Aufgabe 1 **(8 Punkte)**

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen **„richtig“** oder **„falsch“** sind, und begründen Sie *kurz* Ihre Entscheidung (unbegründete Aussagen werden mit 0 Punkten bewertet).

a) Die Durchschnittsproduktivität steigt, falls sich der Faktoreinsatz je Outputeinheit erhöht.

b) Im Schnittpunkt der (Funktionen der) Grenz- und Durchschnittsproduktivität beträgt der Wert der Produktionselastizität 1.

c) Die Leontief-Produktionsfunktion besitzt eine konstante Durchschnittproduktivität.

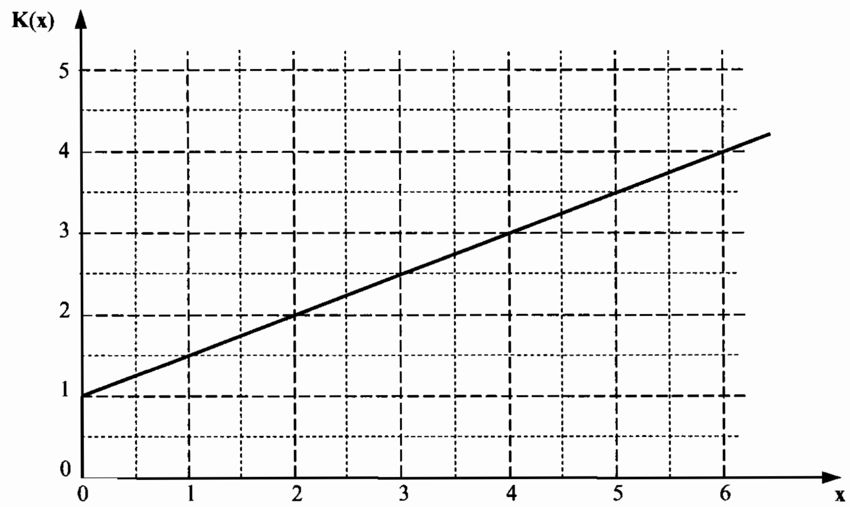
d) Sind die (totalen) Durchschnittskosten konstant, entsprechen sie in ihrer Höhe den Grenzkosten.

Aufgabe 2 **(21 Punkte)**

Die Aufgabenteile a) bis c) können **unabhängig** voneinander bearbeitet werden.

Aufgabenteil a)

In der nachfolgenden Grafik ist die Gesamtkostenfunktion K(x) in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge x gegeben.



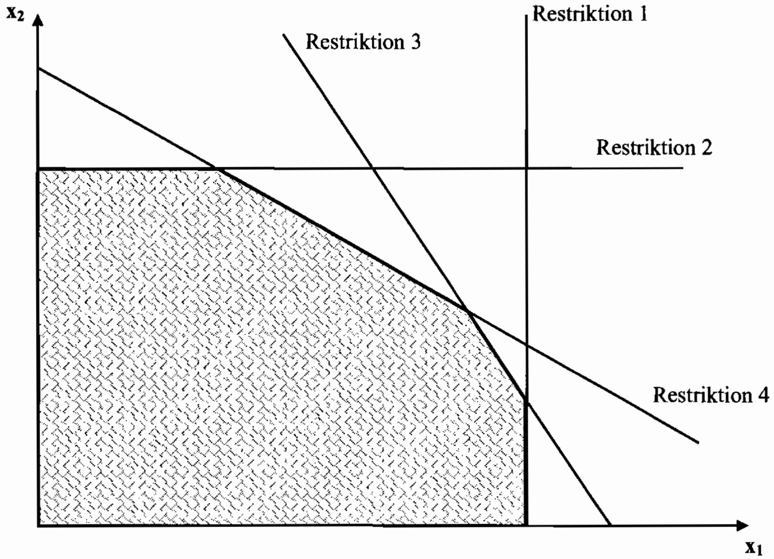
1.) Wie lautet die Gleichung der in der Grafik dargestellten Gesamtkostenfunktion (numerisch exakt spezifiziert)?

2.) Zeichnen Sie in die obige Grafik die Funktion der
   a.) variablen Durchschnittskosten (variable Stückkosten)
   b.) totalen Durchschnittskosten (totale Stückkosten)

3.) Bestimmen Sie die Gleichung der Grenzkostenfunktion (in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge).

Aufgabenteil b)

Die nachfolgende Grafik zeigt den Simplex eines Linearen Programms, bei dem der Gesamtdeckungsbeitrag optimiert werden soll.



1.) Für welche Art von Restriktionen stehen (aus ökonomischer Sicht) die folgenden Restriktionen (keine Angabe von Ungleichungen)?

Nr. 1:

Nr. 3:

2.) Kennzeichnen Sie im Simplex alle (potenziell) optimalen Produktionsprogramme. Gehen Sie davon aus, dass der Punkt A (einer der ermittelten potenziellen Optimalpunkte) das tatsächliche optimale Produktionsprogramm darstellt und zeigen Sie für diesen Punkt die Vorgehensweise zu dessen grafischer Bestimmung.

(Hinweis: Gehen Sie von einer ***eindeutigen Lösung*** *und* ***positiven Stückdeckungsbeiträgen*** *aus. Verwenden Sie als Bezeichnung der potenziell optimalen Produktionsprogramme die Buchstaben A, B etc.)*

3.) Bei Restriktion Nr. 3 finden die folgenden Änderungen (ohne Einfluss auf die Stückkosten) gleichzeitig statt:

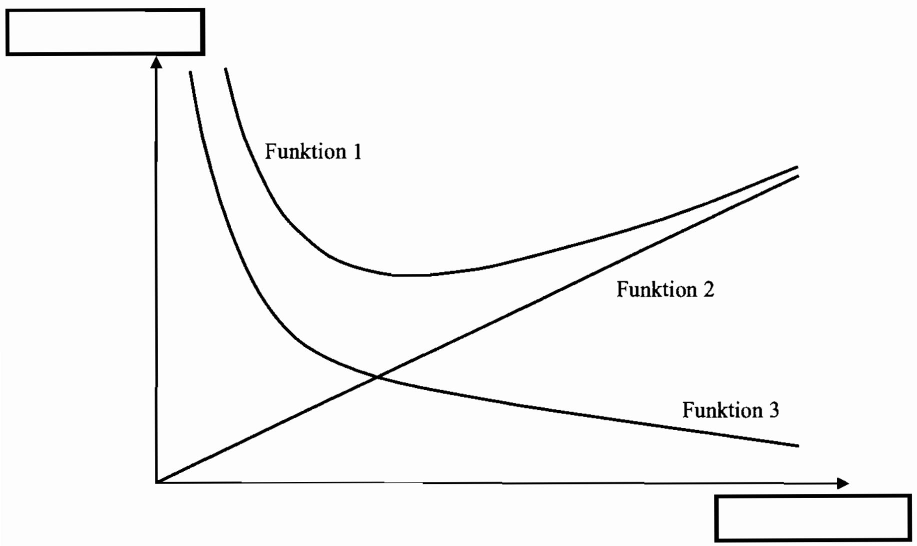
a) Die Produktionskoeffizienten **beider** Produkte bzgl. der Ressource halbieren sich.

b) Die Menge der bereitgestellten Ressource halbiert sich.

Beschreiben Sie verbal die sich ergebenden Änderungen (keine grafische Lösung).

Aufgabenteil c)

In der nachfolgenden Grafik finden Sie Funktionen zur klassischen Losgröße (**ohne** Berücksichtigung des Einstandspreises EP).



Verwenden Sie im folgenden die Bezeichnungen:

q	Losgröße
BK	auflagefixe Kosten
T	Reichweite
Q	stationäre Nachfragerate
L	Lagerkostensatz

1.) Bezeichnen Sie beide Achsen.

2.) Wie lauten die Gleichungen der nachfolgenden Funktionen?

Funktion 2:

Funktion 3:

3.) Ergänzen Sie in der Grafik alle Änderungen der Funktionen 2 und 3, die sich aus einer Verdoppelung des Lagerkostensatzes L ergeben. Ein Einzeichnen der „neuen" Funktion 1^{neu} ist **nicht** erforderlich.

Kennzeichnen Sie die daraus resultierende optimale Losgröße q*.

Aufgabe 3 (18 Punkte)

Für die Herstellung eines Produktes (x) auf einer Maschine M I werden neben dem Rohstoff (r_1) noch die Betriebsstoffe Energie (r_2) und Schmierstoff (r_3) eingesetzt.

Aus 10 Mengeneinheiten (ME) des Rohstoffs (r_1) können 2 ME des Produktes (x) hergestellt werden.

Der Verbrauch an Betriebsstoffen ist von der gewählten Produktionsgeschwindigkeit λ_I abhängig und wird durch die nachfolgenden Verbrauchsfunktionen beschrieben:

Energie: $a_2(\lambda_1) = \lambda_1^2 - 18\lambda_1 + 85 \quad \left[\frac{\text{kWh}}{\text{ME}}\right]$

Schmierstoff: $v_3(\lambda_1) = \lambda_1^3 - 10\lambda_1^2 + 33\lambda_1 \quad \left[\frac{\text{Liter}}{\text{Stunde}}\right]$

Die Produktionsgeschwindigkeit λ_I der Maschine I kann von 2 [ME / Stunde] bis maximal 10 [ME / Stunde] variiert werden bei einer maximalen Produktionszeit t^{max} von 10 [Stunden].

Die Preise der Einsatzfaktoren sind in der nachfolgenden Tabelle gegeben

Einsatzfaktor	Rohstoff (r_1)	Energie (r_2)	Schmierstoff (r_3)
Preis [€ / ME Einsatzfaktor]	2	1	3

a) Ergänzen Sie die folgende (Gesamt-)Kostenfunktion K(x) für die Maschine I.

$$\mathbf{K(x)} = \begin{cases} & \\ \frac{4}{100}x^3 - \frac{48}{10}x^2 + 194x & \textbf{für} \quad\quad < x \leq 100 \end{cases}$$

b) Die Unternehmung kann noch zusätzlich eine zweite Maschine M II einsetzen mit der Stückkostenfunktion [€ / ME]:

$$k_{II}(\lambda_{II}) = \lambda_{II}^2 - 6\lambda_{II} + 50.$$

Die stückkostenminimierende Produktionsgeschwindigkeit λ_{II}^* der Maschine II beträgt 3 [ME / Stunde], bei Stückkosten $k_{II}^*(3)$ von 41 [€ / ME]. Die Maschine kann mit einer maximalen Produktionszeit t^{max} von 10 Stunden und einer Produktionsgeschwindigkeit λ_{II} zwischen 2 und 10 [ME / Stunde] betrieben werden.

Stellen Sie einen Maschineneinsatzplan und die dazugehörige (Gesamt-)Kostenfunktion für Produktionsmengen zwischen 0 und 100 [ME] auf.

c) Wegen einer laufenden Reparatur kann zur Zeit nur Maschine I eingesetzt werden, jedoch ist es der Unternehmung möglich Überstunden anzusetzen. Je geleisteter Überstunde fällt (neben dem normalen Arbeitslohn von 16 [€ / Stunde]) ein Überstundenzuschlag von 50 % (des normalen Arbeitslohns) an.

Die Unternehmung möchte $x = 80$ [ME] des Produktes kostenoptimal produzieren.

Stellen Sie die Funktion auf, welche die (für Normalarbeitszeit **und** Überstundenzeit **identische**) Produktionsgeschwindigkeit λ optimiert.

(*Hinweis: Ein Ausrechnen des optimalen Wertes ist nicht erforderlich!*)

Aufgabe 4 **(13 Punkte)**

Ein Unternehmen produziert ein Erzeugnis X gemäß der Produktionsfunktion

$$x(r_1; r_2) = r_1^{1/6} \cdot r_2^{1/3}$$

bei Faktorpreisen für die beiden Einsatzfaktoren R1 bzw. R2 von $p_1 = 16$ [EUR/ ME] bzw. $p_2 = 0{,}5$ [EUR/ ME].

a) Bestimmen Sie den Wert der Skalenelastizität für die oben genannte Produktionsfunktion.

b) Bestimmen Sie das (kosten-)optimale Faktoreinsatzverhältnis.

c) Bestimmen Sie die Gesamtkostenfunktion in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge.

d) Aufgrund einer Technologieänderung beim Unternehmen ab dem nächsten Monat möchte der Zulieferer sein Lager räumen. Daher unterbreitet der Zulieferer das nachfolgende Sonderangebot.

Sonderangebot:	Einsatzfaktor R1:	1.296 ME
	Einsatzfaktor R2:	162.000 ME
	zum Sonderpreis von	100.000 €.

Lieferungen von anderen Zulieferern oder der Einsatz von Lagerbeständen sind **nicht** möglich. Soll das Unternehmen das Spezialangebot annehmen?