : \theta \neq 1$ dar. Dann liegt die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung für $\theta = 2.5$ in

**A47:** (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Fernseher-Hersteller gibt für ein Modell einen mittleren Stromverbrauch $\mu$ von nicht mehr als 75 W/Stunde an. Mit mehreren Messungen an verschiedenen zufällig ausgewählten Exemplaren wurde der Stromverbrauch gemessen und folgende Werte (in W/Stunde) festgestellt:

$$72.3 \quad 76.5 \quad 73.1 \quad 79.2 \quad 77.1.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Es soll ein Test zum Niveau 0.01 durchgeführt werden, mit dem sich die Aussage des Herstellers widerlegen lässt.
Die Nullhypothese lautet

**A48:** (A) $H_0 : \mu > 75$. (B) $H_0 : \mu < 75$. (C) $H_0 : \mu \geq 75$. (D) $H_0 : \mu \leq 75$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A49:** (A) $(-\infty, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $x$ eine Realisierung von $X$. Die Nullhypothese $H_0 : \pi \geq \pi_0$ soll anhand einer Stichprobe vom Umfang $n \geq 30$ mit Hilfe der relativen Häufigkeit $\hat{\pi} = x/n$ zum Signifikanzniveau $\alpha$ getestet werden.
Es bezeichne $\delta = \sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}$. $H_0$ wird abgelehnt, wenn gilt: $\hat{\pi}$

**A50:** (A) $< \pi_0 + z_{1-\alpha} \cdot \delta$. (B) $< \pi_0 + z_\alpha \cdot \delta$. (C) $> \pi_0 + z_\alpha \cdot \delta$. (D) $> \pi_0 + z_{1-\alpha} \cdot \delta$.

**Aufgabe**
Eine Multiple-Choice-Klausur bestehe aus 60 Aufgaben mit jeweils 5 vorgegebenen Antworten, von denen genau stets eine richtig ist.
$x$ sei die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben eines Teilnehmers. Dieser hat dann bestanden, wenn ein geeigneter einseitiger Signifikanztest ($\alpha = 0.025$) anhand von $x$ zu dem Schluss kommt, dass der Teilnehmer im Mittel mehr Aufgaben richtig gelöst hat, als man durch zufälliges Raten erwarten würde.
Die zum Bestehen nötige Mindestpunktzahl richtig gelöster Aufgaben ist dann

**A51:** (A) $\leq 19$. (B) 20. (C) 21. (D) $\geq 22$.

**Aufgabe**
Eine Zufallsstichprobe von 80 Jungen eines speziellen Alters ergab einen Mittelwert für die Größe der Jungen von 162.3 cm und eine Stichprobenvarianz von 25 $cm^2$. Für 100 Mädchen des gleichen Alters erhielt man einen Mittelwert der Größe von 156.6 cm und eine Stichprobenvarianz von 36 $cm^2$. Es soll mit einem geeigneten Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass Jungen im Mittel 3 cm größer als Mädchen dieses Alters sind.
Es ist ein Zweistichprobentest durchzuführen, und zwar ein entsprechender

**A52:** (A) approximativer Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Gauß-Test.

Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

**A53:** (A) $[0, 3.20]$. (B) $(3.20, 3.40]$. (C) $(3.40, 3.60]$. (D) $(3.60, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Pädagoge behauptet, dass zwischen dem Intelligenzquotienten (IQ) und den schulischen Leistungen ein Zusammenhang besteht. Er versucht die Behauptung durch einen $\chi^2$-Unabhängigkeitstest zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ zu bestätigen. Eine 200 Schülerinnen und Schüler umfassende Stichprobe aus der Gesamtheit aller Schülerinnen und Schüler einer Großstadt ergibt folgende Tabelle:

| IQ/Leistung | höchstens ausreichend | befriedigend bis gut | sehr gut |
|---|---|---|---|
| unter 100 | 60 | 30 | 10 |
| 100 und mehr | 30 | 50 | 20 |

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A54:** (A) $[0, 10.0]$. (B) $(10.0, 13.0]$. (C) $(13.0, 16.0]$. (D) $(16.0, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests ist in

**A55:** (A) $[0, 4.5]$. (B) $(4.5, 5.0]$. (C) $(5.0, 5.5]$. (D) $(5.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sind folgende Informationen über die Datenpaare $(x_i, y_i)$ für das Alter ($x_i$, in Jahre) und den Preis ($y_i$, in 1000 Euro) von n=22 Gebrauchtwagen:

$$\bar{x} = 6.2, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1033.36, \quad \bar{y} = 5.8, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1417.22, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 464.6.$$

$\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ seien die KQ-Koeffizienten der zugehörigen KQ-Geraden.
$\hat{\beta}$ liegt in

**A56:** (A) $(-\infty, -2.00]$. (B) $(-2.00, -1.80]$. (C) $(-1.80, -1.60]$. (D) $(-1.60, \infty)$.

Das Bestimmtheitsmaß liegt in

**A57:** (A) $[0.82, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.91]$. (D) $(0.91, 0.94]$.

**Aufgabe**
Anhand einer Zufallsstichprobe soll die Abhängigkeit des Gewichts $y_i$ (in kg) von der Größe $x_i$ (in cm) von männlichen Erwachsenen mit einem Standardmodell der linearen Einfachregression untersucht werden. In der folgenden Stata-Ausgabe finden Sie das Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      12
-------------+------------------------------           F(  1,    10) =   15.18
       Model |  226.750342     1  226.750342           Prob > F      =  0.0030
    Residual |  149.412163    10  14.9412163           R-squared     =  0.6028
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5631
       Total |  376.162505    11  34.1965914           Root MSE      =  3.8654

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   .9008315   .2312398     3.90   0.003      .3855971    1.416066
       _cons |  -84.83474   39.57508    -2.14   0.058     -173.0135    3.344029
------------------------------------------------------------------------------
```

Gehen Sie von der Normalverteilungsannahme aus.
Für einen Mann mit einer Größe von 180 cm erwartet man im Mittel ein Gewicht von

**A58:** (A) $[0, 78.5]$. (B) $(78.5, 80.5]$. (C) $(80.5, 82.5]$. (D) $(82.5, \infty)$.

Der Wert der Teststatistik zur Nullhypothese $H_0 : \beta \geq 1.05$ liegt in

**A59:** (A) $(-\infty, -0.90]$. (B) $(-0.90, -0.80]$. (C) $(-0.80, -0.70]$. (D) $(-0.70, \infty)$.

$s_x^2$ liegt in

**A60:** (A) $[0, 21.0]$. (B) $(21.0, 24.0]$. (C) $(24.0, 27.0]$. (D) $(27.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

# Klausur zur Veranstaltung
# Grundlagen der Statistik

**FSS 2013, 1. Termin, 07. Juni 2013**
**Version: C**

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

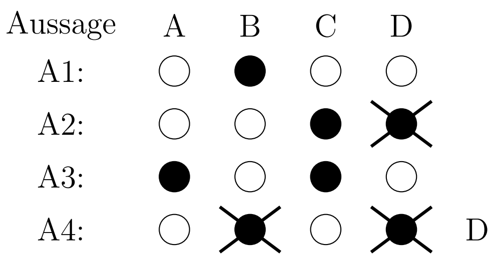
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen




Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe**
In einer Urne befinden sich 30 Kugeln, 7 davon sind rot. $\pi$ sei die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Kugel aus der Urne eine rote Kugel zu ziehen.
Dann ist 7/30 für $\pi$

**A1:** (A) die klassische Wahrscheinlichkeit. (B) die statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A) und (B) sind falsch.

**Aufgabe**
Beim Lotto „6 aus 36" werden 6 Kugeln aus einer Urne mit 36 Kugeln, die mit 1 bis 36 nummeriert sind, ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen.
Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen höchstens eine der Zahlen 1 bis 8 gezogen wird, liegt in (Angaben in 1000)

**A2:** (A) $(700, 1\,400]$. (B) $(1\,400, 2\,800]$. (C) $(2\,800, 4\,200]$. (D) $(4\,200, 5\,600]$.

**Aufgabe**
In einem Beutel mit Scabble-Buchstaben befinden sich 13 Buchstaben, 8 verschiedene Konsonanten und 5 verschiedene Vokale. Sie ziehen nacheinander und ohne Zurücklegen 7 Buchstaben und bilden in der Reihenfolge der gezogenen Buchstaben ein Wort.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie ein Wort mit genau 4 Konsonanten und 3 Vokalen erhalten, dass mit einem Konsonanten anfängt, liegt in

**A3:** (A) $(0, 0.16]$. (B) $(0.16, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.22]$. (D) $(0.22, 1]$.

**Aufgabe**
A und B seien Ereignisse. Das Ereignis „mindestens eines der Ereignisse A oder B tritt ein" wird ausgedrückt durch

**A4:** (A) $A \cap B$. (B) $A \cup B$. (C) $\overline{A} \cap \overline{B}$. (D) keinen der Ausdrücke (A)-(C).

**Aufgabe**
Bei einem Zufallsexperiment werden die beiden Ereignisse A und B beobachtet und es seien $P(A \cup B) = 0.8$, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.9$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.3$. $P(A \cap \bar{B})$ liegt in

**A5:** (A) $[0.05, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 0.45]$.

**Aufgabe**
Die Kugeln in einer Urne sind mit 1 bis 8 nummeriert. Peter und Paul ziehen nacheinander und mit Zurücklegen jeder eine Kugel. Es sei A=„Peter zieht eine gerade Zahl" und B=„Paul zieht die gleiche Zahl wie Peter".
A und B sind

**A6:** (A) unabhängig. (B) weder unabhängig noch disjunkt. (C) disjunkt.

$P(A \cup B)$ liegt in

**A7:** (A) $[0.40, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.55]$. (D) $(0.55, 0.60]$.

**Aufgabe**
In einem Unternehmen kann davon ausgegangen werden, dass 10% aller gefertigten Teile Ausschuss sind. Ein betriebsinternes Qualitätskontrollverfahren habe die Eigenschaft, dass es bei der Prüfung von Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.93 diese als solche erkennt und bei Nicht-Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.03 diese als „Ausschuss“ identifiziert.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Teil durch das Qualitätskontrollverfahren als „Ausschuss“ eingestuft wird, liegt in

**A8:** (A) $[0.11, 0.13]$. (B) $(0.13, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.17]$. (D) $(0.17, 0.19]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein gefertigtes Teil tatsächlich Ausschuss ist, wenn es aufgrund der Qualitätskontrolle als „Ausschuss“ identifiziert wurde, ist in

**A9:** (A) $[0.73, 0.76]$. (B) $(0.76, 0.79]$. (C) $(0.79, 0.82]$. (D) $(0.82, 0.85]$.

**Aufgabe**
Die in Abbildung 1 auf S.8 dargestellte Funktion ist eine

**A10:** (A) Dichtefunktion. (B) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (C) Verteilungsfunktion.

**Aufgabe**
Eine diskrete Zufallsvariable X besitze die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{7} I_{[-1,1)}(x) + \frac{5}{7} I_{[1,3)}(x) + I_{[3,\infty)}(x).$$

Ein Träger zu $X$ ist

**A11:** (A) $\{-1, 1, 3\}$. (B) $[-1, 3]$. (C) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$. (D) (A)-(C) sind falsch.

$P(X > 1)$ ist

**A12:** (A) 3/7. (B) 1/7. (C) 2/7. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
Die Wahrscheinlichkeitstabelle der Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei:

| $a_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = a_i)$ | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.40 |

$E(X)$ liegt in

**A13:** (A) $(-\infty, 2.9]$. (B) $(2.9, 3.2]$. (C) $(3.2, 3.5]$. (D) $(3.5, \infty)$.

$E(2/X)$ liegt in

**A14:** (A) $(-\infty, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.8]$. (C) $(0.8, 0.9]$. (D) $(0.9, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Hersteller liefert Zweierpackungen eines Produktes. Für jede Packung mit mindestens einem fehlerhaften Produkt muss er den Kaufpreis zurückerstatten. (Eine mögliche Wiederverwertung einzelner Produkte werde nicht berücksichtigt.) Die Herstellung einer Zweierpackung kostet 2.50 Euro. Die Wahrscheinlichkeit für die Produktion eines fehlerfreien Produkts betrage (unabhängig von anderen Produkten) 0.90. Der Preis (in Euro), den der Hersteller verlangen muss, um einen erwarteten Gewinn pro Zweierpackung von 0.43 Euro zu erzielen, liegt in

**A15:** (A) $[0, 3.55]$. (B) $(3.55, 3.60]$. (C) $(3.60, 3.65]$. (D) $(3.65, \infty)$.

**Aufgabe**
X und Y seien unabhängige Zufallsvariable mit $Var(X), Var(Y) < \infty$.
Die Gleichung „$Var(X+Y) = Var(X-Y)$“ ist

**A16:** (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
X sei eine stetige Zufallsvariable.
Die Aussage „Für jedes reelle x aus dem Träger zu X ist $P(X = x) > 0$.“ ist

**A17:** (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen $X$ sei gegeben durch

$$f_X(x) = \frac{1}{6}(x+2)I_{[0,2]}(x).$$

$E(2-X)$ liegt in

**A18:** (A) $(-\infty, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) $(0.85, \infty)$.

Die Varianz von $1.5 \cdot X$ ist in

**A19:** (A) $[0, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.95]$. (D) $(0.95, \infty)$.

**Aufgabe**
Das 0.7-Quantil der stetigen Zufallsvariable X sei eindeutig bestimmt und gleich -1.
Das 0.3-Quantil der Zufallsvariable Y=2-X ist dann

**A20:** (A) 1. (B) 3. (C) $-1$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
X,Y,Z seien u.i.v. Zufallsvariablen mit $E(X) = 1.5$ und $Var(X) = 1$.
$E((X+Y) \cdot (Y+Z))$ liegt in

**A21:** (A) $(-\infty, 6.5]$. (B) $(6.5, 8.0]$. (C) $(8.0, 9.5]$. (D) $(9.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Zwei ideale Würfel werden 8 Mal gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 2 Mal bei einem Wurf mindestens eine Sechs geworfen wird, liegt in

**A22:** (A) $[0, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.78]$. (D) $(0.78, 1]$.

X sei die Anzahl der Würfe, für die beide Würfel das gleiche Ergebnis anzeigen. Die Varianz von X liegt in

**A23:** (A) $[0, 1.2]$. (B) $(1.2, 1.4]$. (C) $(1.4, 1.6]$. (D) $(1.6, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim Po(4)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

**A24:** (A) $[0, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) $(0.88, 1]$.

**Aufgabe**
Es seien $X_i \sim B(1, \pi)$ u.i.v. Dann ist $Var(\bar{X}_n)$ gleich

**A25:** (A) $\pi \cdot n$. (B) $\pi \cdot (1 - \pi)/n$. (C) $n \cdot \pi \cdot (1 - \pi)$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
$X \sim U(-2, 2)$ und $Y \sim \text{Exp}(1.1)$ seien unabhängig.
$Var(X - Y)$ liegt in

**A26:** (A) $[0, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.4]$. (C) $(2.4, 2.8]$. (D) $(2.8, \infty)$.

$P(-0.1 \leq Y \leq 1)$ ist in

**A27:** (A) $[0, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.70]$. (D) $(0.70, 1]$.

**Aufgabe**
Die Gewichte von Stangen Spargel werden als unabhängig und normalverteilt angesehen mit $\mu = 52g$ und $\sigma = 5g$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von 15 Stangen Spargel größer als 800 g ist, liegt in

**A28:** (A) $[0, 0.11]$. (B) $(0.11, 0.14]$. (C) $(0.14, 0.17]$. (D) $(0.17, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Lebensmittelhersteller füllt Nüsse in Beutel ab. Die Füllgewichte $G_i$ der Beutel seien unabhängig und normalverteilt mit Erwartungswert $\mu$ =200 g (Gramm) und Standardabweichung 2 g. Der Stichprobenumfang n, so dass $P(|\bar{G}_n - \mu| \leq 0.5) = 0.9747$ (gerundet) ist, liegt in

**A29:** (A) $[0, 65]$. (B) $(65, 75]$. (C) $(75, 85]$. (D) $(85, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sei folgende Kontingenztabelle der Wahrscheinlichkeiten für die gemeinsame Verteilung zweier diskreter Zufallsvariablen X und Y.

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.15 | 0.05 | 0.10 |
| 2 | 0.25 | 0.30 | 0.15 |

$P(Y = 1)$ liegt in

**A30:** (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

$P(X > Y)$ ist in

**A31:** (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

Der bedingte Erwartungswert von Y gegeben X=2 ist in

**A32:** (A) $(-\infty, 1.6]$. (B) $(1.6, 1.8]$. (C) $(1.8, 2.0]$. (D) $(2.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \ldots, X_n, Y_1, \ldots, Y_n \sim \text{Exp}(1.5)$ u.i.v. Dann konvergiert $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i Y_i$ in Wahrscheinlichkeit gegen einen Wert aus

**A33:** (A) $(-\infty, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.53]$. (C) $(0.53, 0.59]$. (D) $(0.59, \infty)$.

**Aufgabe**
In einer Goldmine streue der Goldgehalt des Golderzes pro geförderter Tonne unabhängig voneinander um den Erwartungswert 3.5 g (Gramm) mit der Standardabweichung 1 g. In der Mine werde pro Tag 100 Tonnen Erz gewonnen.
Die approximative Wahrscheinlichkeit, dass die Tagesausbeute höchstens 345 g Gold beträgt, liegt in

**A34:** (A) $[0, 0.24]$. (B) $(0.24, 0.28]$. (C) $(0.28, 0.32]$. (D) $(0.32, 1]$.

**Aufgabe**
In einer Online-Umfrage haben sich 760 Personen zur Aussage A=„Ein- und Zwei-Cent-Münzen sollten abgeschafft werden." geäußert. 384 Personen haben der Aussage zugestimmt. Gehen Sie von einer repräsentativen Umfrage aus. $\pi$ sei der Bevölkerungsanteil, der für die Aussage A stimmen würde.
Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für $\pi$ ist in

**A35:** (A) $[0, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.52]$. (D) $(0.52, 1]$.

Die untere Grenze des approximativen 0.9-Konfidenzintervall für $\pi$ liegt in

**A36:** (A) $[0, 0.46]$. (B) $(0.46, 0.47]$. (C) $(0.47, 0.48]$. (D) $(0.48, 1]$.

**Aufgabe**
Der Anteil $\pi$ der Abiturienten eines Jahrgangs, die unmittelbar nach dem Abitur ein Studium aufnehmen wollen, soll durch den entsprechenden Stichprobenanteil in einer Zufallsstichprobe geschätzt werden. Dabei kann angenommen werden, dass $\pi \leq 0.3$ ist.
Um bei einem Sicherheitsniveau von 0.9907 eine Genauigkeit von 0.06 zu erreichen, muss der Mindeststichprobenumfang in

**A37:** (A) $[0, 380]$ (B) $(380, 430]$ (C) $(430, 480]$ (D) $(480, \infty)$

liegen.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$ u.i.v. Von den drei Schätzern

$$S_n = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_n, \qquad T_n = (1 + \frac{1}{n}) \cdot \bar{X}_n, \qquad U_n = (2X_1 - X_2)/2$$

sind

**A38:** (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

erwartungstreu für das Schätzen von $\lambda$. Folgende Schätzer sind konsistent für $\lambda$:

**A39:** (A) $T_n$, aber $S_n$ nicht. (B) $S_n$, aber $T_n$ nicht. (C) weder $S_n$ noch $T_n$.

**Aufgabe**
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n \sim U(-\theta, 2\theta)$ seien u.i.v. mit unbekanntem Parameter $\theta > 0$. Für geeignetes reelles c ist $S_n = c \cdot \bar{X}_n$ der Momentenschätzer für $\theta$.
$c$ liegt in

**A40:** (A) $(-\infty, 1.2]$. (B) $(1.2, 1.5]$. (C) $(1.5, 1.8]$. (D) $(1.8, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der Produktion von Drahtseilen ist die Varianz $\sigma^2$ der Durchmesserwerte eine wichtige Qualitätskenngröße. 5 Durchmesserwerte wurden gemessen:

$$9,\ 9.5,\ 10,\ 10.5,\ 11.$$

Die Beobachtungen seien normalverteilt. Dann ist

$$\left[\frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,\alpha/2}}\right]$$

ein $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall für $\sigma^2$, wobei $S_n^2$ die Stichprobenvarianz ist und $q_{n,\alpha}$ die $\alpha$-Quantile der $\chi^2(n)$-Verteilung bezeichnen.
Die obere Grenze des realisierten 0.98-Konfidenzintervalls liegt in

**A41:** (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 6.0]$. (C) $(6.0, 8.0]$. (D) $(8.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der wiederholten Messung der Löslichkeit von Kochsalz in 50 Grad warmen Wasser wurde aus n=12 Messungen ein arithmetisches Mittel 81.5 g und eine Stichprobenvarianz von 4.5 $g^2$ ermittelt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Die obere Grenze des 0.9-Konfidenzintervalls für die im Mittel zu erwartende gelöste Menge Salz liegt in

**A42:** (A) $(-\infty, 82.25]$. (B) $(82.25, 82.55]$. (C) $(82.55, 82.85]$. (D) $(82.85, \infty)$.

**Aufgabe**
Die Nullhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha$ getestet werden.
$\alpha$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass

**A43:** (A) $H_0$ verworfen wird. (B) $H_0$ verworfen wird, wenn $\mu = \mu_0$ ist.
(C) $H_0$ nicht verworfen wird, wenn $\mu \neq \mu_0$ ist. (D) $H_0$ nicht verworfen wird.

**Aufgabe**
Ein Kfz-Hersteller bezieht täglich von einem Zulieferer 8 000 Batterien, $\pi$ sei der Anteil der nicht funktionsfähigen Batterien in einer Lieferung. Bei der Eingangs-Qualitätskontrolle prüft der Kfz-Hersteller anhand einer Stichprobe mit Hilfe der üblichen Parametertests die Nullhypothese $H_0 : \pi \leq 0.05$ zum Signifikanzniveau 0.1.
Angenommen von den 8 000 gelieferten Batterien sind tatsächlich 500 fehlerhaft und nach Durchführung des Tests lautet die Testentscheidung: $H_0$ wird abgelehnt. Dann liegt folgendes vor:

**A44:** (A) ein Fehler 1.Art. (B) ein Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

**Aufgabe**
Der Milchfettgehalt (in %) der Marke „Olle Kuh“ sei normalverteilt mit bekannter Standardabweichung 0.25 (in %). Eine Stichprobe von 20 Milchpackungen ergab einen Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 3.4$. Der Hersteller möchte mit einem Test prüfen, ob der Milchfettgehalt im Mittel gleich 3.5 % ist.
Der p-Wert des Tests liegt in

**A45:** (A) $[0.04, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.06]$. (C) $(0.06, 0.07]$. (D) $(0.07, 0.08]$.

Die Aussage „Der mittlere Milchfettgehalt ist zum Niveau 0.05 signifikant von 3.5 % verschieden.“ ist

**A46:** (A) falsch. (B) richtig.

Abbildung 1

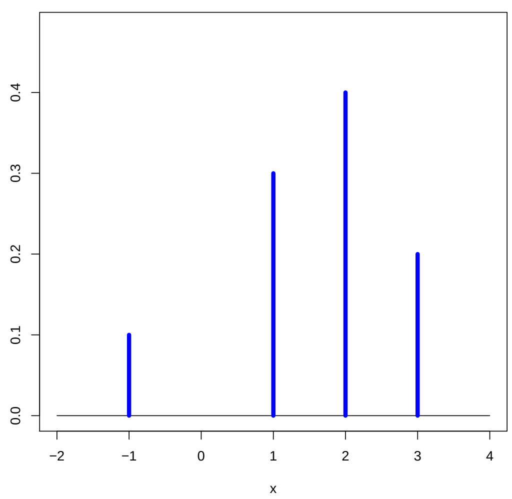
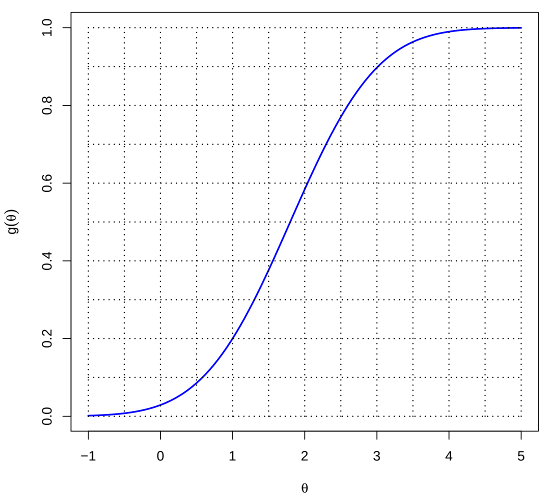



Abbildung 2




**Aufgabe**
Abbildung 2 stelle die Gütefunktion $g(\theta) = P_\theta(„H_0 \text{ ablehnen“})$ für einen Test zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 1$ gegen $H_1 : \theta > 1$ dar. Dann liegt die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung für $\theta = 2$ in

**A47:** (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) $(0.55, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Fernseher-Hersteller gibt für ein Modell einen mittleren Stromverbrauch $\mu$ von nicht mehr als 65 W/Stunde an. Mit mehreren Messungen an verschiedenen zufällig ausgewählten Exemplaren wurde der Stromverbrauch gemessen und folgende Werte (in W/Stunde) festgestellt:

$$70.3 \quad 68.5 \quad 63.1 \quad 68.2.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Es soll ein Test zum Niveau 0.05 durchgeführt werden, mit dem sich die Aussage des Herstellers widerlegen lässt.
Die Nullhypothese lautet

**A48:** (A) $H_0 : \mu \leq 65$. (B) $H_0 : \mu \geq 65$. (C) $H_0 : \mu < 65$. (D) $H_0 : \mu > 65$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A49:** (A) $(-\infty, 1.55]$. (B) $(1.55, 1.75]$. (C) $(1.75, 1.95]$. (D) $(1.95, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $x$ eine Realisierung von $X$. Die Nullhypothese $H_0 : \pi \leq \pi_0$ soll anhand einer Stichprobe vom Umfang $n \geq 30$ mit Hilfe der relativen Häufigkeit $\hat{\pi} = x/n$ zum Signifikanzniveau $\alpha$ getestet werden.
Es bezeichne $\delta = \sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}$. $H_0$ wird abgelehnt, wenn gilt: $\hat{\pi}$

**A50:** (A) $> \pi_0 - z_{1-\alpha} \cdot \delta$. (B) $> \pi_0 - z_\alpha \cdot \delta$. (C) $< \pi_0 - z_{1-\alpha} \cdot \delta$. (D) $< \pi_0 - z_\alpha \cdot \delta$.

**Aufgabe**
Eine Multiple-Choice-Klausur bestehe aus 70 Aufgaben mit jeweils 4 vorgegebenen Antworten, von denen genau stets eine richtig ist.
$x$ sei die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben eines Teilnehmers. Dieser hat dann bestanden, wenn ein geeigneter einseitiger Signifikanztest ($\alpha = 0.025$) anhand von $x$ zu dem Schluss kommt, dass der Teilnehmer im Mittel mehr Aufgaben richtig gelöst hat, als man durch zufälliges Raten erwarten würde.
Die zum Bestehen nötige Mindestpunktzahl richtig gelöster Aufgaben ist dann

**A51:** (A) $\leq 24$. (B) 25. (C) 26. (D) $\geq 27$.

**Aufgabe**
Eine Zufallsstichprobe von 100 Jungen eines speziellen Alters ergab einen Mittelwert für die Größe der Jungen von 154.3 cm und eine Stichprobenvarianz von 36 $\text{cm}^2$. Für 120 Mädchen des gleichen Alters erhielt man einen Mittelwert der Größe von 148.6 cm und eine Stichprobenvarianz von 25 $\text{cm}^2$. Es soll mit einem geeigneten Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass Jungen im Mittel 2 cm größer als Mädchen dieses Alters sind.
Es ist ein Zweistichprobentest durchzuführen, und zwar ein entsprechender

**A52:** (A) t-Test. (B) approximativer Gauß-Test. (C) Gauß-Test.

Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

**A53:** (A) $[0, 4.4]$. (B) $(4.4, 4.7]$. (C) $(4.7, 5.0]$. (D) $(5.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Pädagoge behauptet, dass zwischen dem Intelligenzquotienten (IQ) und den schulischen Leistungen ein Zusammenhang besteht. Er versucht die Behauptung durch einen $\chi^2$-Unabhängigkeitstest zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.025$ zu bestätigen. Eine 200 Schülerinnen und Schüler umfassende Stichprobe aus der Gesamtheit aller Schülerinnen und Schüler einer Großstadt ergibt folgende Tabelle:

| IQ/Leistung | höchstens ausreichend | befriedigend bis gut | sehr gut |
|---|---|---|---|
| unter 100 | 50 | 50 | 5 |
| 100 und mehr | 40 | 50 | 5 |

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A54:** (A) $[0, 0.45]$. (B) $(0.45, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.65]$. (D) $(0.65, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests ist in

**A55:** (A) $[0, 4.0]$. (B) $(4.0, 5.5]$. (C) $(5.5, 7.0]$. (D) $(7.0, \infty)$.

**Aufgabe**

Gegeben sind folgende Informationen über die Datenpaare $(x_i, y_i)$ für das Alter ($x_i$, in Jahre) und den Preis ($y_i$, in 1000 Euro) von n=16 Gebrauchtwagen:

$$\bar{x} = 5, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 458, \quad \bar{y} = 8, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1239.8, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 530.2.$$

$\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ seien die KQ-Koeffizienten der zugehörigen KQ-Geraden.
$\hat{\alpha}$ liegt in

**A56:** (A) $(-\infty, 14.0]$. (B) $(14.0, 15.0]$. (C) $(15.0, 16.0]$. (D) $(16.0, \infty)$.

Der empirische Korrelationskoeffizient liegt in

**A57:** (A) $[-1, -0.95]$. (B) $(-0.95, -0.90]$. (C) $(-0.90, -0.85]$. (D) $(-0.85, -0.80]$.

**Aufgabe**

Anhand einer Zufallsstichprobe soll die Abhängigkeit des Gewichts $y_i$ (in kg) von der Größe $x_i$ (in cm) von männlichen Erwachsenen mit einem Standardmodell der linearen Einfachregression untersucht werden. In der folgenden Stata-Ausgabe finden Sie das Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =       8
-------------+------------------------------           F(  1,     6) =   11.11
       Model |  284.193594     1  284.193594           Prob > F      =  0.0158
    Residual |    153.5252     6  25.5875333           R-squared     =  0.6493
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5908
       Total |  437.718794     7  62.5312562           Root MSE      =  5.0584

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   1.040464   .3122009     3.33   0.016      .276536    1.804392
       _cons |  -108.2723   54.40309    -1.99   0.094    -241.3919    24.84725
------------------------------------------------------------------------------
```

Gehen Sie von der Normalverteilungsannahme aus.
Für einen Mann mit einer Größe von 175 cm erwartet man im Mittel ein Gewicht von

**A58:** (A) $[0, 72.5]$. (B) $(72.5, 74.5]$. (C) $(74.5, 76.5]$. (D) $(76.5, \infty)$.

Der Wert der Teststatistik zur Nullhypothese $H_0 : \beta \leq 0.70$ liegt in

**A59:** (A) $(-\infty, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.90]$. (C) $(0.90, 1.00]$. (D) $(1.00, \infty)$.

$s_x^2$ liegt in

**A60:** (A) $[0, 25.0]$. (B) $(25.0, 30.0]$. (C) $(30.0, 35.0]$. (D) $(35.0, \infty)$.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

# Klausur zur Veranstaltung
# Grundlagen der Statistik

**FSS 2013, 1. Termin, 07. Juni 2013**
**Version: D**

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die <u>Version</u> von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen <u>ausmalen</u>. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

<u>Lösungsbogen</u>

| Aussage | A | B | C | D | |
|---|---|---|---|---|---|
| A1: | ○ | ● | ○ | ○ | |
| A2: | ○ | ○ | ● | ~~●~~ | |
| A3: | ● | ○ | ● | ○ | |
| A4: | ○ | ~~●~~ | ○ | ~~●~~ | D |

<u>Sie denken Aussage ...</u>

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

**Viel Erfolg!**

**Aufgabe**

In einer Urne befinden sich 30 Kugeln. $\pi$ sei die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Kugel aus der Urne eine rote Kugel zu ziehen. Es wurden nacheinander und mit Zurücklegen 30 Kugeln aus der Urne gezogen und dabei wurde 7 Mal eine rote Kugel gezogen. Dann ist 7/30 für $\pi$

**A1:** (A) die klassische Wahrscheinlichkeit. (B) die statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A) und (B) sind falsch.

**Aufgabe**

Beim Lotto „5 aus 35“ werden 5 Kugeln aus einer Urne mit 35 Kugeln, die mit 1 bis 35 nummeriert sind, ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen.
Die Anzahl der verschiedenen Ziehungen, bei denen höchstens eine der Zahlen 1 bis 10 gezogen wird, liegt in (Angaben in 1000)

**A2:** (A) $(20, 40]$. (B) $(40, 80]$. (C) $(80, 160]$. (D) $(160, 320]$.

**Aufgabe**

In einem Beutel mit Scabble-Buchstaben befinden sich 14 Buchstaben, 9 verschiedene Konsonanten und 5 verschiedene Vokale. Sie ziehen nacheinander und ohne Zurücklegen 8 Buchstaben und bilden in der Reihenfolge der gezogenen Buchstaben ein Wort.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie ein Wort mit genau 6 Konsonanten und 2 Vokalen erhalten, dass mit einem Konsonanten anfängt, liegt in

**A3:** (A) $(0, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.23]$. (D) $(0.23, 1.0]$.

**Aufgabe**

A und B seien Ereignisse. Das Ereignis „höchstens eines der Ereignisse A oder B tritt ein“ wird ausgedrückt durch

**A4:** (A) $A \cap B$. (B) $A \cup B$. (C) $\overline{A} \cap \overline{B}$. (D) keinen der Ausdrücke (A)-(C).

**Aufgabe**

Bei einem Zufallsexperiment werden die beiden Ereignisse A und B beobachtet und es seien $P(A \cup B) = 0.7$, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.9$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.4$. $P(A \cap \bar{B})$ liegt in

**A5:** (A) $[0.15, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.35]$. (C) $(0.35, 0.45]$. (D) $(0.45, 0.55]$.

**Aufgabe**

Die Kugeln in einer Urne sind mit 1 bis 12 nummeriert. Peter und Paul ziehen nacheinander und mit Zurücklegen jeder eine Kugel. Es sei A=„Peter zieht eine Zahl $< 5$“ und B=„Paul zieht die gleiche Zahl wie Peter“.
A und B sind

**A6:** (A) unabhängig. (B) disjunkt. (C) weder disjunkt noch unabhängig.

$P(A \cup B)$ liegt in

**A7:** (A) $[0.30, 0.34]$. (B) $(0.34, 0.38]$. (C) $(0.38, 0.42]$. (D) $(0.42, 0.46]$.

**Aufgabe**

In einem Unternehmen kann davon ausgegangen werden, dass 12% aller gefertigten Teile Ausschuss sind. Ein betriebsinternes Qualitätskontrollverfahren habe die Eigenschaft, dass es bei der Prüfung von Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.90 diese als solche erkennt und bei Nicht-Ausschussteilen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.15 diese als „Ausschuss" identifiziert.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Teil durch das Qualitätskontrollverfahren als „Ausschuss" eingestuft wird, liegt in

**A8:** (A) $[0.17, 0.19]$. (B) $(0.19, 0.21]$. (C) $(0.21, 0.23]$. (D) $(0.23, 0.25]$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein gefertigtes Teil tatsächlich Ausschuss ist, wenn es aufgrund der Qualitätskontrolle als „Ausschuss" identifiziert wurde, ist in

**A9:** (A) $[0.38, 0.41]$. (B) $(0.41, 0.44]$. (C) $(0.44, 0.47]$. (D) $(0.47, 0.50]$.

**Aufgabe**

Die in Abbildung 1 auf S.8 dargestellte Funktion ist eine

**A10:** (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Verteilungsfunktion. (C) Dichtefunktion.

**Aufgabe**

Eine diskrete Zufallsvariable X besitze die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{1}{6}\, I_{[-1,3)}(x) + \frac{4}{6}\, I_{[3,4)}(x) + I_{[4,\infty)}(x).$$

Ein Träger zu $X$ ist

**A11:** (A) $\{-1, 3\}$. (B) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. (C) $[-1, 4]$. (D) (A)-(C) sind falsch.

$P(X > 3)$ ist

**A12:** (A) 4/6. (B) 1/6. (C) 5/6. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**

Die Wahrscheinlichkeitstabelle der Verteilung der diskreten Zufallsvariable X sei:

| $a_i$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = a_i)$ | 0.40 | 0.10 | 0.30 | 0.20 |

$E(X)$ liegt in

**A13:** (A) $(-\infty, 2.9]$. (B) $(2.9, 3.2]$. (C) $(3.2, 3.5]$. (D) $(3.5, \infty)$.

$E(3/X)$ liegt in

**A14:** (A) $(-\infty, 0.7]$. (B) $(0.7, 0.85]$. (C) $(0.85, 1.0]$. (D) $(1.0, \infty)$.

**Aufgabe**

Ein Hersteller liefert Zweierpackungen eines Produktes. Für jede Packung mit mindestens einem fehlerhaften Produkt muss er den Kaufpreis zurückerstatten. (Eine mögliche Wiederverwertung einzelner Produkte werde nicht berücksichtigt.) Die Herstellung einer Zweierpackung kostet 2.00 Euro. Die Wahrscheinlichkeit für die Produktion eines fehlerfreien Produkts betrage (unabhängig von anderen Produkten) 0.85. Der Preis (in Euro), den der Hersteller verlangen muss, um einen erwarteten Gewinn pro Zweierpackung von 0.58 Euro zu erzielen, liegt in

**A15:** (A) $[0, 3.55]$. (B) $(3.55, 3.61]$. (C) $(3.61, 3.67]$. (D) $(3.67, \infty)$.

**Aufgabe**
X sei eine Zufallsvariable mit $Var(X) < \infty$ und $c > 0$ eine reelle Zahl.
Die Gleichung „$Var(c \cdot X) = c \cdot Var(X)$“ ist

**A16:** (A) stets richtig. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
X sei eine diskrete Zufallsvariable.
Die Aussage „Für jedes reelle x ist $P(X = x) > 0$.“ ist

**A17:** (A) stets wahr. (B) weder stets wahr noch stets falsch. (C) stets falsch.

**Aufgabe**
Die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen $X$ sei gegeben durch

$$f_X(x) = \frac{1}{40}(x + 8)\, I_{[0,4]}(x).$$

$E(2 - X)$ liegt in

**A18:** (A) $(-\infty, -0.1]$. (B) $(-0.1, 0.2]$. (C) $(0.2, 0.5]$. (D) $(0.5, \infty)$.

Die Varianz von $1.5 \cdot X$ ist in

**A19:** (A) $[0, 2.2]$. (B) $(2.2, 2.5]$. (C) $(2.5, 2.8]$. (D) $(2.8, \infty)$.

**Aufgabe**
Das 0.1-Quantil der stetigen Zufallsvariable X sei eindeutig bestimmt und gleich $-2$.
Das 0.9-Quantil der Zufallsvariable Y=4-X ist dann

**A20:** (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
X,Y,Z seien u.i.v. Zufallsvariablen mit $E(X) = 2$ und $Var(X) = 2$.
$E((X + Y) \cdot (Y + Z))$ liegt in

**A21:** (A) $(-\infty, 15.0]$. (B) $(15.0, 17.0]$. (C) $(17.0, 19.0]$. (D) $(19.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Zwei ideale Würfel werden 12 Mal gleichzeitig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 2 Mal bei einem Wurf mindestens eine Sechs geworfen wird, liegt in

**A22:** (A) $[0, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.91]$. (D) $(0.91, 1]$.

X sei die Anzahl der Würfe, für die beide Würfel das gleiche Ergebnis anzeigen. Die Varianz von X liegt in

**A23:** (A) $[0, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.4]$. (D) $(2.4, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim Po(2)$. Dann liegt $P(X \leq 2)$ in

**A24:** (A) $[0, 0.69]$. (B) $(0.69, 0.72]$. (C) $(0.72, 0.75]$. (D) $(0.75, 1]$.

**Aufgabe**
Es seien $X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$ u.i.v. Dann ist $Var(\bar{X}_n)$ gleich

**A25:** (A) $1/(n\lambda^2)$. (B) $\lambda/n$. (C) $n/\lambda^2$. (D) (A)-(C) sind falsch.

**Aufgabe**
$X \sim U(-2, 3)$ und $Y \sim \text{Exp}(1.5)$ seien unabhängig.
$Var(X - Y)$ liegt in

**A26:** (A) $[0, 1.7]$. (B) $(1.7, 2.2]$. (C) $(2.2, 2.7]$. (D) $(2.7, \infty)$.

$P(-0.1 \leq Y \leq 1.1)$ ist in

**A27:** (A) $[0, 0.78]$. (B) $(0.78, 0.84]$. (C) $(0.84, 0.90]$. (D) $(0.90, 1]$.

**Aufgabe**
Die Gewichte von Stangen Spargel werden als unabhängig und normalverteilt angesehen mit $\mu = 56g$ und $\sigma = 6g$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von 25 Stangen Spargel kleiner als 1360 g ist, liegt in

**A28:** (A) $[0, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.11]$. (C) $(0.11, 0.14]$. (D) $(0.14, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Lebensmittelhersteller füllt Nüsse in Beutel ab. Die Füllgewichte $G_i$ der Beutel seien unabhängig und normalverteilt mit Erwartungswert $\mu$ =300 g (Gramm) und Standardabweichung 4 g. Der Stichprobenumfang n, so dass $P(|\bar{G}_n - \mu| \leq 0.5) = 0.9472$ (gerundet) ist, liegt in

**A29:** (A) $[0, 220]$. (B) $(220, 250]$. (C) $(250, 280]$. (D) $(280, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sei folgende Kontingenztabelle der Wahrscheinlichkeiten für die gemeinsame Verteilung zweier diskreter Zufallsvariablen X und Y.

| $X\backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.25 | 0.15 | 0.10 |
| 2 | 0.10 | 0.20 | 0.20 |

$P(Y = 3)$ liegt in

**A30:** (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.40, 0.50]$. (D) $(0.50, 1]$.

$P(X > Y)$ ist in

**A31:** (A) $[0, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) $(0.35, 1]$.

Der bedingte Erwartungswert von Y gegeben X=2 ist in

**A32:** (A) $(-\infty, 1.7]$. (B) $(1.7, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.1]$. (D) $(2.1, \infty)$.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n \sim \text{Exp}(2.5)$ u.i.v. Dann konvergiert $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i Y_i$ in Wahrscheinlichkeit gegen einen Wert aus

**A33:** (A) $(-\infty, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.22]$. (C) $(0.22, 0.26]$. (D) $(0.26, \infty)$.

**Aufgabe**
In einer Goldmine streue der Goldgehalt des Golderzes pro geförderter Tonne unabhängig voneinander um den Erwartungswert 4.5 g (Gramm) mit der Standardabweichung 1.5 g. In der Mine werde pro Tag 150 Tonnen Erz gewonnen.
Die approximative Wahrscheinlichkeit, dass die Tagesausbeute höchstens 680 g Gold beträgt, liegt in

**A34:** (A) $[0, 0.53]$. (B) $(0.53, 0.56]$. (C) $(0.56, 0.59]$. (D) $(0.59, 1]$.

**Aufgabe**
In einer Online-Umfrage haben sich 560 Personen zur Aussage A=„Ein- und Zwei-Cent-Münzen sollten abgeschafft werden.“ geäußert. 234 Personen haben der Aussage zugestimmt. Gehen Sie von einer repräsentativen Umfrage aus. $\pi$ sei der Bevölkerungsanteil, der für die Aussage A stimmen würde.
Der aus der Stichprobe berechnete Schätzwert für $\pi$ ist in

**A35:** (A) $[0, 0.42]$. (B) $(0.42, 0.43]$. (C) $(0.43, 0.44]$. (D) $(0.44, 1]$.

Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervall für $\pi$ liegt in

**A36:** (A) $[0, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.36]$. (C) $(0.36, 0.37]$. (D) $(0.37, 1]$.

**Aufgabe**
Der Anteil $\pi$ der Abiturienten eines Jahrgangs, die unmittelbar nach dem Abitur ein Studium aufnehmen wollen, soll durch den entsprechenden Stichprobenanteil in einer Zufallsstichprobe geschätzt werden. Dabei kann angenommen werden, dass $\pi \le 0.35$ ist.
Um bei einem Sicherheitsniveau von 0.9722 eine Genauigkeit von 0.10 zu erreichen, muss der Mindeststichprobenumfang in

**A37:** (A) $[0, 85]$ (B) $(85, 115]$ (C) $(115, 165]$ (D) $(165, \infty)$

liegen.

**Aufgabe**
Es seien $X_1, \dots, X_n \sim Po(\lambda)$ u.i.v. Von den drei Schätzern

$$S_n = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_n, \qquad T_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \bar{X}_n, \qquad U_n = (3X_1 - X_2)/2$$

sind

**A38:** (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

erwartungstreu für das Schätzen von $\lambda$. Folgende Schätzer sind konsistent für $\lambda$:

**A39:** (A) $S_n$, aber $T_n$ nicht. (B) $T_n$, aber $S_n$ nicht. (C) weder $S_n$ noch $T_n$.

**Aufgabe**
Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n \sim U(-\theta, 3\theta)$ seien u.i.v. mit unbekanntem Parameter $\theta > 0$. Für geeignetes reelles c ist $S_n = c \cdot \bar{X}_n$ der Momentenschätzer für $\theta$.
$c$ liegt in

**A40:** (A) $(-\infty, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.95]$. (D) $(0.95, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der Produktion von Drahtseilen ist die Varianz $\sigma^2$ der Durchmesserwerte eine wichtige Qualitätskenngröße. 4 Durchmesserwerte wurden gemessen:

8.5, 10, 10.5, 11.

Die Beobachtungen seien normalverteilt. Dann ist

$$\left[ \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)S_n^2}{q_{n-1,\alpha/2}} \right]$$

ein $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall für $\sigma^2$, wobei $S_n^2$ die Stichprobenvarianz ist und $q_{n,\alpha}$ die $\alpha$-Quantile der $\chi^2(n)$-Verteilung bezeichnen.
Die obere Grenze des realisierten 0.95-Konfidenzintervalls liegt in

**A41:** (A) $[0, 13.0]$. (B) $(13.0, 15.0]$. (C) $(15.0, 17.0]$. (D) $(17.0, \infty)$.

**Aufgabe**
Bei der wiederholten Messung der Löslichkeit von Kochsalz in 60 Grad warmen Wasser wurde aus n=18 Messungen ein arithmetisches Mittel 84.0 g und eine Stichprobenvarianz von 3.5 $g^2$ ermittelt. Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für die im Mittel zu erwartende gelöste Menge Salz liegt in

**A42:** (A) $(-\infty, 84.60]$. (B) $(84.60, 84.90]$. (C) $(84.90, 85.20]$. (D) $(85.20, \infty)$.

**Aufgabe**
Die Nullhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ soll mit einem Signifikanztest zum Niveau $\alpha$ getestet werden.
$\alpha$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass

**A43:** (A) $H_0$ verworfen wird, wenn $\mu = \mu_0$ ist. (B) $H_0$ verworfen wird.
(C) $H_0$ nicht verworfen wird. (D) $H_0$ nicht verworfen wird, wenn $\mu \neq \mu_0$ ist.

**Aufgabe**
Ein Kfz-Hersteller bezieht täglich von einem Zulieferer 8 000 Batterien, $\pi$ sei der Anteil der nicht funktionsfähigen Batterien in einer Lieferung. Bei der Eingangs-Qualitätskontrolle prüft der Kfz-Hersteller anhand einer Stichprobe mit Hilfe der üblichen Parametertests die Nullhypothese $H_0 : \pi \geq 0.04$ zum Signifikanzniveau 0.1.
Angenommen von den 8 000 gelieferten Batterien sind tatsächlich 300 fehlerhaft und nach Durchführung des Tests lautet die Testentscheidung: $H_0$ wird abgelehnt. Dann liegt folgendes vor:

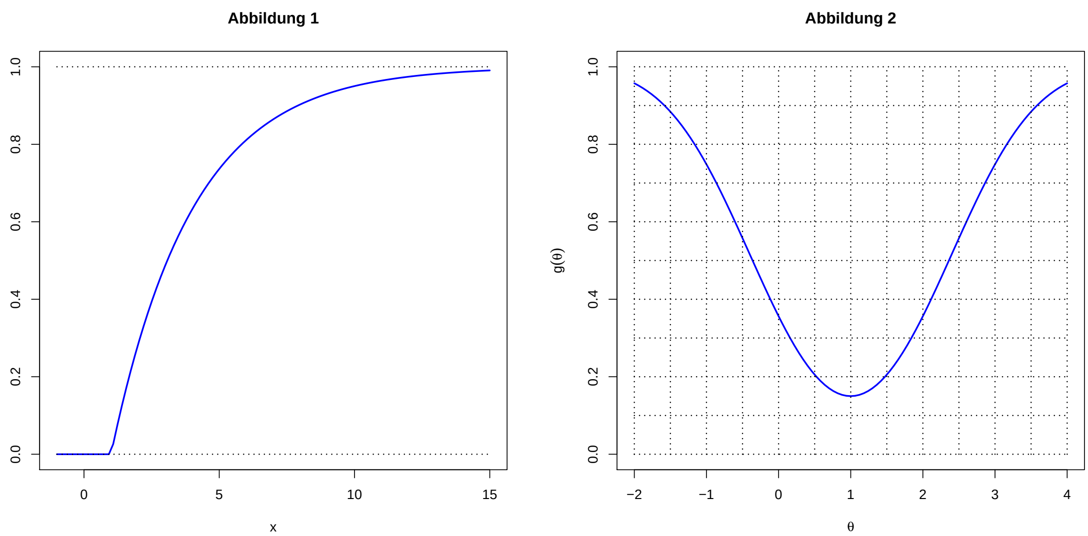
**A44:** (A) ein Fehler 1.Art. (B) ein Fehler 2.Art. (C) eine richtige Entscheidung.

**Aufgabe**
Der Milchfettgehalt (in %) der Marke „Olle Kuh“ sei normalverteilt mit bekannter Standardabweichung 0.3 (in %). Eine Stichprobe von 25 Milchpackungen ergab einen Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 1.45$. Der Hersteller möchte nachweisen, dass der Milchfettgehalt im Mittel größer als 1.35 % ist.
Der p-Wert des Tests liegt in

**A45:** (A) $[0.040, 0.045]$. (B) $(0.045, 0.050]$. (C) $(0.050, 0.055]$. (D) $(0.055, 0.060]$.

Die Aussage „Der Hersteller kann zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die gewünschte Aussage *nicht* statistisch nachweisen.“ ist

**A46:** (A) richtig. (B) falsch.




**Aufgabe**
Abbildung 2 stelle die Gütefunktion $g(\theta) = P_\theta(„H_0 \text{ ablehnen“})$ für einen Test zum Testproblem $H_0 : \theta = 1$ gegen $H_1 : \theta \neq 1$ dar. Dann liegt die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung für $\theta = -1$ in

**A47:** (A) $[0, 0.30]$. (B) $(0.30, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.60]$. (D) $(0.60, 1]$.

**Aufgabe**
Ein Fernseher-Hersteller gibt für ein Modell einen mittleren Stromverbrauch $\mu$ von nicht mehr als 75 W/Stunde an. Mit mehreren Messungen an verschiedenen zufällig ausgewählten Exemplaren wurde der Stromverbrauch gemessen und folgende Werte (in W/Stunde) festgestellt:

$$72.3 \quad 76.5 \quad 75.1 \quad 79.2 \quad 77.1.$$

Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen aus. Es soll ein Test zum Niveau 0.01 durchgeführt werden, mit dem sich die Aussage des Herstellers widerlegen lässt.
Die Nullhypothese lautet

**A48:** (A) $H_0 : \mu \geq 75$. (B) $H_0 : \mu \leq 75$. (C) $H_0 : \mu > 75$. (D) $H_0 : \mu < 75$.

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A49:** (A) $(-\infty, 0.85]$. (B) $(0.85, 0.95]$. (C) $(0.95, 1.05]$. (D) $(1.05, \infty)$.

**Aufgabe**
Es sei $X \sim B(n, \pi)$ und $x$ eine Realisierung von $X$. Die Nullhypothese $H_0 : \pi \geq \pi_0$ soll anhand einer Stichprobe vom Umfang $n \geq 30$ mit Hilfe der relativen Häufigkeit $\hat{\pi} = x/n$ zum Signifikanzniveau $\alpha$ getestet werden.
Es bezeichne $\delta = \sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}$. $H_0$ wird abgelehnt, wenn gilt: $\hat{\pi}$

**A50:** (A) $< \pi_0 + z_\alpha \cdot \delta$. (B) $> \pi_0 + z_\alpha \cdot \delta$. (C) $< \pi_0 + z_{1-\alpha} \cdot \delta$. (D) $> \pi_0 + z_{1-\alpha} \cdot \delta$.

**Aufgabe**
Eine Multiple-Choice-Klausur bestehe aus 60 Aufgaben mit jeweils 4 vorgegebenen Antworten, von denen genau stets eine richtig ist.
$x$ sei die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben eines Teilnehmers. Dieser hat dann bestanden, wenn ein geeigneter einseitiger Signifikanztest ($\alpha = 0.025$) anhand von $x$ zu dem Schluss kommt, dass der Teilnehmer im Mittel mehr Aufgaben richtig gelöst hat, als man durch zufälliges Raten erwarten würde.
Die zum Bestehen nötige Mindestpunktzahl richtig gelöster Aufgaben ist dann

**A51:** (A) $\leq 22$. (B) 23. (C) 24. (D) $\geq 25$.

**Aufgabe**
Eine Zufallsstichprobe von 80 Jungen eines speziellen Alters ergab einen Mittelwert für die Größe der Jungen von 164.3 cm und eine Stichprobenvarianz von 25 $cm^2$. Für 100 Mädchen des gleichen Alters erhielt man einen Mittelwert der Größe von 156.6 cm und eine Stichprobenvarianz von 36 $cm^2$. Es soll mit einem geeigneten Test zum Niveau 0.05 gezeigt werden, dass Jungen im Mittel 3 cm größer als Mädchen dieses Alters sind.
Es ist ein Zweistichprobentest durchzuführen, und zwar ein entsprechender

**A52:** (A) t-Test. (B) Gauß-Test. (C) approximativer Gauß-Test.

Der Betrag des Wertes der Teststatistik liegt in

**A53:** (A) $[0, 5.10]$. (B) $(5.10, 5.50]$. (C) $(5.50, 5.90]$. (D) $(5.90, \infty)$.

**Aufgabe**
Ein Pädagoge behauptet, dass zwischen dem Intelligenzquotienten (IQ) und den schulischen Leistungen ein Zusammenhang besteht. Er versucht die Behauptung durch einen $\chi^2$-Unabhängigkeitstest zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ zu bestätigen. Eine 200 Schülerinnen und Schüler umfassende Stichprobe aus der Gesamtheit aller Schülerinnen und Schüler einer Großstadt ergibt folgende Tabelle:

| IQ/Leistung | höchstens ausreichend | befriedigend bis gut | sehr gut |
|---|---|---|---|
| unter 100 | 60 | 30 | 5 |
| 100 und mehr | 30 | 50 | 25 |

Der Wert der Teststatistik liegt in

**A54:** (A) $[0, 19.0]$. (B) $(19.0, 22.0]$. (C) $(22.0, 25.0]$. (D) $(25.0, \infty)$.

Der kritische Wert des Tests ist in

**A55:** (A) $[0, 4.5]$. (B) $(4.5, 5.0]$. (C) $(5.0, 5.5]$. (D) $(5.5, \infty)$.

**Aufgabe**
Gegeben sind folgende Informationen über die Datenpaare $(x_i, y_i)$ für das Alter ($x_i$, in Jahre) und den Preis ($y_i$, in 1000 Euro) von n=22 Gebrauchtwagen:

$$\bar{x} = 6.2, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1033.36, \quad \bar{y} = 5.8, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 1417.22, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 464.6.$$

$\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ seien die KQ-Koeffizienten der zugehörigen KQ-Geraden.
$\hat{\alpha}$ liegt in

**A56:** (A) $(-\infty, 18.0]$. (B) $(18.0, 20.0]$. (C) $(20.0, 22.0]$. (D) $(22.0, \infty)$.

Der empirische Korrelationskoeffizient liegt in

**A57:** (A) $[-1.0, -0.97]$. (B) $(-0.97, -0.94]$. (C) $(-0.94, -0.90]$. (D) $(-0.90, -0.87]$.

**Aufgabe**
Anhand einer Zufallsstichprobe soll die Abhängigkeit des Gewichts $y_i$ (in kg) von der Größe $x_i$ (in cm) von männlichen Erwachsenen mit einem Standardmodell der linearen Einfachregression untersucht werden. In der folgenden Stata-Ausgabe finden Sie das Ergebnis:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      12
-------------+------------------------------           F(  1,    10) =   15.18
       Model |  226.750342     1  226.750342           Prob > F      =  0.0030
    Residual |  149.412163    10  14.9412163           R-squared     =  0.6028
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5631
       Total |  376.162505    11  34.1965914           Root MSE      =  3.8654

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   .9008315   .2312398     3.90   0.003     .3855971    1.416066
       _cons |  -84.83474   39.57508    -2.14   0.058    -173.0135    3.344029
------------------------------------------------------------------------------
```

Gehen Sie von der Normalverteilungsannahme aus.
Für einen Mann mit einer Größe von 195 cm erwartet man im Mittel ein Gewicht von

**A58:** (A) $[0, 89.5]$. (B) $(89.5, 91.5]$. (C) $(91.5, 93.5]$. (D) $(93.5, \infty)$.

Der Wert der Teststatistik zur Nullhypothese $H_0 : \beta \geq 1.25$ liegt in

**A59:** (A) $(-\infty, -1.60]$. (B) $(-1.60, -1.50]$. (C) $(-1.50, -1.40]$. (D) $(-1.40, \infty)$.

$s_x^2$ liegt in

**A60:** (A) $[0, 23.0]$. (B) $(23.0, 26.0]$. (C) $(26.0, 29.0]$. (D) $(29.0, \infty)$.