Aufgabe 1 (10 Punkte)

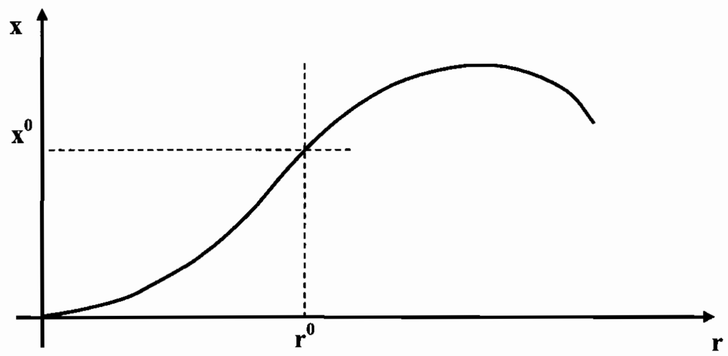
Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen **„richtig"** oder **„falsch"** sind, und begründen Sie *kurz* Ihre Entscheidung (unbegründete Aussagen werden mit 0 Punkten bewertet).

a) Bei einer limitationalen Produktionsfunktion $x = f(r1, r2)$ mit konstantem Einsatzfaktorverhältnis $\left(\frac{r_1}{r_2} = \text{konstant}, \forall x\right)$ handelt es sich um eine Produktionsfunktion vom Typ Leontief.

wahr	falsch

Begründung:

b) Gegeben ist die folgende Produktionsfunktion mit dem Produktionspunkt (r^0, x^0):



Behauptung: Im Produktionspunkt (r^0, x^0) ist die Skalenelastizität $\boldsymbol{\varepsilon = 0{,}8}$.

wahr	falsch

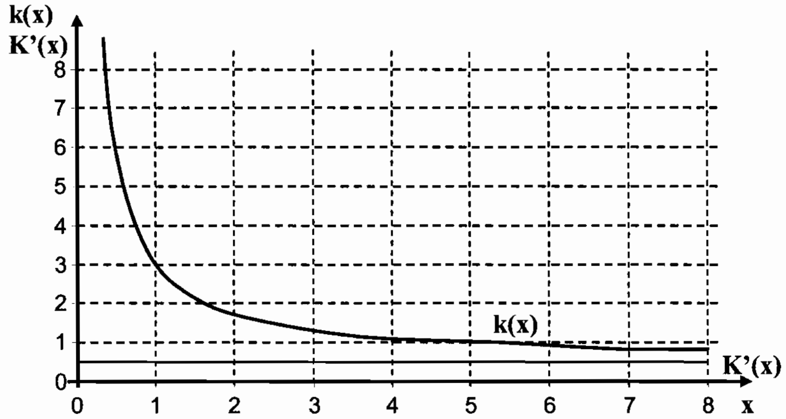
Begründung:

c) Ein Bauteil, das einen sehr hohen relativen Wertanteil und einen sehr geringen relativen Mengenanteil, bei einem unregelmäßigen Verbrauchsverlauf aufweist, ist für eine Just-In-Time Beschaffung geeignet.

wahr	falsch

Begründung:

d) Gegeben ist die graphische Darstellung der Grenz- sowie der Stückkostenkurve.



Behauptung:

1. Die Kosten an der Stelle x = 2 betragen: **K(2) = 3**

wahr	falsch

Begründung:

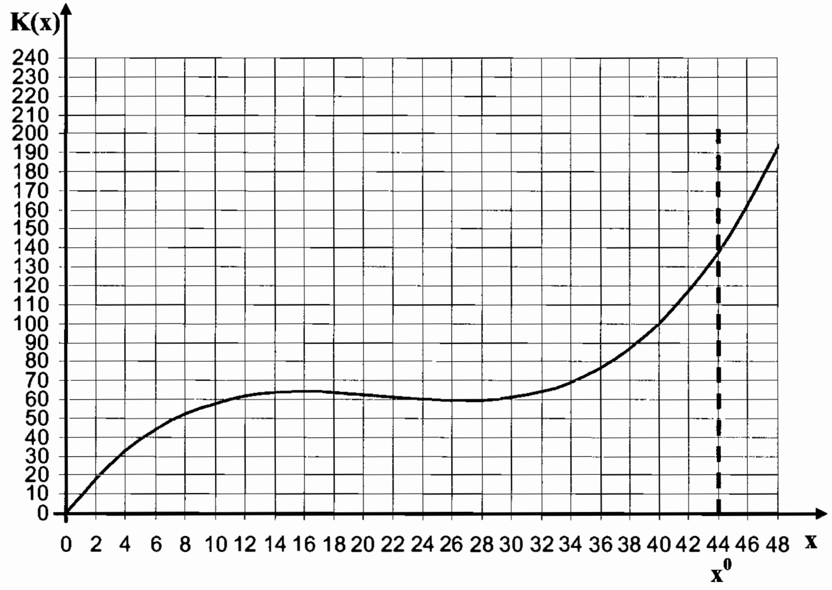
2. Die Stückkosten an der Stelle x = 100 betragen: **k(100) = 0,3**

wahr	falsch

Begründung:

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Gegeben sei folgende Gesamtkostenfunktion einer Maschine, wobei die Arbeitszeit zwischen $0 \le t \le 8$ Stunden und die Produktionsintensität $0 \le \lambda \le 6$ [ME/Stunde] variiert werden kann.



a) Zeichnen Sie die Kostenfunktion bei zeitlicher Anpassung $K^z(x)$ ein.

b) Wie hoch ist die Produktionsgeschwindigkeit λ im Rahmen der zeitlichen Anpassung?

c) Es wird eine konkrete Produktionsmenge von x^0 (siehe Grafik) geplant. Zeichnen Sie unter Berücksichtigung dieser geplanten Ausbringung die Kostenfunktion, die sich für Mengen $0 \le x \le x^0$ ergibt ein.

Aufgabe 3 (11 Punkte)

In einem Betrieb stehen für die Herstellung eines Spezialöls zwei funktionsgleiche, aber kostenunterschiedliche Anlagen (A und B) zur Verfügung, die zeitlich zwischen $0 \le t \le 8$ [Stunden pro Tag] angepasst werden können. Die Produktionsintensität kann jeweils zwischen $0{,}5 \le \lambda \le 7$ [Liter pro Stunde] variiert werden.

Die folgenden Funktionen geben die Kosten **[€/Stunde]** in Abhängigkeit von der Produktionsintensität λ [Liter/Stunde] an:

Anlage A: $K_A(\lambda_A) = \lambda_A^3 - 6\lambda_A^2 + 18\lambda_A$

Anlage B: $K_B(\lambda_B) = 2\lambda_B^3 - 4\lambda_B^2 + 35\lambda_B$

a) Ermitteln Sie den optimalen Maschineneinsatzplan.

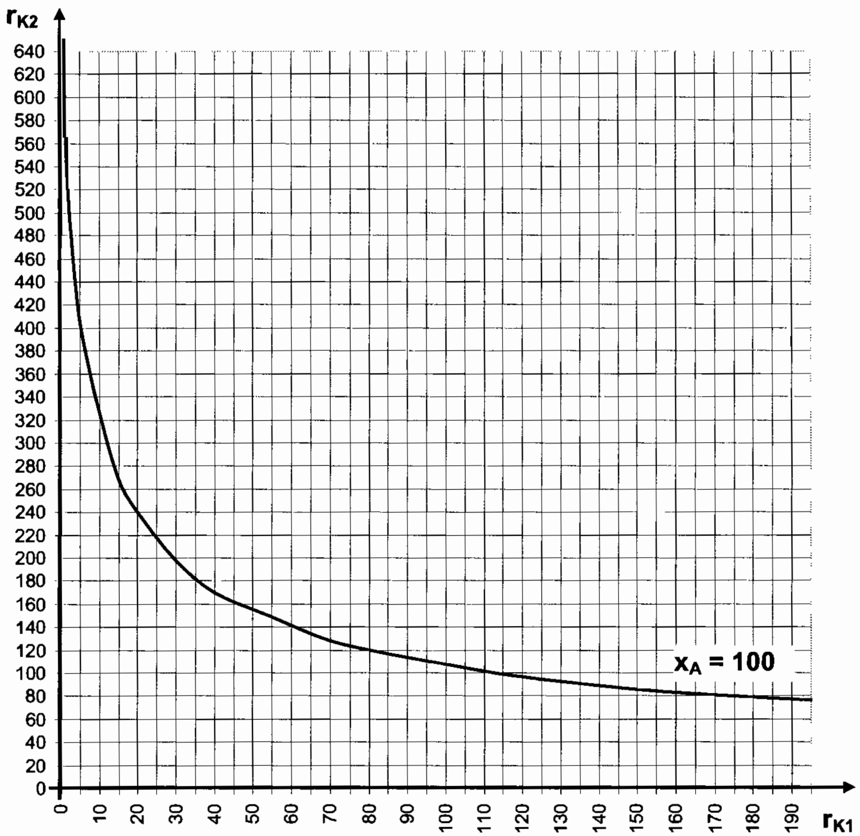
b) Mit welcher Intensität laufen die beiden Maschinen, wenn 72 Liter hergestellt werden sollen?

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Ein Unternehmen stellt das Produkt A auf einer Anlage her, die gekühlt werden muss. Dazu stehen zwei Kühlmittelsorten (K1 und K2) zur Verfügung, die auch gemischt werden können und deren Beschaffungspreise $p_{K1} = 10$ [€ / ME] bzw. $p_{K2} = 2$[€ / ME] betragen.

Ermitteln Sie in der folgenden Grafik die kostenoptimale Kühlmittelkombination (r_{K1}^{*}, r_{K2}^{*}), so dass eine Menge $x_A = 100$ [ME] des Produktes hergestellt werden können.

Wie hoch sind die sich ergebenden Kosten K(100)?



K(100) = ______________ €

Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ein Unternehmen stellt unter anderem exklusive Damenkleider in zwei Varianten her: einen Business Hosenanzug und ein apartes Abendkleid. Dafür kommen folgende Einsatzfaktoren zum Einsatz:

1. Die Rohstoffe Stoff, Knöpfe und Seidenfaden
2. Die Betriebsstoffe Strom für den Betrieb der schon etwas älteren Nähmaschinen und ein spezielles Öl für deren runden Lauf.

Ein Abendkleid benötigt 25 Knöpfe und 30 Meter Seidenfaden, während ein Ballen Stoff für 8 Abendkleider ausreicht.

Für einen Hosenanzug werden 8 Knöpfe, 0,1 Ballen Stoff und 10 Meter Seidenfaden eingesetzt.

Der Verbrauch der Betriebsstoffe pro Hosenanzug bzw. pro Abendkleid hängt wie folgt von der Nähgeschwindigkeit λ $\left[\frac{\text{Abendkleider bzw. Hosenanzüge}}{\text{Stunde}}\right]$ ab:

$$a_S(\lambda) = 3\lambda^2 - 2\lambda + 2 \quad \left[\frac{\text{KWh}}{\text{Abendkleid bzw. Hosenanzug}}\right]$$

$$a_Ö(\lambda) = 2\lambda^2 - 20\lambda + 50 \quad \left[\frac{\text{cl Öl}}{\text{Abendkleid bzw. Hosenanzug}}\right]$$

Außerdem liegen Ihnen folgende Einkaufs- und Verkaufspreise vor:

Einsatzfaktor	Knopf	Stoff	Seidenfaden	Strom	Öl
Einkaufspreis	0,5 [€/Knopf]	800 [€/Ballen]	0,1 [€/Meter]	0,1 [€/KWh]	0,2 [€/cl]

Produkt	Abendkleid	Hosenanzug
Verkaufspreis	130,1 [€/Abendkleid]	102,6 [€/Hosenanzug]

a) Stellen Sie die Produktionsfunktion **des Abendkleides** in **Produktdarstellung** auf.
Hinweis: Eine Ermittlung der optimalen Produktionsgeschwindigkeit ist nicht nötig.

b) Mit welcher Produktionsgeschwindigkeit λ^* soll das Unternehmen nähen, um **Hosenanzüge** kostenminimal zu produzieren?

Stellen Sie die Produktionsfunktion in **Faktordarstellung** für den **Hosenanzug** auf. Verwenden Sie dabei die ermittelte Produktionsgeschwindigkeit.

c) Nachdem sich die Marktsituation völlig verändert hat, ergeben sich folgende Stückdeckungsbeiträge der beiden Produkte:

Stückdeckungsbeitrag Abendkleid: $db_A = 24$ € pro Abendkleid

Stückdeckungsbeitrag Hosenanzug: $db_H = 12$ € pro Hosenanzug.

Da der Frühling nach dem milden Winter als kühl prognostiziert wurde, rechnet das Unternehmen mit einer maximalen Absatzmenge für das eher luftige Abendkleid von 10 Stück, während für den etwas wärmeren Hosenanzug mit einer maximalen Aufnahmekapazität des Absatzmarktes von 35 Stück gerechnet wird. Außerdem muss für 5 besonders treue Kunden jeweils ein Hosenanzug auf jeden Fall schon mal eingeplant werden.

Beim Stoff muss mit einer maximalen Beschaffungsmenge von 2,5 Ballen gerechnet werden, während es sich bei den Knöpfen um eine Sonderanfertigung handelt, für die eine maximale Beschaffungsmenge von 320 Stück zu beachten ist.

Stellen Sie ein LP zur Ermittlung des deckungsbeitragmaximalen Produktionsprogramms auf.

d) Ermitteln Sie grafisch im folgenden Koordinatensystem das optimale Produktionsprogramm (x_1^*, x_2^*) anhand folgender Schritte:

1. Zeichnen Sie den Simplex in das Koordinatensystem.
2. Ermitteln und kennzeichnen Sie im Koordinatensystem das optimale Produktionsprogramm.